Школа Александра Петровича Курдюкова: становление и развитие

В честь 75-летия со дня рождения
Александра Петровича Курдюкова

23 мая 2023 года

КУРДЮКОВ Александр Петрович
13.05.1948 – 30.11.2018

Научная преемственность
(анизотропийная теория)

Середина 1990-х – ...

Владимиров И.Г., Курдюков А.П., Семенов А.В.

Начало 2000-х – ...

Максимов Е.А., Тимин В.Н., Чайковский М.М.

Начало 2010-х – ...

Белов А.А., Кустов А.Ю., Юрченков А.В., Андрианова О.Г.

Вторая половина 2010-х – ...

Бойченко В.А., Белов И.Р.

Подготовка научных кадров
(тема – анизотропийная теория):

Защиты диссертаций учеников, аспирантов и коллег Александра Петровича в школе по анизотропийной теории

Максимов Е.А.:	студент → сотрудник → к.ф.-м.н.
Чайковский М.М.:	студент → сотрудник → к.ф.-м.н. → д.т.н.
Белов А.А.:	студент → сотрудник → к.ф.-м.н. → д.ф.-м.н.*
Кустов А.Ю.:	студент → сотрудник → к.ф.-м.н.
Андрианова О.Г.:	студент → сотрудник → к.ф.-м.н.
Юрченков А.В.:	студент → сотрудник → к.ф.-м.н.
Бойченко В.А.:	сотрудник → к.ф.-м.н.*
Белов И.Р.:	студент → сотрудник → к.ф.-м.н.*

Работа по подготовке докторской диссертации шла и у Тимина В.Н., скоропостижно ушедшего от нас в 2022 г.

*защиты после ухода из жизни Александра Петровича

Первая половина 1990-х гг.

Заложение основ анизотропийной теории.

Основатель теории: Владимиров И.Г.
У истоков с самого начала: Курдюков А.П. и Семенов А.В.

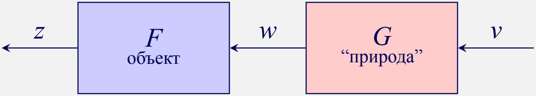
Основная идея – описать внешние возмущения, действующие на линейную систему, и соответствующий ей функционал качества с тем, чтобы наиболее естественным образом (с теоретико-информационных позиций) “охватить” весь пласт задач между $\mathbf{H}_2$- и $\mathbf{H}_\infty$-теориями управления

В качестве фундамента – понятия количества информации и энтропии непрерывных распределений, энтропийный интеграл в $\mathbf{H}_\infty$-управлении, решения классических задач $\mathbf{H}_2$- и $\mathbf{H}_\infty$-управления и т.д.

В качестве первых результатов – понятия стохастической нормы, анизотропийного функционала, κ-анизотропии

Середина 1990-х гг.

Первые статьи (1994–1996 гг.)



Формирующий фильтр G : с.г.б.ш. $V \to W$, где $G \in \mathbf{H}_2^{m\times m} \setminus \{0\}$ имеет квадратично-суммируемую импульсную переходную функцию, т.е.

$$w_k = \sum_{j\geqslant 0} g_j v_{k-j}, \quad G(z) = \sum_{k\geqslant 0} g_k z^k, \quad z \in \mathbb{C},\ |z| < 1 \tag{1a}$$

$$g_k \in \mathbb{R}^{m\times m}, \quad \|G\|_2 = \left(\sum_{k\geqslant 0} \operatorname{tr}(g_k g_k^{\mathrm{T}}) \right)^{1/2} < +\infty \tag{1b}$$

Середина 1990-х гг.

Первые статьи (1994–1996 гг.)

Анизотропийный функционал:

$$\overline{\mathbf{A}}(G) = -\frac{1}{4\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \ln\det\left(\frac{m\widehat{G}(\omega)(\widehat{G}(\omega))^*}{\|G\|_2^2}\right) d\omega \qquad (2)$$

где $\widehat{G}(\omega) = G(e^{i\omega})$

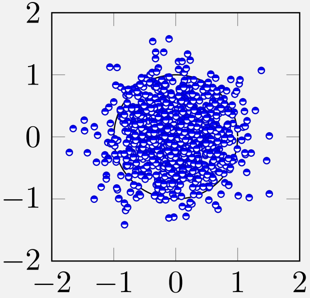
Можно проводить интерпретацию $\overline{\mathbf{A}}(G)$ как теоретико-информационную меру отклонения шума $W = GV$ от стандартного г.б.ш. V

Середина 1990-х гг.

Первые статьи (1994–1996 гг.)

Частный случай: $G(z) = I_m$, т.е. w – г.б.ш.

$$\overline{\mathbf{A}}(G) = -\frac{1}{4\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \ln\det(I_m)d\omega = 0 \tag{3}$$



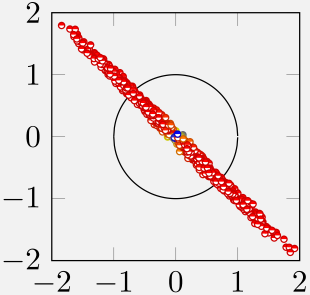
Пример возмущения-выхода фильтра G : $\overline{\mathbf{A}}(G) \approx 0$

Середина 1990-х гг.

Первые статьи (1994–1996 гг.)

Частный случай: $\operatorname{rank} \widehat{G}(\omega) = \dim(\operatorname{im} \widehat{G}(\omega)) < m$

$$\overline{\mathbf{A}}(G) = -\frac{1}{4\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \ln\det\left(\frac{m\widehat{G}(\omega)(\widehat{G}(\omega))^*}{\|G\|_2^2}\right) d\omega \to +\infty \qquad (4)$$



Пример возмущения $W = GV$, где $\overline{\mathbf{A}}(G) \gg 0$

Середина 1990-х гг.

Первые статьи (1994–1996 гг.)

Линейная система (вход-выходные соотношения):

$$z_k = \sum_{j\geqslant 0} f_j w_{k-j}, \quad F(z) = \sum_{k\geqslant 0} f_k z^k, \quad z \in \mathbb{C},\ |z| < 1 \tag{5}$$

Стохастическая норма (в смысле распределения P):

$$\|F\|_P = \lim_{N\to+\infty} \sqrt{\mathbf{E}_P\left(\frac{|Z_{0:N}|^2}{|W_{0:N}|^2}\right)} \tag{6}$$

где

$$W_{0:N} = (w_0^{\mathrm{T}},\ w_1^{\mathrm{T}},\ \ldots,\ w_N^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}} \tag{7a}$$

$$Z_{0:N} = (z_0^{\mathrm{T}},\ z_1^{\mathrm{T}},\ \ldots,\ z_N^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}} \tag{7b}$$

Середина 1990-х гг.

Первые статьи (1994–1996 гг.)

κ-анизотропия:

$$\underline{\mathbf{A}}(\kappa, F) = \inf_{G \in \mathbf{H}_2^{m\times m}\setminus\{0\}} \{\overline{\mathbf{A}}(G) : \ \|F\|_G \geqslant \kappa\} \tag{8}$$

Связь с энтропийным интегралом (своего рода принцип двойственности):

$$\boxed{J(\gamma, F) \to \inf_F \quad \Leftrightarrow \quad \underline{\mathbf{A}}(\kappa, F) \to \sup_F} \tag{9}$$

где

$$J(\gamma, F) = -\frac{1}{4\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \ln\det\Big(I_n - \gamma^{-2}(\widehat{F}(\omega))^* \widehat{F}(\omega)\Big)\, d\omega \tag{10}$$

Середина 1990-х гг.

Первые статьи (1994–1996 гг.)

Множество формирующих фильтров:

$$\mathbb{G}_a = \{G \in \mathbf{H}_2^{m\times m} : \overline{A}(G) \leqslant a\} \tag{11}$$

Анизотропийная норма:

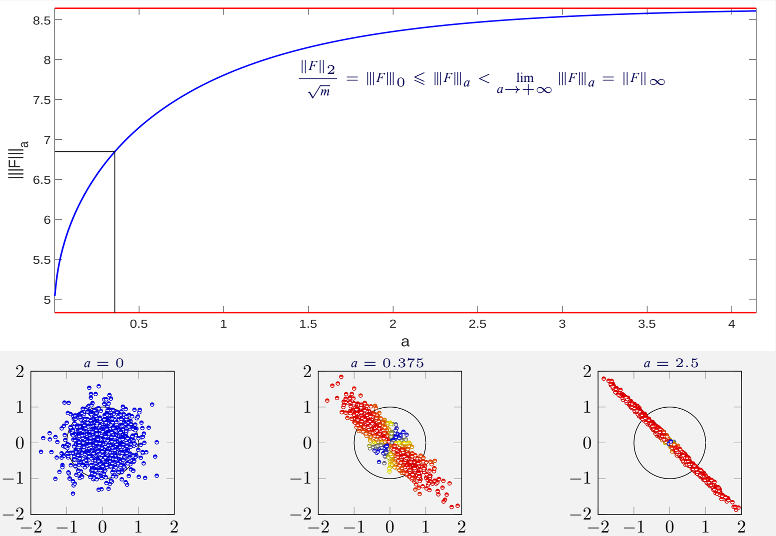
$$|\!|\!| F |\!|\!|_a = \sup_{G \in \mathbb{G}_a} \frac{\|FG\|_2}{\|G\|_2} \tag{12}$$

Свойство:

$$\frac{\|F\|_2}{\sqrt{m}} = |\!|\!| F |\!|\!|_0 \leqslant |\!|\!| F |\!|\!|_a < \lim_{a\to+\infty} |\!|\!| F |\!|\!|_a = \|F\|_\infty \tag{13}$$

Середина 1990-х гг.

Первые статьи (1994–1996 гг.)



1996 г.

Основополагающие работы (IFAC, 1996 г.)

① Вычисление анизотропийной нормы линейной дискретной стационарной системы

[Vladimirov I.G., Kurdjukov A.P., and Semyonov A.V. On Computing the Anisotropic Norm of Linear Discrete-Time-Invariant Systems // Proc. 13th World Congress of IFAC, 1996, San Francisco USA, 30 June – 5 July. Vol. 29, No. 1, pp. 3057–3062.]

② Получение формул в пространстве состояний для оптимального анизотропийного регулятора

[Vladimirov I.G., Kurdjukov A.P., and Semyonov A.V. State-Space Solution to Anisotropy-Based Stochastic H_∞-Optimization Problem // Proc. 13th World Congress of IFAC, 1996, San Francisco USA, 30 June – 5 July. Vol. 29, No. 1, pp. 3816–3821.]

Результаты этих двух статей определили на годы дальнейшие направления исследований по анизотропийной теории

1996 г.

Основополагающие работы (IFAC, 1996 г.)

① Вычисление анизотропийной нормы линейной дискретной стационарной системы

Опорный результат: представитель множества “наихудших” формирующих фильтров

$$\mathbb{G}_a^{\diamond} = \operatorname*{arg\,max}_{G \in \mathbb{G}_a} \frac{\|FG\|_2}{\|G\|_2} \tag{14}$$

имеет спектральную плотность

$$S(\omega) = (I_m - q\widehat{F}^*(\omega)\widehat{F}(\omega))^{-1} \tag{15}$$

где $q \in (0; \|F\|_\infty^{-2})$ – решение специального уравнения

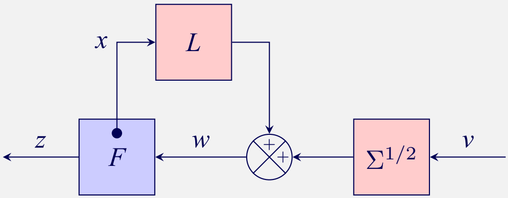
1996 г.

Основополагающие работы (IFAC, 1996 г.)

1 Вычисление анизотропийной нормы линейной дискретной стационарной системы

В пространстве состояния такой фильтр имеет вид

$$w_k = Lx_k + \Sigma^{1/2} v_k \tag{16}$$



Основополагающие работы (IFAC, 1996 г.)

① Вычисление анизотропийной нормы линейной дискретной стационарной системы

Анизотропийная норма системы F вычисляется по формуле

$$|||F|||_a = \sqrt{\frac{1}{q}\left(1 - \frac{m}{\operatorname{tr}(LPL^{\mathrm{T}} + \Sigma)}\right)} \tag{17}$$

где

$$R = A^{\mathrm{T}}RA + qC^{\mathrm{T}}C + L^{\mathrm{T}}\Sigma^{-1}L \tag{18a}$$

$$\Sigma = (I_m - qD^{\mathrm{T}}D - B^{T}RB)^{-1} \tag{18b}$$

$$L = \Sigma(B^{\mathrm{T}}RA + qD^{\mathrm{T}}C) \tag{18c}$$

$$P = (A + BL)P(A + BL)^{\mathrm{T}} + B\Sigma B^{\mathrm{T}} \tag{18d}$$

$$-\frac{1}{2}\ln\det\left(\frac{m\Sigma}{\operatorname{tr}(LPL^{\mathrm{T}} + \Sigma)}\right) = a \tag{18e}$$

1996 г.

Основополагающие работы (IFAC, 1996 г.)

② Получение формул в пространстве состояний для оптимального анизотропийного регулятора

Задача: найти такой регулятор $K \in \mathcal{K}$, что

$$\|F_{cl}(K)\|_a = \sup_{G \in \mathbb{G}_a} \frac{\|F_{cl}(K)G\|_2}{\|G\|_2} \searrow \inf_K \tag{19}$$

Седловая точка (K_*, G_*):

$$K_* \in \mathcal{K}^\diamond(G) = \operatorname*{Arg\,min}_{K \in \mathcal{K}} \|F_{cl}(K)G\|_2, \quad G \in \mathbb{G}_a \tag{20a}$$

$$G_* \in \mathbb{G}_a^\diamond(K) = \operatorname*{Arg\,max}_{G \in \mathbb{G}_a} \frac{\|F_{cl}(K)G\|_2}{\|G\|_2}, \quad K \in \mathcal{K} \tag{20b}$$

Начиная с 2000-х гг. – ...

Максимов Евгений Александрович:

- достаточные условия робастной устойчивости системы с неопределенностью, ограниченной в анизотропийной норме
- задача синтеза оптимального анизотропийного регулятора для системы со структурированной неопределенностью
- необходимые и достаточные условия ограниченности анизотропийной нормы системы заданным значением
- исследование связи задачи синтеза анизотропийных регуляторов с классическими задачами оптимального управления

Начиная с 2000-х гг. – ...

Чайковский Михаил Михайлович:

● вычислительный метод гомотопии для решения задачи синтеза оптимального анизотропийного регулятора для системы со структурированной неопределенностью

● необходимые и достаточные условия ограниченности анизотропийной нормы системы заданным значением в терминах линейных матричных неравенств (ЛМН)

● решение задачи анизотропийного анализа методами выпуклой оптимизации и ЛМН

Начиная с 2000-х гг. – ...

Чайковский Михаил Михайлович:

- решение задач синтеза субоптимальных и γ-оптимальных анизотропийных регуляторов, в том числе заданного порядка и заданной структуры, методами выпуклой оптимизации и ЛМН
- задачи размещения полюсов замкнутой системы с анизотропийным регулятором
- задачи синтеза многоканального анизотропийного управления
- задачи синтеза анизотропийного управления для заданного конечного множества систем

Начиная с 2000-х гг. – ...

Чайковский Михаил Михайлович:

- задача синтеза анизотропийного управления для нестационарной системы на конечном временном интервале
- критерий ограниченности анизотропийной нормы системы с дробно-линейной структурированной неопределенностью в терминах ЛМН
- задачи синтеза робастных анизотропийных регуляторов для систем с дробно-линейной структурированной неопределенностью, в том числе с робастным размещением полюсов замкнутой системы

Начиная с 2000-х гг. – ...

Чайковский Михаил Михайлович:

- задача построения робастного анизотропийного оценивателя для системы с дробно-линейной структурированной неопределенностью
- синтез анизотропийных ПИД регуляторов для задач стабилизации и слежения
- задача синтеза адаптивного анизотропийного управления с явной эталонной моделью

Начиная с 2000-х гг. – ...

Тимин Виктор Николаевич:

- обратная задача анизотропийного анализа
- решение задач субоптимального и γ-оптимального анизотропийного оценивания методами выпуклой оптимизации как для стационарных систем, так и для нестационарных систем на конечном временном интервале
- решение многоканальных задач анизотропийного оценивания

Начало 2010-х гг. – ...

Белов Алексей Анатольевич:

- задачи анизотропийного анализа и синтеза анизотропийных регуляторов для дескрипторных систем
- задача робастного размещения полюсов для систем с политопическими неопределенностями
- задача робастного управления и подавления внешних возмущений в параметрически-неопределенных линейных системах
- вычисление анизотропийной нормы дескрипторной системы методами выпуклой оптимизации
- синтез субоптимальных анизотропийных регуляторов для дескрипторных систем на основе ЛМН

Начало 2010-х гг. – ...

Кустов Аркадий Юрьевич:

● исследование зависимости анизотропийной нормы от статистических моментов случайных векторов, образующих внешнее возмущение

● задача синтеза анизотропийного регулятора для стационарных и нестационарных систем в условиях нецентрированного внешнего возмущения

● задача вычисления анизотропийной нормы системы с мультипликативными шумами и условия ее ограниченности

● задача анизотропийного оценивания для систем с мультипликативными шумами

Начало 2010-х гг. – ...

Андрианова Ольга Геннадьевна:

- задача анизотропийного анализа робастного качества для дескрипторных систем, условия ограниченности анизотропийной нормы дескрипторной системы
- вычисление анизотропийной нормы дескрипторной системы при нецентрированном внешнем возмущении
- синтез оптимальных анизотропийных регуляторов для дескрипторных систем
- неитерационное решение задачи робастного анизотропийного анализа и управления для дескрипторных систем с неопределенностями
- разработка подхода, основанного на решении уравнения Риккати, к решению задач анизотропийного управления для дескрипторных систем

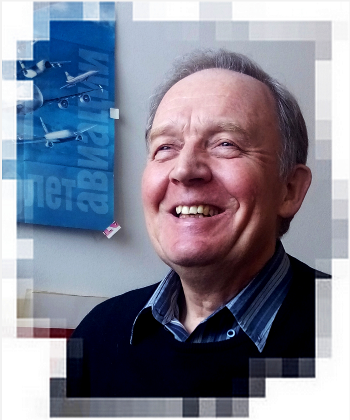
Начало 2010-х гг. – ...

Юрченков Александр Викторович:

- задача синтеза анизотропийного робастного регулятора при структурированной неопределенности объекта управления
- вывод условий ограниченности анизотропийной нормы системы с мультипликативными шумами, в том числе для нецентрированных внешних возмущений
- задача синтеза анизотропийного оценивателя для сетевых систем со случайными отказами
- разработка подхода к организации обмена данными для нестационарной сетевой системы с анизотропийным критерием качества

Вторая половина 2010-х гг. – ...

Бойченко Виктор Александрович:



- задача анизотропийного анализа при ненулевых начальных условиях
- задача вычисления нижней границы анизотропийной нормы линейной системы
- разработка спектральной ($\mathfrak{S}$-энтропийной) теории для линейных систем с окрашенными внешними возмущениями

Вторая половина 2010-х гг. – ...

Белов Иван Романович:

- задача анизотропийного анализа и анизотропийного оценивания для нестационарной системы с мультипликативными шумами, в том числе при проведении коррекции измеряемых данных
- исследование связи анизотропийного оценивателя с фильтром Калмана
- вычисление максимального порога окрашенности внешнего возмущения, допускающего использование $\mathbf{H}_2$-фильтра при заданной точности

Разное о научной деятельности коллектива

Александром Петровичем, его учениками и коллегами опубликовано

- всего – более 370 работ
- по тематике, связанной с анизотропийной теорией – более 180
- книг/монографий – 10

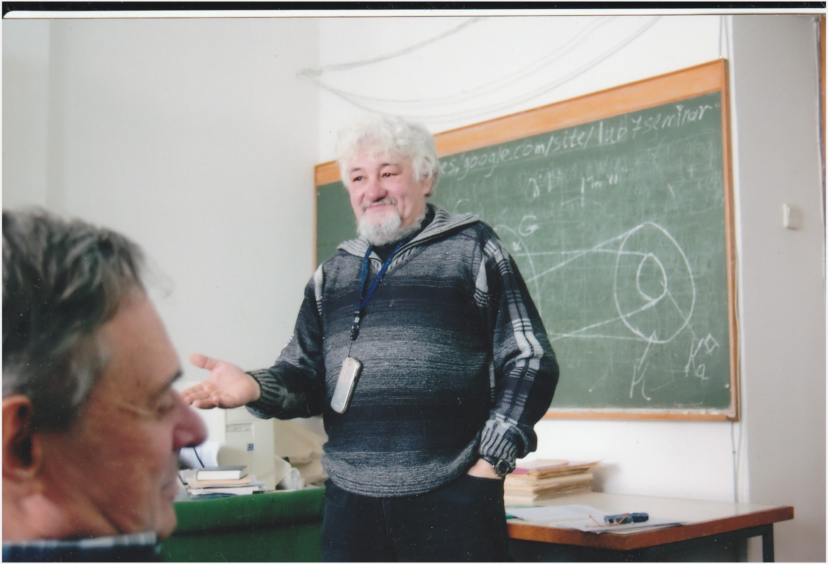
Также сделано более 200 выступлений на российских и международных научных конференциях высокого уровня

Александру Петровичу и его ученикам неоднократно присуждались премии им. Я.З. Цыпкина, А.М. Летова, В.С. Кулебакина

В 2013 г. Александру Петровичу в составе коллектива авторов была присуждена премия президиума РАН им. академика Б.Н. Петрова за серию работ по анизотропийной теории

Александр Петрович в фотографиях


9 5


es.google.com/site/lab7seminar

Спасибо за внимание!