

Новые методы решения задач идентификации и адаптивного управления

А.И. Глуценко, К.А. Ласточкин

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН
Лаборатория 7 “Адаптивных и робастных систем им. Я.З. Цыпкина”

aiglush@ipu.ru

20 марта, 2025

Основные направления исследований в 2021-2025 г.:

- 1) онлайн идентификация параметров линейных и нелинейных динамических систем,
- 2) идентификационное адаптивное управление линейными и нелинейными системами с гарантией экспоненциальной устойчивости,
- 3) адаптивное восстановление физических состояний линейных динамических систем (кандидатская диссертация К.А. Ласточкина),
- 4) решение прикладных задач управления различными динамическими объектами: необитаемый подводный аппарат, квадрокоптер, катер.

Исследования проводились, в том числе, при поддержке Гранта Президента РФ для государственной поддержки молодых российских ученых МД-1787.2022.4.

Онлайн идентификация параметров линейных и нелинейных систем

СССР/РФ ¹	ИПУ РАН ²
Е.Г. Клейман, Н.Н. Карабутов, Ю.И. Неймарк, М.М. Коган, А.Л. Фрадков, В.Н. Фомин, О.Н. Граничин, А.А. Бобцов, Д.В. Ефимов, С.В. Арановский, В.Я. Ротач и др.	А.А. Фельдбаум, Н.С. Райбман, Я.З. Цыпкин, Б.Т. Поляк, В.А. Лотоцкий, И.И. Перельман, Н.Н. Бахтадзе, А.М. Шубладзе, А.В. Назин, А.С. Позняк, А.Г. Александров, И.Б. Ядыкин, и др.
ЗА РУБЕЖОМ³	
P. Eykhoff, L. Ljung, K.J. Astrom, K. Narendra, T. Soderstrom, P. Stoica, R. Ortega, R. Lozano G. Kreisselmeier, G.C. Goodwin, D. Bernstein, S. Kaczmarz и др.	

¹Е.Г. Клейман, И.А. Мочалов Идентификация нестационарных объектов // АиТ. 1994. №.2. С.3–22

Н.Н. Карабутов Идентификация неопределенных систем. I. Адаптивные пропорционально-интегральные алгоритмы с неопределенностью // АиТ. 1997. №.11. С. 118-130.

²И.В. Прангишвили, В.А. Лотоцкий, К.С. Гинсберг, В.В. Смолянинов Идентификация систем и задачи управления: на пути к современным системным методологиям // Проблемы управления. 2004. №. 4, С.2-15.

Теория управления (дополнительные главы): Учебное пособие / Под ред. Д. А. Новикова. М.: ЛЕНАНД, 2019. 552 с.

Н.С. Райбман Идентификация объектов управления (обзор) // АиТ. 1979. №.6. С. 80–93.

³L. Ljung Perspectives on system identification // Annual Reviews in Control. 2010. Vol. 34. No. 1. P. 1-12.

Ortega R., Nikiforov V., Gerasimov D. On modified parameter estimators for identification and adaptive control. A unified framework and some new schemes // Annual Reviews in Control. 2020. Vol. 50. P. 278-293.

Оффлайн и онлайн идентификация неизвестных параметров

1) Оффлайн идентификация – определение параметров системы по массиву заранее измеренных точек (N измерениям входа и выхода системы). Обычно проводится по данным, полученным в ходе заранее спланированного эксперимента (подача тестовых воздействий).

2) Онлайн идентификация – определение параметров системы по точкам, поступающим в систему идентификации в текущий момент времени и в темпе работы системы. Обычно проводится по данным, получаемым в нормальном режиме функционирования системы (без подачи тестовых воздействий).

Отсутствие тестовых воздействий усложняет задачу идентификации и требует разработки новых алгоритмов идентификации.

В рамках развития методов онлайн идентификации решены задачи:

- 1) идентификации постоянных параметров при:
 - i) отсутствии возмущений и
 - a) выполнении необходимых и достаточных условий идентифицируемости⁴,
 - b) невыполнении необходимых и достаточных условий идентифицируемости⁵,
 - ii) наличии внешних возмущений⁶,
- 2) идентификации кусочно-постоянных параметров⁷.
- 3) идентификации переменных параметров⁸.

⁴Глущенко А.И., Петров В.А., Ласточкин К.А. I-DREM: ослабление условия квадратичной интегрируемости // *АиТ*. 2021. № 7. С. 147-165.

⁵Глущенко А.И., Ласточкин К.А. Ослабление условия реализуемости процедуры динамического расширения и смешивания // *АиТ*. 2023. №.1. С. 23-62.

⁶Glushchenko A., Lastochkin K. Instrumental Variables Based DREM for Online Asymptotic Identification of Perturbed Linear Systems // *IEEE Transactions on Automatic Control*. 2025. Vol. 70, No. 2. P. 1320-1327.

⁷Glushchenko A., Lastochkin K. Unknown piecewise constant parameters identification with exponential rate of convergence // *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*. 2023. V. 37. No. 1. P. 315-346

⁸Glushchenko A., Lastochkin K. Robust Time-Varying Parameters Estimation Based on I-DREM Procedure // *IFAC-PapersOnLine*. Casablanca: Elsevier, 2022. Vol. 55. No. 12. P. 91-96.

Постановка задачи

Рассмотрим нелинейную динамическую систему общего вида:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= f(x, u, \theta), \quad x(t_0) = x_0, \\ y(t) &= h(x, u),\end{aligned}\tag{1}$$

где:

$$x(t) \in \mathbb{R}^n, u(t) \in \mathbb{R}^m, y(t) \in \mathbb{R}^p, \theta \in \mathbb{R}^{n_\theta}, f: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^{n_\theta} \mapsto \mathbb{R}^n, h: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \mapsto \mathbb{R}^p.$$

Допущение 1 (параметризуемость)

Система (1) параметризуема в следующем виде:

$$z(t) = \varphi^\top(t) \theta,\tag{2}$$

где $z(t) \in \mathbb{R}$, и $\varphi(t) \in \mathbb{R}^{n_\theta}$ должны быть вычисляемы по $y(t)$ и $u(t)$.

Допущение 2 (идентифицируемость)

$$\varphi(t) \in \text{FE} := \left\{ \varphi(t) \in \mathbb{R}^{n_\theta} : \exists t_e > t_r^+ \geq t_0 \geq 0, \alpha > 0, \int_{t_r^+}^{t_e} \varphi(\tau) \varphi^\top(\tau) d\tau \geq \alpha I_n \right\}.$$

Требуется, имея информацию только о значениях $z(\tau)$, $\varphi(\tau)$, $t_0 \leq \tau \leq t$, обеспечить существование предела

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\tilde{\theta}(t)\| = \lim_{t \rightarrow \infty} \|\hat{\theta}(t) - \theta\| = 0,\tag{3}$$

где $\hat{\theta}(t) \in \mathbb{R}^{n_\theta}$ – динамическая оценка неизвестных параметров θ .

К уравнению (2) применим следующую фильтрацию:

$$\begin{aligned}\dot{\Phi}(t) &= e^{-\sigma(t-t_0)} \varphi(t) \varphi^\top(t), \quad \Phi(t_0) = 0_{n_\theta \times n_\theta}, \\ \dot{Y}(t) &= e^{-\sigma(t-t_0)} \varphi(t) z(t), \quad Y(t_0) = 0_{n_\theta \times 1}.\end{aligned}\tag{4}$$

В результате имеем уравнение с матричным регрессором:

$$Y(t) = \Phi(t) \theta.\tag{5}$$

Умножив (5) на $\text{adj}\{\Phi(t)\}$, получаем уравнение со скалярным регрессором:

$$\mathcal{Y}(t) = \Delta(t) \theta,\tag{6}$$

где $\Delta(t) = \det\{\Phi(t)\}$ и $\mathcal{Y}(t) = \text{adj}\{\Phi(t)\} Y(t)$.

По уравнению (6) с помощью метода градиентного спуска введем алгоритм идентификации:

$$\dot{\hat{\theta}}(t) = -\gamma \Delta(t) \left(\Delta(t) \hat{\theta}(t) - \mathcal{Y}(t) \right), \quad \hat{\theta}(t_0) = \hat{\theta}_0,\tag{7}$$

где $\gamma > 0$.

Теорема 1

Если $\varphi(t) \in \text{FE}$ (допущение 2), то ошибка $\tilde{\theta}(t)$ для всех $t \geq t_0$ экспоненциально и поэлементно монотонно сходится к нулю.

Рассмотрим динамическую систему второго порядка:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= x_2(t), \quad x_1(t_0) = 0, \\ \dot{x}_2(t) &= \theta_1 x_1(t) + \theta_2 x_2(t) + \theta_3 u(t), \quad x_2(t_0) = 0, \\ y(t) &= x_1(t).\end{aligned}$$

Представим второе уравнение в операторной форме:

$$\begin{aligned}s^2 y(t) &= [y(t) \quad sy(t) \quad u(t)] \theta, \\ \frac{\lambda_0 s^2}{s^2 + \lambda_1 s + \lambda_0} y(t) &= \left[\frac{\lambda_0}{s^2 + \lambda_1 s + \lambda_0} [y(t)] \quad \frac{\lambda_0 s}{s^2 + \lambda_1 s + \lambda_0} [y(t)] \quad \frac{\lambda_0}{s^2 + \lambda_1 s + \lambda_0} [u(t)] \right] \theta.\end{aligned}$$

В результате имеем параметризацию:

$$z(t) = \varphi^\top(t) \theta,$$

где

$$\begin{aligned}z(t) &= \frac{\lambda_0 s^2}{s^2 + \lambda_1 s + \lambda_0} [y(t)], \\ \varphi^\top(t) &= \left[\frac{\lambda_0}{s^2 + \lambda_1 s + \lambda_0} [y(t)] \quad \frac{\lambda_0 s}{s^2 + \lambda_1 s + \lambda_0} [y(t)] \quad \frac{\lambda_0}{s^2 + \lambda_1 s + \lambda_0} [u(t)] \right].\end{aligned}$$

На основе полученного уравнения введем закон идентификации:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\theta}}(t) &= -\gamma \Delta(t) \left(\Delta(t) \hat{\theta}(t) - \mathcal{Y}(t) \right), \\ \mathcal{Y}(t) &:= \text{adj} \{ \Phi(t) \} Y(t), \quad \Delta(t) := \det \{ \Phi(t) \}, \\ \dot{\Phi}(t) &= e^{-\sigma(t-t_0)} \varphi(t) \varphi^\top(t), \quad \Phi(t_0) = 0_{3 \times 3}, \\ \dot{Y}(t) &= e^{-\sigma(t-t_0)} \varphi(t) z(t), \quad Y(t_0) = 0_{3 \times 1}.\end{aligned}$$

Параметры системы и алгоритма идентификации установим следующим образом:

$$\theta_1 = -0,23, \theta_2 = -0,45, \theta_3 = 0,2, u(t) = 1, \sigma = 0,1, \gamma = 100, \lambda_0 = 1, \lambda_1 = 2.$$

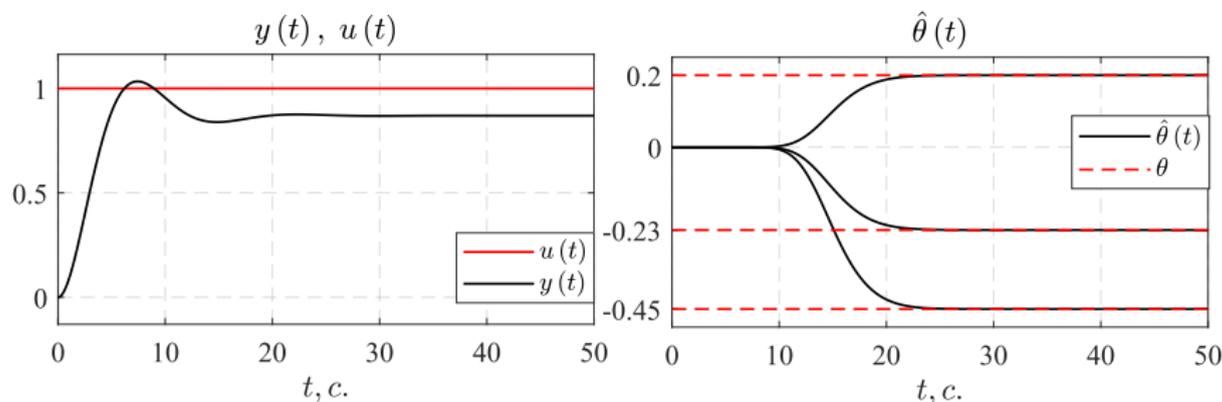


Рис. 1: Переходные процессы по $y(t)$, $u(t)$ и $\hat{\theta}(t)$.

Основной вывод для практиков: без тестовых сигналов и в нормальном режиме функционирования системы предложенный алгоритм идентификации позволяет находить значения неизвестных постоянных параметров системы.

В рамках развития методов онлайн идентификации решены задачи:

- 1) идентификации постоянных параметров при:
 - i) отсутствии возмущений и
 - a) выполнении необходимых и достаточных условий идентифицируемости⁹,
 - b) невыполнении необходимых и достаточных условий идентифицируемости¹⁰,
 - ii) наличии внешних возмущений¹¹,
- 2) идентификации кусочно-постоянных параметров¹².
- 3) идентификации переменных параметров¹³.

⁹Глущенко А.И., Петров В.А., Ласточкин К.А. I-DREM: ослабление условия квадратичной интегрируемости // *АиТ*. 2021. № 7. С. 147-165.

¹⁰Глущенко А.И., Ласточкин К.А. Ослабление условия реализуемости процедуры динамического расширения и смешивания // *АиТ*. 2023. №.1. С. 23-62.

¹¹Glushchenko A., Lastochkin K. Instrumental Variables Based DREM for Online Asymptotic Identification of Perturbed Linear Systems // *IEEE Transactions on Automatic Control*. 2025. Vol. 70, No. 2. P. 1320-1327.

¹²Glushchenko A., Lastochkin K. Unknown piecewise constant parameters identification with exponential rate of convergence // *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*. 2023. V. 37. No. 1. P. 315-346

¹³Glushchenko A., Lastochkin K. Robust Time-Varying Parameters Estimation Based on I-DREM Procedure // *IFAC-PapersOnLine*. Casablanca: Elsevier, 2022. Vol. 55. No. 12. P. 91-96.

Развитие методов онлайн идентификации параметров линейных и нелинейных динамических систем при действии возмущений

- 1) Glushchenko A., Lastochkin K. Unbiased Parameter Estimation via DREM with Annihilators // arXiv:2403.11076. 2024. P.1-7. Подана на конференцию ALCOS 2025, Mexico.
- 2) Glushchenko A., Lastochkin K. Overview of Online Exact Estimators for LRE with Perturbation // Подана на конференцию ALCOS 2025, Mexico.

Решение задач идентификации для нефакторизуемых нелинейных систем:
Нефакторизуемые системы – это системы, для которых нельзя получить

$$z(t) = \varphi^T(t) \theta,$$

но можно получить параметризацию вида

$$z(t) = \mathcal{H}(\varphi, \theta),$$

где $\mathcal{H}: \mathbb{R}^{n_\theta} \times \mathbb{R}^{n_\theta} \mapsto \mathbb{R}$ – известная функция.

Идентификационное адаптивное управление с
гарантией экспоненциальной устойчивости

СССР/РФ ¹⁴	ИПУ РАН ¹⁵
А.А. Красовский, В.А. Якубович, В.Н. Фомин, А.Л. Фрадков, А.М. Цыкунов, Б. Р. Андриевский, В.О. Никифоров, Д.В. Ефимов, А.А. Бобцов, А. А. Пыркин, И.Б. Фуртат, П.В. Пакшин, М.М. Коган и др.	Б.Н. Петров, А.А. Фельдбаум, Я.З. Цыпкин, В.Ю. Рутковский, С.Д. Земляков, В.М. Глумов, И.Н. Крутова, Б.В. Павлов, И.Б. Ядыкин, А.Г. Александров, И.И. Перельман, А.М. Шубладзе, В.Н. Афанасьев и др.
ЗА РУБЕЖОМ	
K. Narendra, A. Annaswamy, P. Ioannou, G. Tao, M. Krstic, F. Lewis, J.J. Slotine, S.S. Ge., R. Ortega, M. Polycarpou, A. S. Morse, S. Sastry, R. Marino, P. Tomei, и др.	

¹⁴Fradkov A., Polyak B. T. Adaptive and robust control in the USSR //IFAC-PapersOnLine. 2020. Vol. 53. No. 2. P. 1373-1378.

Annaswamy A. M., Fradkov A. L. A historical perspective of adaptive control and learning //Annual Reviews in Control. 2021. Vol. 52. P. 18-41.

¹⁵Рутковский В. Ю. Работы института проблем управления в области беспоисковых адаптивных систем и систем управления космическими аппаратами //АиТ. 1999. №. 6. С. 42-49.

Земляков С. Д., Рутковский В. Ю. О некоторых результатах развития теории и практического применения беспоисковых адаптивных систем //АиТ. 2001. №. 7. С. 103-121.

Перельман И. И. Анализ современных методов адаптивного управления с позиций приложения к автоматизации технологических процессов //АиТ. 1991. №. 7. С. 3-32.

Классическое и идентификационное адаптивное управление

1) Классическое адаптивное управление (1950-е – н.в.) – стабилизация невязки между состояниями системы и их желаемыми значениями достигается за счет специального изменения (настройки) параметров обратной связи. Параметры обратной связи не обязаны сходиться к постоянным "идеальным значениям",

2) Идентификационное адаптивное управление (2010-е – н.в.) – стабилизация невязки между состояниями системы и их желаемыми значениями достигается за счет онлайн идентификации идеальных значений параметров закона управления. Сходимость достигается при выполнении необходимых и достаточных условий идентифицируемости.

Идентификационное адаптивное управление позволяет гарантировать экспоненциальную устойчивость замкнутой системы управления (при выполнении необходимых и достаточных условий параметрической идентифицируемости).

Развитие идентификационного адаптивного управления

В рамках развития методов идентификационного адаптивного управления были решены задачи адаптивного управления с гарантией экспоненциальной сходимости

- 1) классом линейных стационарных динамических систем при:
 - a) выполнении условий согласования¹⁶,
 - b) нарушении условий согласования¹⁷.
- 2) классом линейных систем с кусочно-постоянными параметрами¹⁸,
- 3) классом линейных систем с переменными параметрами при:
 - a) известной динамической модели изменения неизвестных параметров¹⁹,
 - b) неизвестной динамической модели изменения неизвестных параметров²⁰.

Получено обобщение некоторых результатов на нелинейные системы²¹.

¹⁶Глущенко А., Петров В., Ласточкин К. Адаптивное управление с гарантией экспоненциальной устойчивости. Часть I. Объекты с постоянными параметрами // *АиТ*. 2022. № 4. С. 62-99.

¹⁷Glushchenko A., Lastochkin K. Exponentially Convergent Direct Adaptive Pole Placement Control of Plants With Unmatched Uncertainty Under FE Condition // *IEEE Control Systems Letters*. 2022. Vol. 6. P. 2527-2532.

¹⁸Глущенко А., Ласточкин К. Адаптивное управление с гарантией экспоненциальной устойчивости. Часть II. Объекты с кусочно-постоянными параметрами // *АиТ*. 2023. №3. С. 65-105.

¹⁹Глущенко А. И., Ласточкин К. А. Адаптивное управление с гарантией экспоненциальной устойчивости. Часть III. Объекты с переменными параметрами // *АиТ*. 2023. №. 11. С. 147-168.

²⁰Глущенко А., Ласточкин К. Аппроксимационный подход к адаптивному управлению линейными нестационарными системами // *АиТ*. 2024. № 5. С.86-111.

²¹Ласточкин К. А. Идентификационный подход к адаптивному управлению по состоянию нелинейными системами // *ВСПУ*. М.: ИПУ РАН, 2024. С. 404-408.

Постановка задачи идентификационного адаптивного управления

Рассматривается класс линейных стационарных систем:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) = \Theta_{AB}^\top \phi(t), \quad x(t_0) = x_0, \quad (1)$$

где $x(t) \in \mathbb{R}^n$, $u(t) \in \mathbb{R}^m$, $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ и

$$\phi(t) = [x^\top(t) \quad u^\top(t)]^\top \in \mathbb{R}^{n+m}, \quad \Theta_{AB}^\top = [A \quad B] \in \mathbb{R}^{n \times (n+m)}.$$

Для системы (1) задается эталонная модель:

$$\dot{x}_{ref}(t) = A_{ref} x_{ref}(t) + B_{ref} r(t), \quad (2)$$

где $x_{ref}(t) \in \mathbb{R}^n$, $r(t) \in \mathbb{R}^m$, $A_{ref} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B_{ref} \in \mathbb{R}^{n \times m}$.

Допущение 1 (Условия согласованности Эрцбергера)

$$A + BK_x = A_{ref}, \quad BK_r = B_{ref}.$$

Допущение 2 (Необходимое и достаточное условие идентифицируемости)

$$\phi(t) \in FE := \left\{ \phi(t) \in \mathbb{R}^n : \exists t_e > t_r^+ \geq t_0 \geq 0, \alpha > 0, \int_{t_r^+}^{t_e} \phi(\tau) \phi^\top(\tau) d\tau \geq \alpha I_n \right\}.$$

Цель:

$$\left. \begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} \|\tilde{K}_x(t)\| &= 0 \quad (\text{exp}) \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \|\tilde{K}_r(t)\| &= 0 \quad (\text{exp}) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} \|e_{ref}(t)\| = 0 \quad (\text{exp}),$$

где $e_{ref}(t) = x(t) - x_{ref}(t)$, $\tilde{K}_x(t) = \hat{K}_x(t) - K_x$, $\tilde{K}_r(t) = \hat{K}_r(t) - K_r$.

Основной результат. Параметризация.

Первый шаг:

$$\begin{aligned}z(t) &= \varphi^\top(t) \Theta_{AB}, \\z^\top(t) &= x(t) - l x_f(t), \\ \dot{x}_f(t) &= -l x(t) + x(t), \quad x_f(t_0) = 0_n, \\ \dot{\varphi}(t) &= -l \varphi(t) + \phi(t), \quad \varphi(t_0) = 0_{n+m}.\end{aligned}$$

Второй шаг:

$$\begin{aligned}Y(t) &= \Delta(t) \Theta_{AB}, \\Y(t) &= \text{adj} \{ \Phi(t) \} Y(t), \quad \Delta(t) = \det \{ \Phi(t) \}, \\ \dot{\Phi}(t) &= e^{-\sigma(t-t_0)} \varphi(t) \varphi^\top(t), \quad \Phi(t_0) = 0_{(n+m) \times (n+m)}, \\ \dot{Y}(t) &= e^{-\sigma(t-t_0)} \varphi(t) z(t), \quad Y(t_0) = 0_{(n+m) \times 1}.\end{aligned}$$

Утверждение 1

I. Неизвестные параметры $\theta = [K_x \quad K_r]^\top$ удовлетворяют уравнению:

$$Y_\theta(t) = M_\theta(t) \theta, \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned}Y_\theta(t) &= \text{adj} \{ Y_B^\top(t) Y_B(t) \} [\Delta A_{ref} - Y_A(t) \quad \Delta(t) B_{ref}]^\top, \\ M_\theta(t) &= \det \{ Y_B^\top(t) Y_B(t) \}, \\ Y_A(t) &= \mathcal{L}_A Y(t), \quad Y_B(t) = \mathcal{L}_B Y(t)\end{aligned}$$

и $l > 0$, $\sigma > 0$, $\mathcal{L}_A [A \quad B]^\top = A$, $\mathcal{L}_B [A \quad B]^\top = B$.

II. Если $\phi(t) \in FE$, то $M_\theta(t) \geq \underline{M}_\theta > 0$ для всех $t \geq t_e$.

Основной результат. Закон настройки.

На основании уравнения (3) введем адаптивный закон управления:

$$\begin{aligned} u(t) &= \hat{K}_x(t) x(t) + \hat{K}_r(t) r(t) = \omega^\top(t) \hat{\theta}(t), \\ \dot{\hat{\theta}}(t) &= -\gamma(t) \mathcal{M}_\theta(t) \left(\mathcal{M}_\theta(t) \hat{\theta}(t) - \mathcal{Y}_\theta(t) \right) = -\gamma(t) \mathcal{M}_\theta^2(t) \tilde{\theta}(t), \end{aligned} \quad (4)$$

где $\omega(t) = [x^\top(t) \quad r^\top(t)]^\top$.

Теорема 1.

Пусть $\phi(t) \in FE$, тогда, если $\gamma(t)$ выбран согласно

$$\gamma(t) \triangleq \begin{cases} 0, & \text{если } \mathcal{M}_\theta(t) = 0, \\ \frac{\gamma_0 \lambda_{\max}(\omega(t)\omega^\top(t)) + \gamma_1}{\mathcal{M}_\theta^2(t)}, & \text{иначе,} \end{cases}$$

тогда адаптивный закон управления (4) обеспечивает следующие свойства:

- 1) $\forall t_a \geq t_b \quad \left| \tilde{\theta}_i(t_a) \right| \leq \left| \tilde{\theta}_i(t_b) \right|$;
- 2) $\forall t \geq t_0 \quad \xi(t) = \left[e_{ref}^\top(t) \quad \text{vec}^\top(\tilde{\theta}(t)) \right]^\top \in L_\infty$;
- 3) $\forall t \geq t_e$ ошибка $\xi(t)$ экспоненциально сходится к нулю со скоростью, минимальное значение которой прямо пропорционально $\gamma_0 \geq 1$ и $\gamma_1 \geq 0$.

Рассмотрим модель поперечного движения малого пассажирского самолета:

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0.049 & -0.083 & 0 & -1 \\ 0 & -4.55 & -1.70 & 0.172 \\ 0 & 3.382 & -0.065 & -0.089 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 27.276 & 0.576 \\ 0.395 & -1.362 \end{pmatrix} u,$$

$$x_0 = (-1 \quad -0.5 \quad 0 \quad 0)^T.$$

где x_1 – угол крена, x_2 – угол скольжения, x_3 – скорость изменения крена, x_4 – скорость изменения курса, u_1 – положение элерона, u_2 – положение руля направления.

Эталонная модель была выбрана в виде:

$$\dot{x}_{ref} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0.048 & -0.082 & 0 & -0.976 \\ -19.53 & -5.219 & -10.849 & 1.822 \\ -0.204 & 3.22 & -0.145 & -2.961 \end{pmatrix} x_{ref} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 19.441 & 5.317 \\ 0.348 & -3.379 \end{pmatrix} r,$$

$$r_1 = 1, \quad r_2 = 0.5(1 - e^{-10t}).$$

Параметры закона настройки, фильтров и начальные условия для настраиваемых параметров закона управления:

$$l = 1, \quad k = 10, \quad \gamma_1 = 10, \quad \gamma_0 = 1, \quad \sigma = \frac{1}{2},$$

$$\hat{\theta}^T(0) = [0_{m \times n} \quad I_{m \times m}].$$

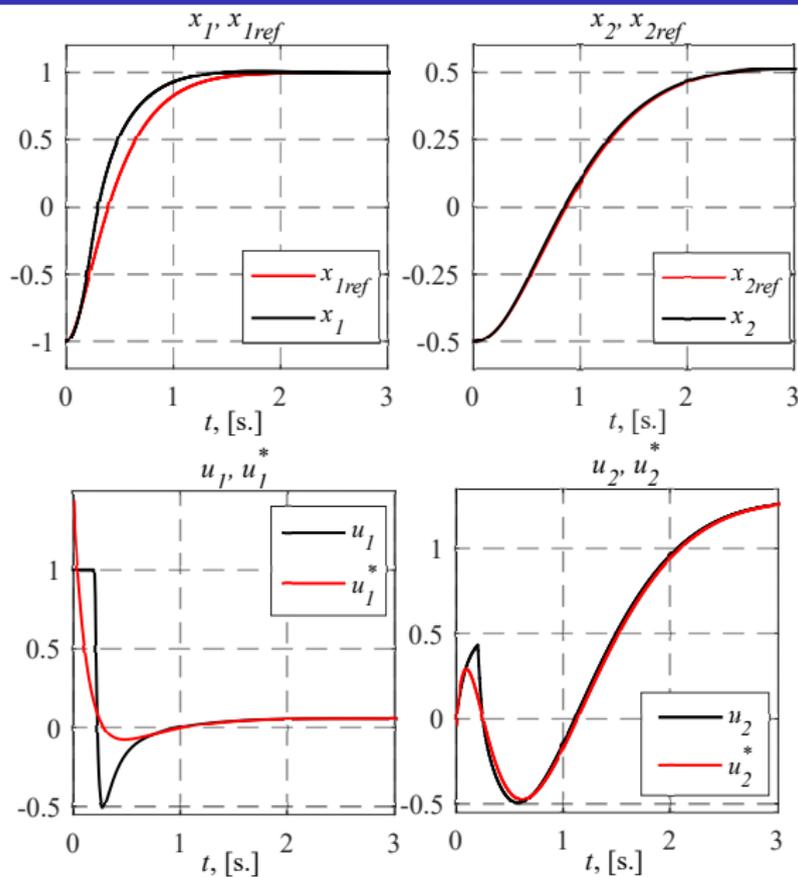


Рис. 2: Переходные процессы x и x_{ref} ; эталонный u^* и полученный u сигналы управления

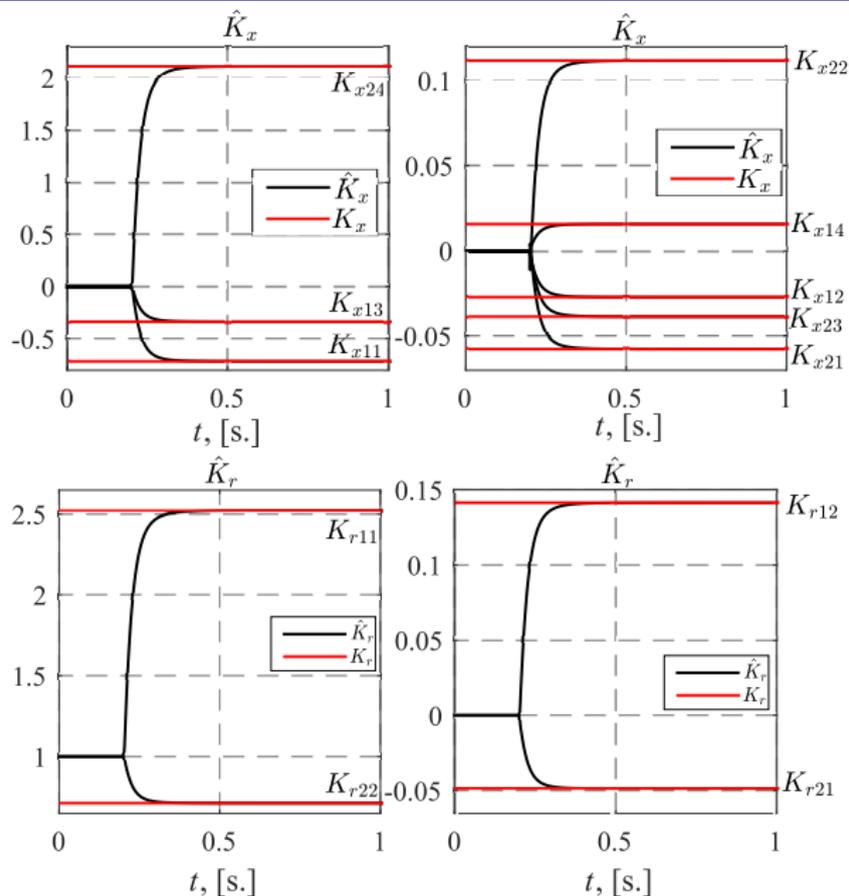


Рис. 3: Переходные процессы по параметрам $\hat{K}_x(t)$ и $\hat{K}_r(t)$.

Развитие идентификационного адаптивного управления

В рамках развития методов идентификационного адаптивного управления были решены задачи адаптивного управления с гарантией экспоненциальной сходимости

- 1) классом линейных стационарных динамических систем при:
 - a) выполнении условий согласования²²,
 - b) нарушении условий согласования²³.
- 2) классом линейных систем с кусочно-постоянными параметрами²⁴,
- 3) классом линейных систем с переменными параметрами при:
 - a) известной динамической модели изменения неизвестных параметров²⁵,
 - b) неизвестной динамической модели изменения неизвестных параметров²⁶.

Получено обобщение некоторых результатов на нелинейные системы²⁷.

²²Глуценко А., Петров В., Ласточкин К. Адаптивное управление с гарантией экспоненциальной устойчивости. Часть I. Объекты с постоянными параметрами // *АиТ*. 2022. № 4. С. 62-99.

²³Glushchenko A., Lastochkin K. Exponentially Convergent Direct Adaptive Pole Placement Control of Plants With Unmatched Uncertainty Under FE Condition // *IEEE Control Systems Letters*. 2022. Vol. 6. P. 2527-2532.

²⁴Глуценко А., Ласточкин К. Адаптивное управление с гарантией экспоненциальной устойчивости. Часть II. Объекты с кусочно-постоянными параметрами // *АиТ*. 2023. №3. С. 65-105.

²⁵Глуценко А. И., Ласточкин К. А. Адаптивное управление с гарантией экспоненциальной устойчивости. Часть III. Объекты с переменными параметрами // *АиТ*. 2023. №. 11. С. 147-168.

²⁶Глуценко А., Ласточкин К. Аппроксимационный подход к адаптивному управлению линейными нестационарными системами // *АиТ*. 2024. № 5. С.86-111.

²⁷Ласточкин К. А. Идентификационный подход к адаптивному управлению по состоянию нелинейными системами // *ВСПУ. М.: ИПУ РАН*, 2024. С. 404-408.

Распространение полученных результатов на другие постановки задач адаптивного управления и наблюдения

- 1) Glushchenko A., Lastochkin K. Composite Adaptive Disturbance Rejection in Robotics via Instrumental Variables based DREM // Подана в [Automatica](#).
- 2) Glushchenko A., Lastochkin K. Adaptive Observer with High-Gain Disturbance Estimator for Linear Systems with Overparameterization // Подана в [International Journal of Control](#).

Робастное управление ориентацией
необитаемого подводного аппарата и
квадрокоптера

В ИПУ разработаны необитаемый подводный аппарат собственной конструкции и квадрокоптер на отечественном микроконтроллере. В этой связи возникла задача построения систем автоматического управления а) ориентацией и б) пространственными координатами данных систем. Были организованы конкурсы систем автоматического управления, в которых требовалось не просто принять участие, но попытаться одержать победу.

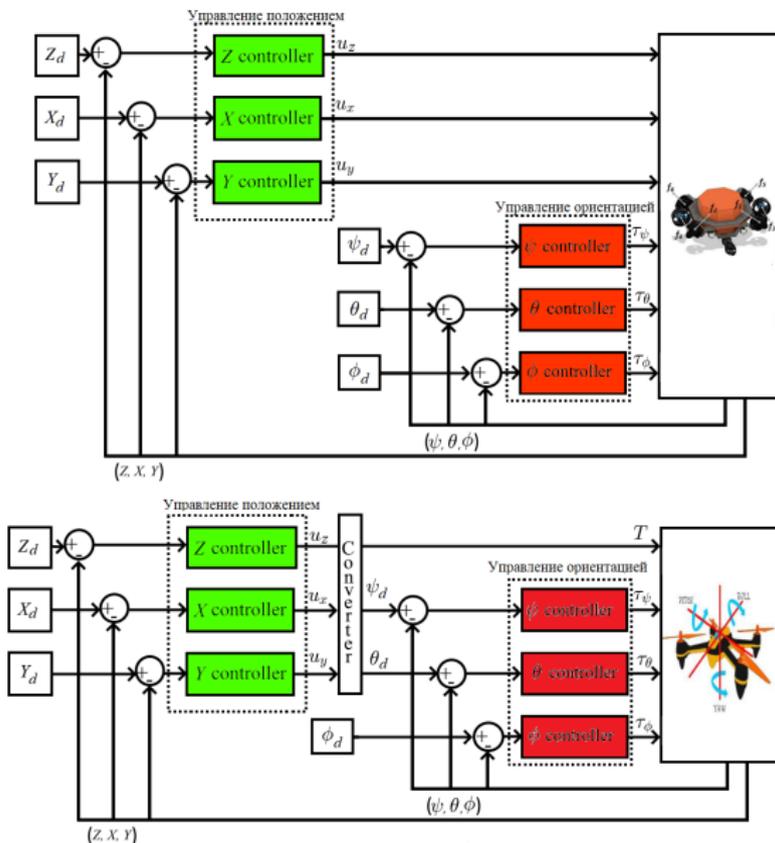


Рис. 4: Квадрокоптер



Рис. 5: Водяной

Место системы управления ориентацией в общей структуре системы автоматического управления НПА/БПЛА



Ориентация НПА/БПЛА как твердого тела описывается следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} &= J \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{\tau_{\psi}}{J_x} \\ \frac{\tau_{\theta}}{J_y} \\ \frac{\tau_{\phi}}{J_z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} qr \frac{J_y - J_z}{J_x} \\ pr \frac{J_z - J_x}{J_y} \\ pq \frac{J_x - J_y}{J_z} \end{bmatrix} + \Delta_g, \end{aligned} \quad (1)$$

где

ψ, θ, ϕ – углы Эйлера,

p, q, r – угловые скорости в неинерциальной системе отсчета,

$\tau_{\psi}, \tau_{\theta}, \tau_{\phi}$ – управляющие моменты,

Δ_g – вектор моментов внешних сил (внешние возмущения),

J_x, J_y, J_z – моменты инерции вдоль каждой оси неинерциальной системы отсчета.

Цель управления ориентацией: обеспечить выполнение предельных неравенств

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |\psi(t) - \psi_{ref}(t)| \leq \varepsilon_{\psi}, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} |\theta(t) - \theta_{ref}(t)| \leq \varepsilon_{\theta}, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} |\phi(t) - \phi_{ref}(t)| \leq \varepsilon_{\phi}, \quad (2)$$

где $\psi_{ref}(t), \theta_{ref}(t), \phi_{ref}(t)$ – желаемые значения углов Эйлера, $\varepsilon_{\psi}, \varepsilon_{\theta}, \varepsilon_{\phi} > 0$ – достаточно малые числа, определяющие предельную ошибку слежения.

Декомпозиция системы и выбор управления

После преобразований системы (1), каждый из углов Эйлера может быть описан следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + B_0b(u(t) + \Lambda(t)), \\ A &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (3)$$

где

$x_1(t)$ – конкретный угол Эйлера (ψ , θ или ϕ),

$x_2(t)$ – угловая скорость по конкретному углу Эйлера (ψ , θ или ϕ),

$u(t)$ – сигнал управления (τ_ψ для ψ , τ_θ для θ и τ_ϕ для ϕ),

b – номинальное значение величин $\frac{1}{J_x}$ для ψ , $\frac{1}{J_y}$ для θ и $\frac{1}{J_z}$ для ϕ ,

$\Lambda(t)$ – неопределенность, вызванная внешними возмущениями, перекрестными связями между углами и параметрической неопределенностью.

Желаемое качество управления каждым углом Эйлера определим моделью:

$$\dot{x}_{ref}(t) = A_{ref}x_{ref}(t) + B_{ref}r(t), \quad (4)$$

где $A_{ref} = A + B_0bk_x$ – гурвицева, $B_{ref} = B_0bk_r$, $k_x = [k_{1x} \quad k_{2x}]$, $k_r = -k_{1x}$.

Сравнение (3) и (4) мотивирует следующий выбор закона управления:

$$u(t) = k_x x(t) + k_r r(t) - \hat{\Lambda}(t), \quad (5)$$

где $\hat{\Lambda}(t)$ – оценка неопределенности, $r(t)$ – задающее воздействие по углу Эйлера.

Теорема 1.

Пусть существуют $c_1 > 0$, $c_2 > 0$ такие, что для всех $t \geq t_0$ выполняется следующее неравенство:

$$|\dot{\Lambda}(t)| \leq c_1 \|x(t)\| + c_2.$$

Тогда существует $l_0 > 0$ такое, что для всех $l \geq l_0 > 0$ закон управления (5) с наблюдателем неопределенности:

$$\begin{aligned} \hat{\Lambda}(t) &= [0 \quad b^{-1}] (\chi(t) + A_{ref} x_f(t)) + k_r r_f(t) - \hat{\Lambda}_f(t), \\ \chi(t) &= l(x_f(t) - x(t)), \\ \dot{x}_f(t) &= -l(x_f(t) - x(t)), \quad x_f(t_0) = x(t_0), \\ \dot{r}_f(t) &= -l(r_f(t) - r(t)), \quad r_f(t_0) = r(t_0), \\ \dot{\hat{\Lambda}}_f(t) &= -l(\hat{\Lambda}(t) - \hat{\Lambda}_f(t)), \quad \hat{\Lambda}_f(t_0) = \hat{\Lambda}(t_0) \end{aligned}$$

обеспечивает:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t) - x_{ref}(t)\| = \varepsilon_{UB}(l) \text{ (exp)}, \quad \lim_{l \rightarrow \infty} \|\varepsilon_{UB}(l)\| = 0.$$

- 1 Для экспериментов был выбран дистанционно управляемый подводный аппарат «Водяной», сконструированный лабораторией 17 (масса: 8,4 кг, объем: 8,7 дм³, размер: 50 см x 50 см x 25 см). Эксперименты проводились в бассейне.



- 2 Задача состояла в том, чтобы следить за ступенчатым задающим сигналом для углов Эйлера с амплитудой 0,3 рад и синусоидальным сигналом с амплитудой 0,6 рад и частотой 0,03 рад/с. Базовые ПИД-регуляторы для углов Эйлера и положения были настроены опытным путем.
- 3 Параметры предложенной системы управления:

$$k_{1x} = -4, k_{2x} = -2, k_r = 4, l = 15, b = 10.$$

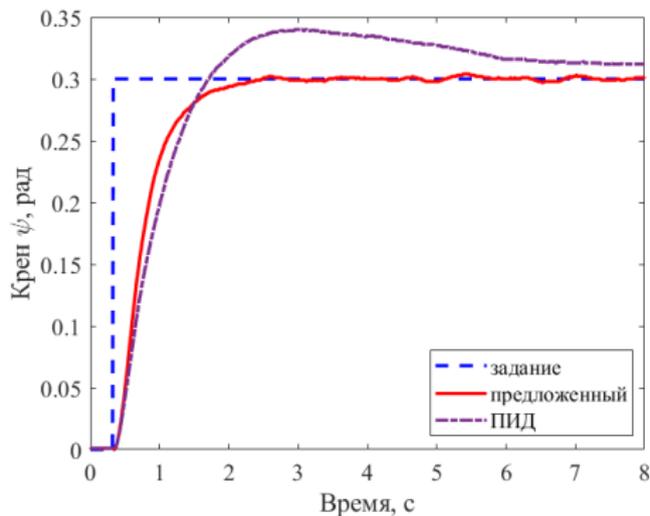


Рис. 6: Переходные процессы по ψ , полученные при использовании предложенной системы управления и ПИД-регулятора для ступенчатого задания

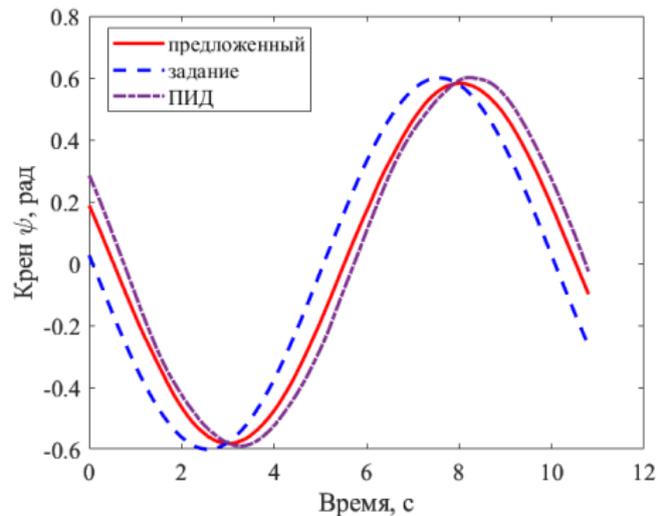


Рис. 7: Переходные процессы по ψ , полученные при использовании предложенной системы управления и ПИД-регулятора для синусоидального задания

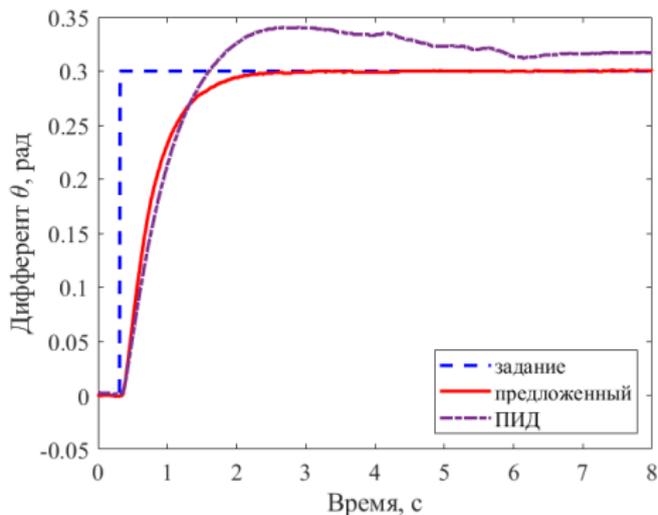


Рис. 8: Переходные процессы по θ , полученные при использовании предложенной системы управления и ПИД-регулятора для ступенчатого задания

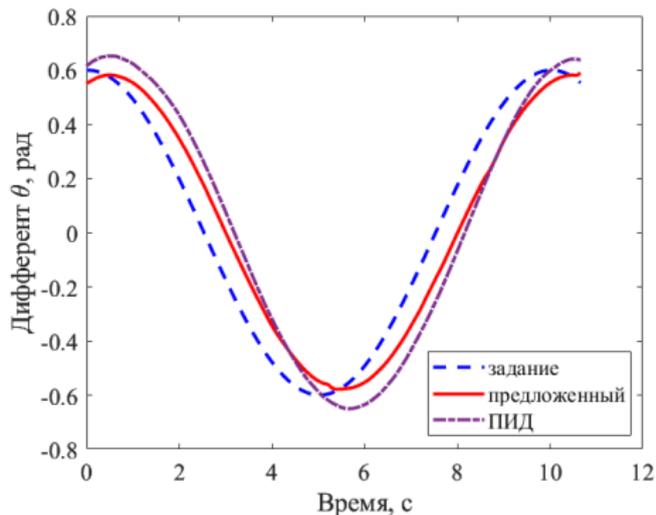


Рис. 9: Переходные процессы по θ , полученные при использовании предложенной системы управления и ПИД-регулятора для синусоидального задания

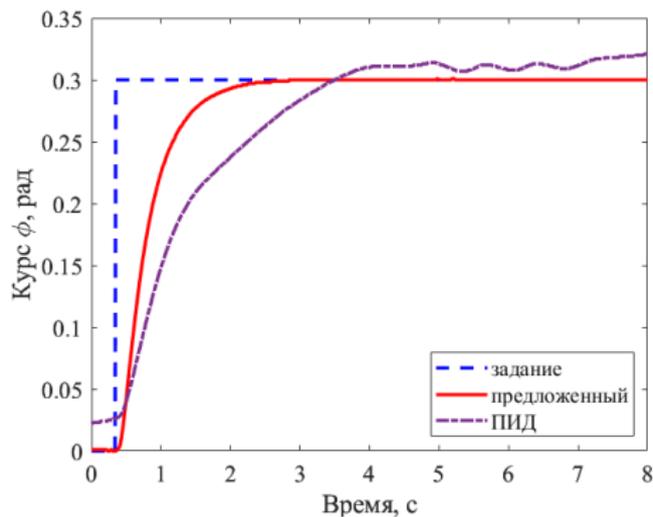


Рис. 10: Переходные процессы по ϕ , полученные при использовании предложенной системы управления и ПИД-регулятора для ступенчатого задания

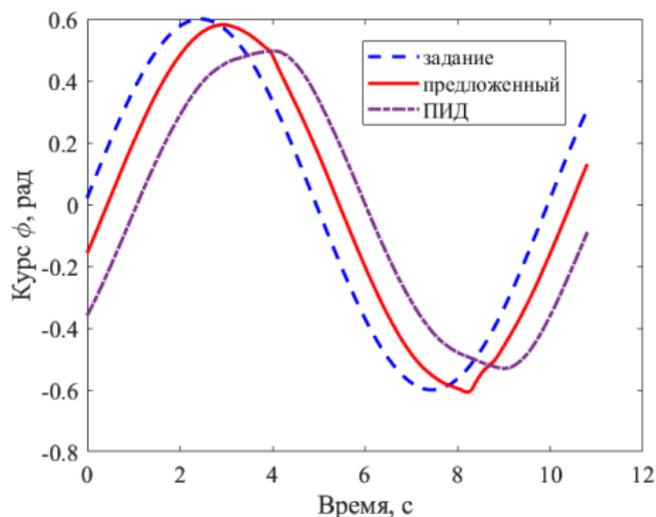


Рис. 11: Переходные процессы по ϕ , полученные при использовании предложенной системы управления и ПИД-регулятора для синусоидального задания

- 1 Для экспериментов был выбран БПЛА, подготовленный лабораторией 80 (масса: 1,47 кг, размер: 35 см x 35 см x 10 см). Эксперименты проводились на робототехническом полигоне.



- 2 Задача состояла в том, чтобы следить за ступенчатым задающим сигналом для углов Эйлера 0 градусов \rightarrow 10 градусов \rightarrow -10 градусов \rightarrow 0 градусов. Сравнение велось с двумя решениями на базе ПИД-регуляторов и решения от лаборатории 37 на основе наблюдателя неопределенности.
- 3 Параметры предложенной системы управления:

$$k_{1x} = -10, k_{2x} = -1.5, k_r = 10, l = 8, b = 60.$$

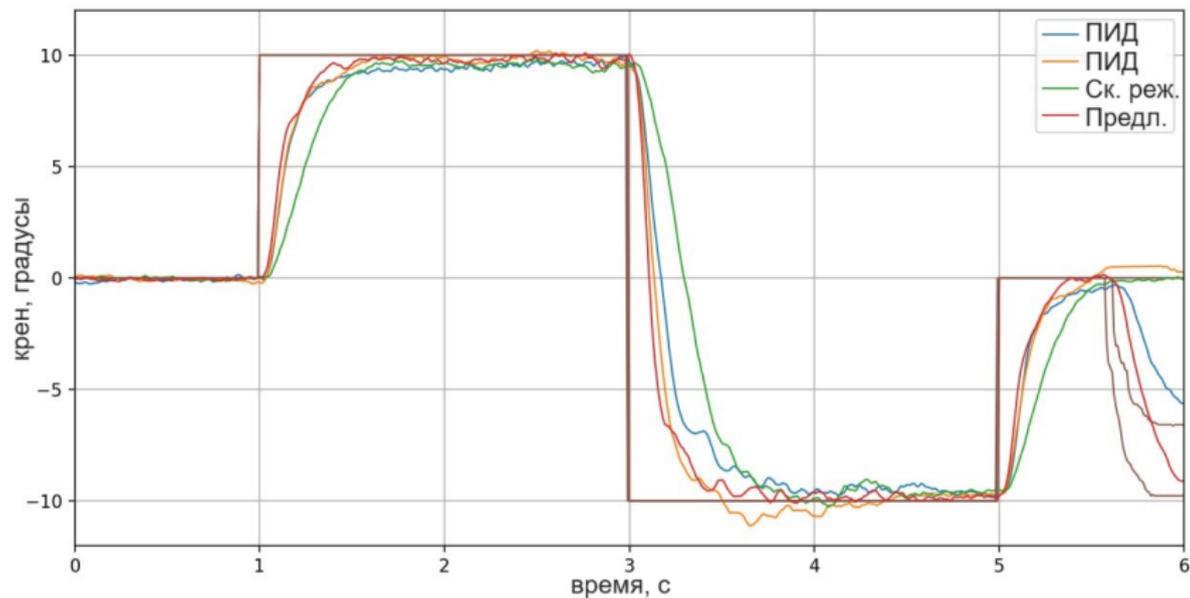


Рис. 12: Переходные процессы по крену ψ

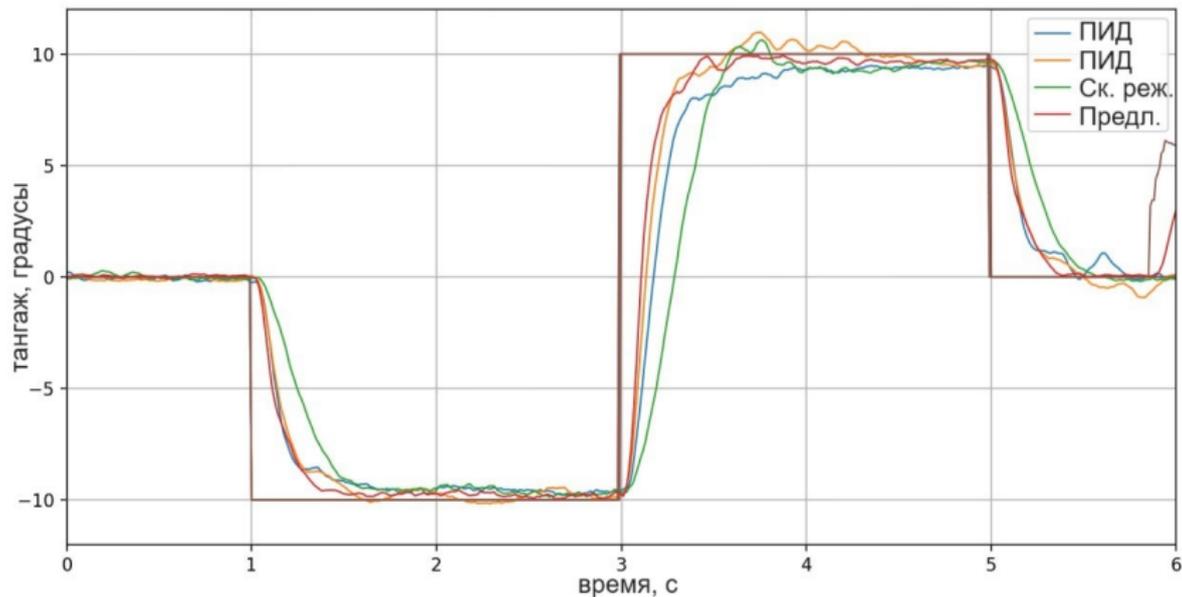


Рис. 13: Переходные процессы по тангажу θ

- 1 Была разработана система управления ориентацией НПА/БПЛА, которая, в отличие от многих известных решений, имеет всего четыре гиперпараметра для каждого элемента вектора состояния объекта.
- 2 Было доказано, что ошибка слежения экспоненциально сходится к компактному (шару), радиус которого можно регулировать выбором одного из вышеупомянутых гиперпараметров.
- 3 Проведенные эксперименты показали преимущества предложенной системы управления по сравнению с известными решениями.

Спасибо за внимание !