

Марк Аронович Айзнерман

МАРК АРОНОВИЧ  
АЙЗЕРМАН

(1913 - 1922)



Марк Аронович  
АЙЗЕРМАН  
(1913–1992)

МАРК АРОНОВИЧ  
АЙЗЕРМАН

(1913–1992)



ФИЗМАТЛИТ  
Москва • 2003

ББК 22.1г  
М 25  
УДК 501

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Ф. Т. Алескеров, А. А. Дорофеев, И. Б. Мучник,  
Е. С. Пятницкий, Л. И. Розоноэр, А. Л. Чернявский, А. Н. Шубин

Марк Аронович Айзерман (1913–1992). — М.: Издательство Физико-математической литературы, 2003. — 318 с. — ISBN 5-94052-067-7

Специально для этого издания видные ученые — друзья, коллеги, ученики М. А. Айзермана подготовили воспоминания о нем и его роли в науке. Книга содержит многочисленные документы, а также полную библиографию трудов М. А. Айзермана.

Для специалистов, аспирантов, студентов, интересующихся историей науки.



ISBN 5-94052-067-7

© ИПУ РАН, 2003  
© Коллектив авторов, 2003

## Содержание

З. М. Лезина М. А. АЙЗЕРМАН (1913–1992). (Опыт биографии) .....	5
ТОЛЬКО ДОКУМЕНТЫ (Приложение к биографии) .....	21
СПИСОК НАУЧНЫХ ТРУДОВ М. А. АЙЗЕРМАНА .....	67
Е. С. Пятницкий РАБОТА М. А. АЙЗЕРМАНА ПО ТЕОРИИ РЕГУЛИРОВАНИЯ, ТЕОРИИ УСТОЙЧИВОСТИ ДВИЖЕНИЯ И ТЕОРИИ КОЛЕБАНИЙ .....	82
А. М. Касимов М. А. АЙЗЕРМАН И ПНЕВМОАВТОМАТИКА .....	105
Л. И. Розоноэр, И. М. Смирнова О РАБОТАХ М. А. АЙЗЕРМАНА ПО ТЕОРИИ ЛОГИЧЕСКИХ УСТРОЙСТВ .....	112
А. А. Дорофеев, И. Б. Мучник РАБОТА М. А. АЙЗЕРМАНА В ОБЛАСТИ РАСПОЗНАВАНИЯ ОБРАЗОВ И АНАЛИЗА ДАННЫХ .....	115
Е. А. Андреева, И. Б. Мучник В ПОИСКАХ АДЕКВАТНОГО ЯЗЫКА ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ПРИНЦИПОВ УПРАВЛЕНИЯ В ЖИВЫХ СИСТЕМАХ .....	160
Ф. Т. Алескеров РАБОТЫ М. А. АЙЗЕРМАНА В ТЕОРИИ ВЫБОРА .....	199
П. Ю. Чеботарев РАБОТА М. А. АЙЗЕРМАНА ПО ДИНАМИЧЕСКОМУ ГОЛОСОВАНИЮ .....	240
Л. И. Розоноэр КАКИМ Я ЕГО ЗНАЛ .....	244
И. М. Смирнова В ЛАБОРАТОРИИ МАРКА АРОНОВИЧА АЙЗЕРМАНА .....	252
ОТ РЕДКОЛЕГИИ .....	260
Е. А. Андреева, Л. А. Гусев Воспоминания об Ирине Михайловне Смирновой .....	261
В. К. Исаев М. А. АЙЗЕРМАН И ФИЗТЕХ .....	266
Ю. И. Неймарк Вместе с А. А. Андроновым (Отношения А. А. Андропова и М. А. Айзермана, какими я их видел, встречаясь с Марком Ароновичем) .....	289
ШТРИХИ К ПОРТРЕТУ .....	296

## От редакции

В истории науки об управлении есть немало блестящих имен ученых, живших и работавших в нашей стране. Среди них имя Марка Ароновича Айзермана (1913–1992) — одно из самых уважаемых и известных научным работникам всего мира. К Марку Ароновичу Айзерману еще при его жизни относились как к классику науки об управлении, заложившему основы многих ее глав. Удивительно многообразие проблем, над которыми работал М. А. Айзерман, — от абстрактных вопросов теории устойчивости до чисто инженерных проблем конструирования пневматических приборов и медицинских проблем лечения болезни Паркинсона. Его вклад в самые разные области науки — теорию автоматического регулирования, теорию распознавания образов, теорию принятия решений — является основополагающим.

Настоящая книга представляет собой попытку осветить главные аспекты жизни и деятельности М. А. Айзермана во всем ее многообразии. Скоро исполнится 90 лет со дня рождения М. А. Айзермана. И сейчас становится особенно ясной роль М. А. Айзермана и роль его школы в развитии науки об управлении в России. Мы надеемся, что книга будет интересна как людям, которым выпало счастье непосредственного общения с Марком Ароновичем, так и научным работникам, знающим имя М. А. Айзермана только по его работам.

**Благодарности.** Мы благодарим всех тех коллег и друзей Марка Ароновича как в России, так и за рубежом, которые хотели прислать свои статьи о нем для публикации в настоящем издании. Однако ограничения по объему не позволили нам принять эти предложения и даже включить некоторые уже готовые статьи.

Мы благодарим И. В. Прангишвили и Б. В. Павлова за помощь в издании книги.

Н. А. Андрушина, А. И. Кузина и К. М. Кулагина оказали большую помощь в подготовке статей; И. В. Лезина, С. Н. Глазунов и В. И. Якуба очень помогли при подготовке фотографий. При подготовке материалов мы пользовались архивом лаборатории им. М. А. Айзермана в Институте проблем управления РАН, который бережно хранит О. Е. Хуторская. Мы выражаем им искреннюю признательность.

З. М. Лезина

## 1. Начало

**В** жизни Марка Ароновича Айзермана отразился практически весь двадцатый век с его кипением страстей, взлетом научной мысли, техническим прогрессом, фабриками смерти и концлагерями, а также с его духовной, научной и культурной жизнью. И личная жизнь Марка Ароновича вобрала в себя и отразила очень многие аспекты этого времени.

М. А. Айзерман родился 24 мая 1913 года в г. Двинск Витебской губернии. Его будущий отец, молодой дантист, взял в жены Розу — одну из трех красавиц-дочерей известного двинского мецената Льва Марковича. Семья Марковичей, как и полагалось, была большой, шумной и очень дружной. Глава семьи был, видимо, человеком в Двинске довольно значительным. В семейном архиве Айзермана сохранилась фотография памятника, установленного благодарными горожанами на могиле Льва Марковича — деда М. А. Айзермана. Надпись на памятнике гласит, что памятник установлен благодарными горожанами высоко духовному, глубоко верующему человеку, который всегда вел праведный образ жизни и был видным меценатом города Двинска. Из этой семьи вышли ученые и рабочие, солидные чиновники и видные авиаконструкторы, в ней были узники гитлеровских и сталинских концлагерей, революционеры и герои войн.

В 1916 г., спасаясь от наступающих фронтов, семья Айзерман переехала в Саратов, а уже в 1918 г. они приняли приглашение младшего брата матери Марка Ароновича и переехали в голодную и полупустую тогда Москву, и с тех пор семья постоянно проживала в Москве.

Когда начала понемножку подниматься промышленность, отец Марка Ароновича получил пост московского представителя ленинградской фабрики «Красный треугольник», однако основным стержнем, духовным лидером и центром жизни

всей семьи была мать Марка Ароновича — Розалия Львовна. На протяжении многих лет, даже во время и после войны, даже в коммунальной квартире, где 11 человек — членов семьи жили в двух комнатах, всегда сохранялся огромный раздвижной семейный стол, за которым Розалия Львовна собирала на праздники всю семью. Там были рады всем — и родным, и просто друзьям и знакомым. Там умели вместе радоваться успехам каждого и вместе проходить через трудные времена. Эти встречи, как вехи, отмечали жизнь семьи, рост детей, появление внуков, образование новых семей. Именно там прошли детские и отроческие годы Марка Ароновича. К 10 годам он неплохо говорил и читал по-французски, понимал немецкий. В школьные годы неожиданно увлекся фехтованием. Однако бурные события, происходившие в стране, вносили свои коррективы. В солидном возрасте 14 лет Марк уходит из семьи, чтобы вместе со своим другом создать одну из первых в Москве жилищно-бытовых коммун «с литературным уклоном». В те тяжелые и очень яркие годы голодные и обездоленные мальчишки в холодном помещении, греясь у «буржуйки», вечерами страстно дискутировали о судьбах мировой литературы. Известно, что в коммуноу приезжал М. Горький и, посмеиваясь в усы, долго и серьезно беседовал с этими мальчишками. Они общались и с В. Маяковским. Похоже, что коммуна имела некоторое значение в литературной жизни Москвы, — сохранился автограф письма Николая Асеева Марку Айзерману и членам коммуны (мы приглашаем заинтересованного читателя обратиться к разделу «Только документы», где мы приводим документы, касающиеся жизни и деятельности М. А. Айзермана. Документ 1 — письмо Асеева).

Быть может, именно это страстное увлечение литературой, его безграничное уважение к Слову (плюс вдохновение и некоторый артистизм) и сделал в дальнейшем его лекции такими увлекательными. Когда объявлялись лекции Айзермана — безразлично где: в Институте проблем управления, в мэрии Неаполя, в Пекинском университете и т. п. — залы всегда были переполнены, а неутомяющий интерес слушателей превращал эти лекции в многочасовые дискуссии.

В юношеские годы в его жизнь вошли горы. В неполные 20 лет он был уже опытным инструктором альпинизма. В 1933 г. М. А. Айзерман был назначен одним из трех инструкторов, осуществлявших подготовку и проведение восхождения на Эльбрус первой многочисленной экспедиции. Во время мероприятия под названием «Альпиниада РККА» на восхождение отправилось 100 командиров Красной армии, в большинстве не имеющих специальной подготовки и опыта высокогорных восхождений. Колонна, где инструктором был Марк Айзерман, была самой многочисленной, они шли к точке встречи в Азау по наиболее сложному маршруту, включая почти отвесные стены, и, несмотря на очень

серьезные трудности, пришли в полном составе, не имея ни заболевших, ни оставших (см. документы 2–4).

Как и многие юноши того времени, Марк Айзерман мечтал о двух вещах: о самолетах и автомобилях. В Ленинградский авиационный институт его не приняли по состоянию здоровья (видимо сказались голодные годы той самой «жилищно-бытовой» коммуны), а вот автомобили надолго стали его профессией. Еще будучи студентом МВТУ им. Баумана, Марк Айзерман поступил на работу в НАТИ и активно включился в научные исследования (см. документы 5 и 6). Свои первые водительские права он получил в 1933 г., и любовь к автомобилю осталась на всю жизнь.

Уже в студенческие годы стал проявляться его талант исследователя, изобретателя, человека творческого, способного увлечь за собой других. Его студенческие разработки были внедрены и рекомендованы к производству, его диплом был рекомендован для защиты в качестве кандидатской диссертации. Он отказался от этой возможности, поступил в аспирантуру, которую закончил досрочно, защитив кандидатскую диссертацию. В это время в его жизнь вошли замечательные ученые — академик Н. Н. Лузин, профессор В. Г. Щипанов, а затем академик А. А. Андронов приняли его к себе в ученики. В те годы взаимоотношения между аспирантом и его руководителем становились подчас даже более чем дружескими. Это были скорее взаимоотношения отца и сына, Учителя и ученика. И эти ученые не просто руководили работой своих учеников, они вели их по жизни, учили, тщательно, как драгоценность, шлифовали грани их талантов и душ (см. документ 7). Они учили тех, кого они называли своими учениками, каждый день и час, каждую минуту своей жизни, учили своими действиями, поступками, своим творчеством, всей своей жизнью.

Вообще говоря, при всей сложности жизненных ситуаций, Марку Ароновичу очень везло, по крайней мере в одном отношении, — в его жизни было много счастливых встреч с необычайно талантливыми и благородными людьми. Создавалось такое впечатление, что он притягивал к себе этих удивительных, вдохновенных людей, либо что Судьба как бы специально готовила для него эти встречи. Он всю жизнь очень гордился дружбой с ними. Так уж сложились обстоятельства, что все три его Учителя в большей или меньшей степени пострадали в период сталинских репрессий. Марк Аронович был рядом с ними, делал все возможное, чтобы помочь, облегчить их судьбу. Он сумел спасти и всю жизнь хранил спасенные им «опальные труды» своих Учителей, до конца жизни надеясь, что возникнет возможность их издать. Куда бы ни переезжала семья, будь то эвакуация или многократные переезды с одной квартиры на другую, всегда прежде всего перевозились «главные папки». Эти огромные папки заказывались

специально у частного переплетчика и хранились как самая главная драгоценность семьи.

В 1939 г. Марк Айзерман уже был принят в докторантуру Института автоматики и телемеханики (ИАТ), его жизнь была полна интереснейших проектов и планов. К этому времени он был уже женат, и в семье появилась первая дочь Риточка. В небольшой комнате в «коммуналке» он и по ночам продолжал работать. И в этой комнате, так же как и во всех последующих, основное, почетное место всегда занимал огромный письменный стол. А в семье существовало два великих «табу» — после ужина «папы нет» и «на письменном столе никогда ничего не трогать». Трудно сказать, как сложилась бы судьба молодого ученого — финансовое положение семьи в это время было крайне тяжелым — если бы не его Учителя. Они оба (и Н. Н. Лузин, и В. Г. Щипанов) каждый самостоятельно написали в Академию наук рекомендации (или как тогда говорили — отношения) о присуждении Марку Айзерману крайне престижной и довольно редко присуждаемой в те годы Сталинской стипендии (см. документ 8). Именно получение этой повышенной стипендии и дало возможность Айзерману продолжать научную работу.

Уже через два месяца после защиты Айзерманом кандидатской диссертации сначала в научной, а затем и в центральной печати была развернута резкая критика того принципиально нового направления, одним из авторов которого был В. Г. Щипанов и которое сегодня принято называть теорией инвариантности. Айзерман сделал решительную попытку защитить своего учителя. Он написал письмо председателю комиссии, которая работала в Институте в связи с «делом Щипанова» — академику О. Шмидту. Мы имеем некоторые основания полагать, что начавшаяся война и связанная с этим неразбериха в какой-то степени спасли жизнь как В. Г. Щипанову, так и его несколько зарвавшегося защитнику (по делу Щипанова не возникло, к счастью, никаких жестких «оргвыводов», однако сам Щипанов вынужден был уйти из ИАТа).

К началу войны Айзерман был в докторантуре и имел освобождение от службы в действующей армии (тогда это называлось «броня»). Однако никому не сказав об этом ни слова, он ушел добровольцем на фронт. Как потом вспоминал сам Марк Аронович, он оказался в действующей армии в один из самых трудных моментов войны и прошел со своей частью с боями весь путь отступления вплоть до Харькова. Сохранилась единственная фотография Марка Ароновича в полевой форме, сделанная где-то на полустанке. Этой фотографией он прощался с семьей, с горячо любимой маленькой дочерью. Он уже понимал, что война будет долгой и очень трудной. Энтузиазм первых дней войны уже перерос в понимание многих серьезных проблем. Он сразу же получил звание инженер-капитана и был назна-

чен заместителем командира танкового полка. В его ведении находились вся техническая часть, включая и танки этого полка, а уже первые бои показали их неподготовленность к ведению боя с таким противником, каким была в то время гитлеровская армия.

После тяжелых боев под Харьковом практически разбитая часть была отправлена на переформирование в Сибирь. Там уже работали серьезные кадры, разбирались с каждым офицером в отдельности. Шел отбор специалистов, и инженер-капитан Айзерман был назначен руководителем научного подразделения на научно-испытательный бронетанковый полигон, расположенный под Москвой в местечке Кубинка. Этот полигон существует там и по сей день. В те военные годы он принадлежал Ставке Верховного Главнокомандования, подчинялся, практически, лично Жукову и Сталину. Именно туда свозились поврежденные немецкие, а затем и союзнические и разбитые советские танки, именно там проводились испытания и доводка новых моделей советских танков (см. документы 9–11).

В конце войны в Кубинку из эвакуации смогла приехать и семья, а летом 1945 года родилась вторая дочь. Марк Аронович назвал ее Зоя, что в переводе с греческого означает «жизнь». Он понимал, что жизнь только начинается. Однако ему еще предстояло демобилизоваться из армии. Он уже был восстановлен в докторантуре, правда, пока в заочной. Но ему понадобилось два года и вмешательство директора ИАТа — в то время институтом руководил член-корреспондент АН СССР генерал-майор Коваленков. Быть может, именно его ходатайство, вмешательство академика А. А. Андропова и неожиданно сильно разозлившийся туберкулез, привезенный Айзерманом с фронта (так называемый «окопный»), помогли решить его судьбу — он снова в докторантуре, у него совершенно удивительный Учитель — академик Александр Александрович Андронов. И с этого времени с этим человеком и с этим институтом Марк Аронович навсегда связал свою очень непростую судьбу.

## 2. В одной строке вся жизнь

Нет необходимости подробно перечислять здесь дальнейшие события жизни М. А. Айзермана, поскольку эту работу выполнил сам Марк Аронович, рассказав о них и о своей работе вплоть до 1964 г. в своей Автобиографии. Он обладал удивительной способностью ответственно и с интересом относиться даже к самым, казалось бы, формальным вещам, даже к таким, которые все мы давно считаем «лоттисками». В личном деле Айзермана сохранилась его Автобиография, а также листок по учету кадров, где сам Айзерман перечислил то, что принято называть

«трудова́я де́ятельность». Оба эти документа мы и предлагаем вниманию читателей (документы 12 и 13).

Именно в последней строке листка по учету кадров в п.13 «Трудовая деятельность» «с 1947 г. по наст. время» заключена вся огромная жизнь ученого. И эта жизнь включила в себя взлеты и падения, открытия и мучительный поиск, встречи с прекрасными, вдохновенными людьми — словом все то, что и составляет предмет данной книги.

Попробуем несколькими крупными мазками отметить наиболее (с нашей точки зрения) существенные этапы — «вехи» жизни Марка Айзермана.

В 1946 г. на небольшом клочке бумаги академик А. А. Андронов написал в дирекцию института обращение с просьбой перевести М. А. Айзермана на должность заведующего отделом — так в то время именовались научные лаборатории (см. документы 14–17). И с этого момента в жизнь Айзермана навсегда входит это удивительное понятие — Лаборатория. Именно так, всегда с большой буквы, он произносил это слово. Лаборатория — его пожизненная любовь, его боль, его слава, его мука и его пожизненная ответственность за «всё и вся» в этой Лаборатории (см. документ 18). Ответственность за судьбы доверившихся ему людей, за их творчество, за их талант и за то, что все они называли «климатом Лаборатории». Через эту Лабораторию в разное время прошли талантливые ученые, ставшие в дальнейшем известными и получившие мировое признание, равно как и практически мало известные, но обладающие солидным весом в узком кругу специалистов. Каждый, кто получал эту честь — стать членом Лаборатории, всегда вспоминал это время с глубокой благодарностью.

Это было всегда объединение единомышленников, горевших одной идеей — работой. Многие, ощутив способность к самостоятельной работе либо желание администрировать, уходили. Так создавались новые научные подразделения, однако связи с Лабораторией они сохраняли навсегда. В разное время в этой Лаборатории работали академики А. А. Андронов, Б. Н. Петров, В. А. Трапезников, Я. З. Цыпкин, такие ученые как Э. М. Браверман, Б. Я. Коган, А. В. Малишевский, С. М. Меерков, М. В. Мееров, А. А. Таль и многие, многие другие.

Марк Айзерман обладал совершенно особым, нечасто встречающимся талантом — он органически не мог и не считал правильным для ученого длительное время работать в одной и той же области. Он полагал, что задача истинного ученого в том, чтобы открывать новые области исследования, доводить до разработчиков, а самому переходить в новую еще не исследованную область науки. Он просто органически не мог всю жизнь «вытаптывать один и тот же газон». На протяжении жизни Марк Аронович занимался теорией регулирования двигателей, теорией механизмов поворота танков, теорией автоматического

регулирования, теорией конечных автоматов, теорией распознавания образов, пневматикой и пневмоникой, бионикой, теорией выбора и др. В каждом научном направлении ему и его сотрудникам принадлежат основополагающие труды, в каждом из этих направлений он за несколько лет успевал поднять уровень работ в исследуемой области знания как в стране, так и в мировой науке. А когда наступала пора собирать плоды своих трудов, когда начинали приходить премии и награды, ему становилась неинтересной деятельность в данной области, и он резко менял направление исследований. В связи с этим менялся и состав Лаборатории (см. документы 19 и 20). Все это создавало трудности в жизни весьма неординарного коллектива. На всех этапах жизни Лаборатории Марка Ароновича окружали талантливые и яркие люди, но, вместе с тем, при руководстве такой Лабораторией Марку Ароновичу приходилось заниматься не только чисто научными проблемами, но и вопросами взаимоотношений между людьми. При всей его мудрости, при всем знании людей и умении контактировать с ними Марку Ароновичу было сложно в одиночку справиться со всем многообразием возникающих в Лаборатории «бытовых» проблем. Однако и здесь судьба подарила двух прекрасных помощников, без которых сегодня уже невозможно представить себе жизнь и развитие Лаборатории.

Речь идет о Галине Тарасовне Березовец (1916–2001) и Ирине Михайловне Смирновой (1918–2001). Трудно переоценить тот вклад, который эти самоотверженные женщины внесли в жизнь Лаборатории. В разное время и в разных условиях они несли на своих плечах огромную ношу всех внутренних проблем и дел.

Галина Тарасовна пришла в Лабораторию почти сразу же после войны. Она прошла вместе с Айзерманом и его сотрудниками весь сложный путь становления и развития этого необычного научного коллектива. Именно она брала на себя все бесконечные хлопоты о детских садах, путевках, больницах. Она вносила в жизнь Лаборатории в те трудные послевоенные годы остро необходимую струю заботы и женского участия.

Ирина Михайловна Смирнова — бессменный заместитель Айзермана, его правая рука на протяжении многих лет совместной работы. Это был столь редко встречающийся сплав математического дарования, глубочайшей эрудиции, энциклопедических знаний и чисто женского обаяния. Об Ирине Михайловне, о той важнейшей роли, которую играла эта хрупкая женщина в жизни каждого из очень непостоянных по характеру ученых Лаборатории, можно говорить бесконечно. Иногда мягко и легко, а временами достаточно твердо и требовательно Ирина Михайловна умела в каждой ситуации находить то единственно правильное решение, в котором нуджались окружающие ее люди. (Ей и ее судьбе посвящены большие заметки, которые публикуются в данной книге сразу же после ее статьи.)

А жизнь Лаборатории шла своим чередом. Лишь однажды на сравнительно короткий, но очень мучительный период Лаборатория перешла в другие руки. Это было время, когда Учитель и друг Айзермана, в то время сотрудник его лаборатории академик Александр Александрович Андронов был вынужден покинуть Москву. Местом его пребывания был определен г. Горький. Практически единственной ниточкой, связывавшей в те трудные годы Андропова с Москвой и институтом, был Марк Айзерман.

Айзерман был отстранен от руководства, и заведующим Лабораторией был назначен Борис Николаевич Петров. Об этом обстоятельстве ходило, да и сейчас ещё возникает довольно много разговоров. Однако сам Марк Аронович частенько говаривал, что он был даже рад тому обстоятельству, что Лаборатория перешла именно к Б. Н. Петрову. Он был уверен, что потеря им Лаборатории в то время была неизбежна, однако Петров хорошо понимал ценность такой лаборатории и сумел сохранить ее в полном составе, не пожертвовав никем. Марк Аронович неоднократно повторял, что, быть может, только Б. Н. Петров и мог это сделать.

После окончания войны Институт автоматики и телемеханики, только недавно вернувшийся из эвакуации, представлял собой небольшую группу ученых, воодушевленных одной идеей — восстановлением страны. Институтом руководил член-корреспондент АН СССР генерал-майор В. Н. Коваленков, и вся жизнь в институте продолжала носить «военный оттенок». Однако именно в это время в Институте возникло удивительное явление — «Андроновский семинар». Это было собрание ярких, в основном, молодых, горячих и очень талантливых людей. Двери были открыты, приходил мог любой желающий, но оставался далеко не каждый. Участвовать «на равных» в тех дискуссиях мог только очень образованный и одаренный человек. Этот семинар для многих стал «высшим образованием», он навсегда привил вкус к творчеству, открыл радость совместной научной работы. Именно туда, на этот семинар в Институт автоматики и телемеханики, приезжали со всего Союза люди, уже имеющие свои научные результаты и не боящиеся острой критики, но также и те, кто искал для себя новые интересные идеи и задачи. Там складывались новые научные коллективы, возникали постоянные научные контакты и дружба. Шли годы, менялась и расширялась тематика Лаборатории, рос институт, менялись директора. Судьбоносным для института и всех, кто там работал, стало назначение на должность директора Вадима Александровича Трапезникова. Этот человек обладал редко встречающимся талантом — талантом истинного руководителя науки. Он как никто умел понимать и ценить творческую обстановку, то что потом называли микроклиматом Института. Казалось, именно в этом он видел свою задачу как руководителя. Это было время «продовольственных заказов» и «талонов на товары первой необходимости», время, когда страх за

судьбы близких и депрессия охватывали многих активно работающих талантливых людей. А в институте сохранялась та необыкновенная обстановка творчества и взаимного уважения, о которой с восхищением рассказывали посещавшие институт гости.

Вадим Александрович очень тонко чувствовал и умел ценить эту творческую среду и тех ученых института, кто помогал ему создать и сохранить этот «крупкий цветок». И он знал, что в институте есть люди, на которых он может в этом вопросе опереться. Айзерману он доверял абсолютно; вообще взаимоотношения этих двух столь не похожих друг на друга, но объединенных общей целью ученых были сложными, но всегда доверительными. Мало кто знал, лишь немногие догадывались о том глубоком чувстве взаимного доверия, которое так помогало им на протяжении долгих и очень непростых лет. Многие из традиций, созданных в те годы, существуют в институте и поныне. Возможно, именно они и позволили институту удержаться на плаву в наше бурное время (доклад Айзермана о В. А. Трапезникове и отзыв В. А. Трапезникова об Айзермане мы приводим в документах 21 и 22).

А в семью Марка Ароновича неожиданно пришла беда — погибла старшая дочь. Это было так неожиданно, страшно, необъяснимо. Талантливая, очень грациозная девочка, она занималась хореографией, и ей прочили прекрасное будущее. Девочка пережила войну, эвакуацию, голод и лишения. Казалось, все самое страшное уже позади. Несчастье случилось до ужаса просто — возвращаясь из хореографической студии, переходя Остоженку, девочка сама шагнула под троллейбус. Все произошло так быстро, что никто ничего не успел сделать. По прошествии нескольких дней после похорон дочери Марк Аронович начал поиски водителя, который совершил наезд. Оказалось, что это был молодой парнишка, которому грозило очень тяжелое наказание — в то время еще действовали некоторые законы военного времени. Так уж сложилось, что практически сразу после похорон дочери Марк Аронович выступал в суде в защиту этого водителя. Именно он сумел найти свидетелей происшествия и доказать полную невиновность подсудимого. Водитель был освобожден в зале суда. На руках у Марка Ароновича оказались маленькая дочь и тяжело заболевшая от перенесенного горя жена.

И в это же время (1951 г.) продолжалась огромная работа в Лаборатории. Он писал книгу по автоматическому регулированию, готовил новый курс лекций, учился сам и учил других.

Летели годы, летели быстрее, чем хотелось бы. И все это время рядом с Марком Ароновичем был верный друг — его супруга Анна Наумовна. Они встретились в институте, вместе ходили в горы, вместе сдавали экзамены. Пожилились на втором курсе и не расставались до самого конца. И все долгие годы, которые принято называть жизнью и которым, собственно, и посвящена эта книга, она

стояла рядом с мужем, на равных, а иногда и в большей степени, принимая на себя удары судьбы. Они прошли вместе через «Шипановскую историю», ликвидацию отдела, которым руководил Шипанов, через допросы Лузина и высылку Андропова. Она была рядом, когда Айзерман потерял Лабораторию — смысл и цель его жизни. И взлеты судьбы, и поражения они всегда встречали вместе.

В студенческой среде ее с первого дня стали называть Анечка, и это имя осталось с ней навсегда. Анечка была маленькой хрупкой девушкой с детской фигуркой. Она едва доставала высокому Марку до плеча. Любимым развлечением в их группе было наблюдать, как на занятиях по физкультуре после команды «руки в стороны» Анечка легко проходила под рукой мужа. Однако эта маленькая женщина обладала сильным характером, несгибаемым мужеством и незаурядным талантом. Уже в тринадцать лет она была вынуждена зарабатывать на жизнь очень тяжелым трудом. И все-таки она сумела преодолеть все трудности и поступить в МВТУ им. Баумана. Окончив этот институт с отличием, она поступила в аспирантуру. В конце декабря 1940 г. родилась первая дочь Маргарита. Когда в первые дни войны Марк Айзерман ушел добровольцем на фронт, Анечка осталась одна с шестимесячной девочкой на руках. Она сумела не только спасти дочь, но и создать для всей семьи надежную базу в Башкирии, куда в середине войны перевезла погибавших на Урале от голода родителей мужа, а затем и жену брата мужа с новорожденной дочерью.

И так всю жизнь она легко и радостно спасала, помогала, щедро дая свою любовь и силу всем, кто в этом нуждался. Она отдавала последний кусок масла, полученный по карточкам, больному ребенку соседки, потому что «там сейчас нужнее», оставляя своих детей на скудном послевоенном пайке. Для нее не было «своих и чужих» — и радости, и горести были общими. Только однажды Анечке не хватило жизненных сил, и она тяжело заболела. Это случилось, когда погибла ее старшая дочь. От этой раны она так и не оправилась. И хоть ей не всегда удавалось справиться с собой, если дело касалось ее личных проблем, в тех случаях, когда людям требовалась помощь, в ней вдруг возникал мощный стержень силы и воли, и она забывала о себе.

Она всегда стремилась быть опорой и защитой для семьи, и в трудные моменты жизни именно она бывала эталоном мужества и мудрости. Уже в пожилом возрасте, когда в Москве случился путч и в город вошли танки, Марк Аронович и Анна Наумовна отдыхали под Москвой на даче. Все произошло совершенно неожиданно, и они оказались в небольшом дачном поселке, отрезанными от города, врачей, без продуктов, документов, денег. Когда, несмотря на введенное чрезвычайное положение и комендантский час, зять Айзермана В. И. Лезин добрался до них в надежде привезти их в Москву, они оба отказались. «Я в отпус-

ке, — сказал Марк Аронович, — и у них не хватит танков, чтобы испортить мне отпуск. Это на вас, молодежь, могут произвести впечатление танки. А я на них воевал и насмотрелся...» И они остались одни. Так они и запомнились: пожилой ученый и его Анечка вместе на пороге их дома в тени берез. Спокойно, с улыбкой, как-то даже привычно они смотрели вперед навстречу возможной опасности, а в двух километрах от их дома по трассе колонна за колонной по направлению к их родному городу медленно ползла бронетехника.

Анечка пережила мужа на шесть лет. Ее принципом стало — никому не причинять беспокойства и трудностей. И в солидном возрасте 85 лет она могла вечером позвонить и спросить: «Я знаю, у тебя проблемы. Чем я могу тебе помочь?» Это был их принцип жизни, достоинство было стержнем их существования. А уверенность в том, что «дома все в порядке», всю жизнь освобождала Марка Ароновича от очень многих жизненных проблем.

### 3. Дела и люди

Большую роль в жизни Айзермана сыграла встреча с Феликсом Рувимовичем Гантмахером, положившая начало их совместной работе и очень искренней, теплой дружбе, продолжавшейся до самой смерти Феликса Рувимовича. Необыкновенное дарование Гантмахера, его удивительное обаяние, мягкость, доброта, терпимость, такт и легкость в общении с людьми делали встречи с ним незабываемыми. Те, кому выпало столько работать, дружить или просто общаться с ним, навсегда запоминали этого необыкновенного человека. В личном архиве Айзермана все оттиски его работ были распределены им самим в три огромные папки. Написаны на этих папках, сделанные рукой Айзермана, гласят:

1. Оттиски работ до Гантмахера;
2. Оттиски работ с Гантмахером;
3. Оттиски работ после Гантмахера.

Так он сам видел свою жизнь в тот период.

Замечательные свойства характера Феликса Рувимовича делали его врожденным педагогом. Быть может, именно они и привели Гантмахера в появившийся в те годы Московский физико-технический институт, где им была создана существующая и поныне кафедра теоретической механики. Вскоре на эту кафедру в качестве второго лектора был приглашен Айзерман. Так начался новый, принципиально иной и очень важный для всей дальнейшей судьбы Марка Ароновича вид творческой деятельности — преподавание. Возникла идея создания своего, принципиально нового курса, вбирающего в себя всю основную гамму разработанных к тому времени аспектов механики. Были подняты все известные

курсы аналитической механики начиная с 1883 г., создана и скрупулезно изучена библиотека по механике. В результате этой работы появился новый взгляд на всю проблему преподавания теоретической механики, был разработан и опубликован курс «Классическая механика», который на протяжении многих лет читался в МФТИ. Эти лекции до сих пор помнят бывшие студенты, теперь уже далеко не молодые люди (см. документы 23–24).

Говоря об ученых, оставивших свой неизгладимый след в судьбе Марка Ароновича, нельзя не вспомнить о таком выдающемся ученом, каким был Анатолий Исаакович Лурье. Встреча с Лурье имела совершенно особое значение в жизни Айзермана. Они виделись нечасто — Лурье жил в Ленинграде, а Айзерман в Москве. Однако оба подолгу и с удовольствием проводили вечера за дружескими беседами в те редкие моменты, когда им удавалось встретиться в спокойной домашней обстановке. Там обсуждалось все — и ситуация в стране, и обстановка в Академии наук, и сложные научные проблемы. Там, в уютном и спокойном доме, удавалось найти нетривиальные решения многих проблем. Эта теплая дружба и глубоко искреннее понимание и участие в жизни друг друга долгие годы скрашивали очень непростую жизнь двух талантливейших ученых.

Одновременно с научной и преподавательской работой в ИАТе и МФТИ для Марка Ароновича стала открываться принципиально новая форма деятельности. Началась эта работа, видимо, после появления в лаборатории аспирантов из Азербайджана. В числе этих молодых ученых были Аскер Абдуллаев и Энвер Надафзов. Именно с их энергией и задором в жизнь Айзермана пришла новая волна — возникла и была осуществлена идея создания полного научно-промышленного комплекса. Был создан и до сих пор активно работает Научно-исследовательский и проектный институт НИПИНефтехимавтомат, промышленная база для разрабатываемых проектов и нефтяной полигон для опробования и последующего внедрения. Почти одновременно была создана и кафедра в Бакинском политехническом институте для подготовки кадров.

Так постепенно работа лаборатории вышла за рамки «академической» институтской деятельности (см. документ 25). Жизнь наполнилась бесконечными командировками, новыми встречами и новыми людьми. А теплая дружба с Аскером Абдуллаевым, создателем и первым директором НИПИНефтехимавтомата и всего научно-промышленного комплекса, продолжалась всю жизнь. Аскер Александрович любил повторять, что встреча и дружба с Марком Ароновичем стали во многом определяющими в его судьбе. Он всегда называл Марка Ароновича своим вторым отцом. Уже став маститым ученым, академиком, он всегда с большим пиететом говорил о своем учителе. Эти необычайно теплые, почти родственные отношения перешли и на следующие поколения двух семей.

Одно из самых невероятных и все же ожидаемых событий произошло в жизни Марка Ароновича в 1956 г., когда пришла, наконец, долгожданная «оттепель», и первая научная делегация получила возможность принять участие в работе международной конференции в Бельгии. Сейчас уже трудно себе представить, что означала в те годы возможность общения с учеными всего мира. И с этого момента жизнь действительно изменилась (см. документ 26, где мы приводим одну из многочисленных характеристик, без оформления которых, равно как и без сбора всех без исключения подписей на них, выезд ученого за рубеж был невозможен). В возрасте почти 50 лет Айзерман принимает решение срочно выучить английский язык (немецкий и французский, которые давали возможность переводить со словарем необходимые для работы статьи, уже не удовлетворяли). За неполных шесть месяцев был освоен с нуля английский, и появилась возможность самостоятельно читать свои доклады, участвовать в дискуссиях и общаться с учеными. Марк Аронович так бойко, быстро и радостно использовал эту свою новую возможность, что в дружеских кругах долго повторялась шутка Ричарда Беллмана: «Марк так хорошо говорит по-английски, что даже мы его не всегда понимаем».

Новые встречи, новые идеи, новые теперь уже совместные работы. Оказалось, что можно и нужно работать всем вместе, что наука, как и культура, не могут принадлежать одному государству, — это достояние всего мира. Командировка в Китай, а затем прием в аспирантуру китайских молодых ученых. Помощь поднимающейся после войны Китайской Народной Республике, длительная работа в Китае, отмеченная правительством Китая одной из высших наград — орденом Дружбы. Через много лет пришли и другие награды, титулы и звания (орден Знак Почета, орден Отечественной Войны, звание Заслуженного деятеля науки и техники, присуждение Ленинской премии), однако об этом первом ордене Марк Аронович, в общем-то довольно спокойно относившийся к знакам отличия, всегда говорил с особой теплотой. Так уж сложилась судьба, что через много лет одну из своих последних поездок Марк Аронович совершил в Китай. На его лекцию собрались его бывшие слушатели, аспиранты, ученики. Пожилые известные ученые, сами уже давно имеющие учеников, с огромной теплотой и благодарностью вспоминали те давние годы.

В 1961 г. в Москве состоялся первый конгресс Федерации по автоматическому регулированию ИФАС. Это было действительно знаменательное событие. Примерно с этого времени началась дружба с Ричардом Беллманом, Лотфи Заде и многими другими активно работавшими в то время в теории автоматического регулирования учеными Америки. Как это часто бывает, дружба между учеными переросла в нечто гораздо большее, в семье Беллманов Айзермана нежно любили и называли «дядя Марк» — *uncle Mark*.

И еще одна замечательная встреча и дружба, продлившаяся всю жизнь, — с Эдуардо Кайанелло (Eduardo Caianiello), одним из известнейших ученых Италии. Это было полное взаимопонимание, скорее братство двух прекрасных людей, так много переживших и так глубоко чувствовавших весь мир, его проблемы и его боль. Именно Кайанелло, уже в самом конце своей жизни, осуществил то, о чем они с Марком Ароновичем неоднократно говорили и о чем Марк Аронович мог только мечтать: он создал в Италии Международный научный центр по изучению новейших научных направлений, IIASS. Он сделал первую попытку собрать талантливых молодых ученых разных стран, чтобы они могли открывать для себя и распространять по всему миру новейшие достижения науки. Этот центр существует и сегодня, после ухода из жизни его основателя Эдуардо Кайанелло им руководит верный помощник и добрый друг Эдуардо — Мария Маринаро.

Одним из главных свойств характера Марка Ароновича была его неистребимая жажда нового. Обычно он определял поле деятельности, находил новое направление, разрабатывал как бы основной «скелет» только возникающей теории, а затем круто менял направление исследований и снова начинал с нуля. Узкие рамки биографии не позволяют остановиться более подробно на этом столь редко встречающемся свойстве ученого, однако следует отметить тот факт, что многие дисциплины обязаны своим если не открытием, то становлением, и не только в России, именно этой особенности научной деятельности Марка Ароновича (см. документы 27–31, содержащие отзывы коллег о вкладе М. А. Айзермана в науку).

Именно так, совсем неожиданно даже для близко знавших его специалистов, в жизнь Марка Ароновича вошло новое направление исследований — общая теория выбора.

Марк Аронович был уже немолодым человеком, однако он не потерял работоспособности. Его коллеги по этой новой работе с огромным уважением смотрели на необычайно увлеченного и эффективно работающего пожилого ученого. Это были яркие и очень теплые отношения, сохранившиеся до самого последнего дня. Среди них прежде всего хотелось бы отметить дружбу с Чарльзом Плоттом (США), с Сальвадором Барбера (Испания), Бернаром Монжарде (Франция). В семьедесят лет Марк Аронович сказал: «Я всю жизнь собирал знания и силы и только сейчас, наконец, понял, что надо делать. Хватило бы сил».

#### 4. Последние годы

Судьба подарила еще почти десять лет — десять лет активной, творческой, напряженной и очень наполненной жизни. Коллеги, друзья и ученики были в разных странах по всему миру. Ему были рады на всех континентах. Его лекции

собирали огромные залы, а молодежь после лекций провозжала в гостиницу, надеясь успеть задать свой самый важный вопрос или просто услышать что-то быть может недосказанное, но очень интересное.

В Москве в Лаборатории шла огромная работа, заключались договоры о совместной работе с учеными России и разных стран. В Лаборатории в разное время прошли стажировку молодые ученые из Китая, Италии, Франции и других стран.

Дома ждали книги. Домашняя научная библиотека насчитывала более двух тысяч томов. Это были не просто книги. Это была коллекция, тщательно подобранная и систематизированная. Он мог не глядя взять нужную книгу с полки. Он знал почти наизусть многие и многие изученные им книги. Большая часть библиотеки была подарена друзьями — авторами этих книг. Многие известные книги были написаны им самим. Книга по теории автоматического регулирования была переведена на все основные языки мира.

Но время убегало быстрее, чем хотелось бы. Подошла болезнь. Совершенно неожиданно был произнесен страшный как вердикт диагноз. Он был в полном расцвете сил, он говорил: «Я вижу не просто новые задачи, я вижу принципиально новое направление исследований». Вдруг оказалось, что времени очень мало. Оставалось одно — рассказать, отдать коллегам и специалистам те идеи, разработать которые самостоятельно он уже не успевал. Так начались последние поездки и последние лекции. Марк Аронович готов был рассказывать и рассказывать, в любой аудитории, для любого количества слушателей. Он с равным энтузиазмом выступал перед маститыми учеными и перед студентами самых разных университетов. Часами он простаивал у доски, дискуссии часто продолжались и после лекции. Италия, США, Франция, Китай, снова Италия — он надеялся, что где-нибудь, все равно где, найдется молодой талантливый человек, поймет, увлечется и продолжит. Хотелось верить, что так и произошло. Эти последние вдохновенные лекции слушатели наверняка запомнят надолго.

Однако силы уходили стремительно. Физическая слабость, нависший диагноз и неожиданная растерянность человека, не позволявшего себе болеть, — ему просто некогда было болеть. Это было время тяжелого экономического кризиса, когда в больницах не было самых необходимых лекарств, даже обезболивающие препараты больным удавалось доставать с большим трудом. И в этот момент некоторой растерянности и одиночества вдруг оказалось, что Айзерман совсем не одинок в этом мире. Все сотрудники Лаборатории, как один человек, готовы были сделать все от них зависящее и даже больше. В это трудное время совершенно неожиданно, без каких-либо просьб вдруг пришла посылка от Питера Орлешука из США с сильными обезболивающими средствами, из Франции Жан-Пьер и Хри-

стиан Бартелеми прислали посылку с дефицитными в то время одноразовыми шприцами и системами для переливания крови. Стало ясно, что мир совсем невелик, что мы не одиноки, что можно обойтись и без пугающей всех госпитализации. В последние месяцы Марка Ароновича консультировал замечательный врач, хирург-онколог В. Л. Черкес. Какими словами описать полные открытости и взаимного понимания отношения двух талантливых людей — пожилого ученого и его более молодого доктора.

Друзья в Италии, и прежде всего Эдуардо Кайанелло и Мария Маринаро, подготовили все, включая финансирование, для проведения операции, надеясь, что все-таки повезет и можно будет победить болезнь. И уже шли приготовления к поездке в Италию в больницу, когда неожиданно Марк Аронович принял решение не ехать. Он сам позвонил друзьям, поблагодарил их и отказался. На недоуменные вопросы близких он ответил: «Если после операции все пойдет не так, как нам бы хотелось, это принесет очень много дополнительных неудобств и проблем людям, которые и так сделали все, что в их силах. Я не могу этого позволить».

Марк Аронович ушел из жизни 8 мая 1992 года, не дожив одного дня до праздника Победы. Несмотря на то, что в эти праздничные майские дни все, кто мог, разъехался по дачам, проводить Марка Ароновича и проститься с ним собралось более трехсот человек. И дело было не в словах. Многие не могли говорить. Они провожали не просто известного ученого. Люди провожали своего учителя, друга, благодаря его за бескорыстный и щедрый дар — пример того, как надо жить, работать, учить и учиться, за оставленные им труды и память.

Мы, члены семьи Марка Ароновича, тоже благодарим судьбу за столь долгое и счастливое время, которое нам было даровано прожить с этим прекрасным и светлым человеком, за счастье быть с ним, помогать ему и учиться у него.

На могиле Марка Ароновича Айзермана написано всего четыре слова:

Спасибо, что ты был.

## ТОЛЬКО ДОКУМЕНТЫ

### Приложение к биографии

Составитель З. М. Лезина

#### ДОКУМЕНТ 1

*Письмо Н. Асеева М. Айзерману*

Дорогой тов. Айзерман!

Вы несколько неправильно трактуете идеи Лефа (*Левого фронта — прим. составителя*). Лефовцы не говорят о «необходимости» замены литературы художественной — идейной литер[атурой]. Они это предвидят как явление, зависящее от изменившихся взаимоотношений людей. Свободное время, доверие к руководству газетой, ее быстрый отклик на вопросы злободневные, все это в конце концов приучит брать в руки газету чаще, чем книгу, каждого грамотного жителя Союза. В газете он скорее находит ответы на волнующие его мысли, в газете он большему научится, чем в книге, написанной по произволу одаренности одного индивидуума. Газета сближает людей больше, чем книга, и количественно и качественно: наилучших людей своего времени. Вот поэтому по всему мы за газету, как наилучший вид общения людей. То, что Вы пишете насчет истории, — мало продуктивно. Никогда, никто исторический материал не черпал из произведений искусства. Может быть, Вы говорите об истории культуры человечества? Но тогда ваш пример с греческими вазами тоже не годится, т. к. вазы эти для греков не были только произведением искусства, а были предметами обихода, разукрашенными так изощренно, потому что у греков был рабский дешевый труд, позволявший им тратить время (чужое) на украшательство. Да и кроме всего этого, неужели вы всерьез думаете, что не будь романов о Ленине, будущее человечество ничего о нем не узнает? Плохо вы представляете о нем только как о читателе романов. Человек будущего узнает о нас по нашим социальным взаимоотношениям, которые сохраняются в виде предметов нашего обихода, машин и т. д.

2) Лefовцы говорят не о «вреде» художественной литературы, а ее ненужности, об обреченности ее на вымирание. Что они сами пишут стихи — это не значит, что они за худож[ественную] литературу. Мы против литературы выдуманной, за фактическую, а стихи тоже могут быть фактическими: даны в газетный фельетон.

3) Вы не были на докладе ... (в тексте неразборчиво) и вы про него наврели. Маяковский не отказывался от Лефа, он отказывался от подражателей этой книги, которые хотят сделать из лefовцев новую литературную школу и больше ничего.

4) Стихи Д. Бедного не являются лefовской литературой, потому что т. Бедный работает старыми формами стиха: жанром басни, сказания, отяжеляя ими басенный язык фактов. Поэтому, при всей массовости своих произведений, Демьян не выполняет второй половины работы поэта: усовершенствования стиха, а через него и языка своего поколения.

Вот и все.

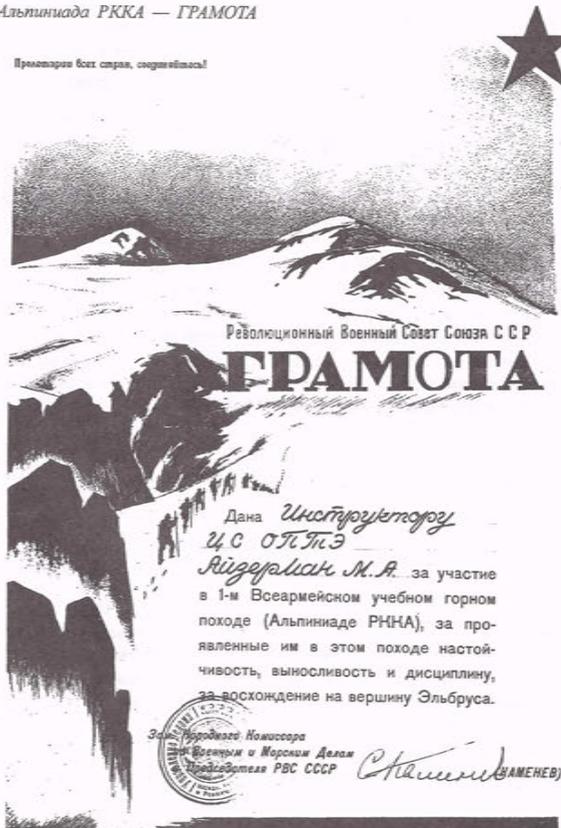
Читайте больше литературы газетной, чем художественной, и вам станет понятно многое. Вы тогда с большой уверенностью будете отвечать врагам.

Николай Асеев, 15 января 1929 г.

## ДОКУМЕНТ 2

Альпиниада РККА — ГРАМОТА

Прогрессив боев стран, соединителас!



## ДОКУМЕНТ 3

Всесоюзное добровольное общество  
пролетарского туризма и экскурсии.

Московский областной совет

## СПРАВКА

Дана тов. Айзерману М. А. в том, что он назначен начальником учебной массовки, выезжающей 10-го июля с. г. в Высокогорные районы Кавказа для подготовки рабочих Альпинистов с сдаче норм «Военный Альпинист», утвержденных ПУРОм Реввоенсовета СССР.

После окончания массовки тов. Айзерман остается на Кавказе для работы в качестве начальника Альпийской Экспедиции в районе Балкаро-Сванского массива.

Экспедиция имеет специальное Авиационное изыскательное задание от Треста «ГРАЖДАВИОСТРОЙ» и ряд альпийских заданий по уточнению карт и обследования районов, имеющих большое экономическое и стратегическое значение.

Возвращение предполагается с 1-го по 10-е сентября с. г. в зависимости от погоды, состояния снега, льда и прочих условий.

16 июня 1932 г.

## ДОКУМЕНТ 4

ЦЕНТРАЛЬНЫЙ ДОМ РККА им. М. В. Фрунзе  
Железнодорожной охране

16 июля 1933 г.

Центральный Дом Красной Армии им. М. В. Фрунзе (г. Москва) направляет 3-х товарищей (старший по группе т. Айзерман) для производства специальных разведывательно-изыскательских работ в горах Центрального Кавказа.

Товарищи выезжают из Москвы 16/VII поездом № 47 и имеют при себе питание (мука, сухари, галеты, консервы и т. д.) на 20 дней.

Просьба разрешить беспрепятственный провоз.

Пом. Нач. ВТС ЦДКА

Благовещенский

## ДОКУМЕНТ 5

## РЕКОМЕНДАЦИЯ

Знаю тов. Айзермана М. А. по его восьмимесячной работе под моим руководством в НАТИ, а также по его работе над дипломным проектом, т. к. я был его консультантом.

Тов. Айзерман является молодым инженером, но им проявлен большой интерес и способности к научно-исследовательской и экспериментальной работе. Проведенные им самостоятельно первые в Союзе испытания двигателя на сжиженном газе и аппаратуры для сжиженного газа на безмоторной установке в условиях полного отсутствия опыта подобных работ показали, что тов. Айзерман обладает необходимым для исследователя и экспериментатора умением правильно поставить опыт и найти теоретические пути к обобщению результатов эксперимента.

Проведенная тов. Айзерманом первая работа по разработке методики расчета аппаратуры для баллонных топлив, его работа в области нахождения вероятнейших уравнений упругости пара сжиженных газов и некоторые работы по общей теории упругости паров показали, что он владеет достаточными знаниями и математическим аппаратом для разработки и защиты серьезной диссертационной темы.

Взятая тов. Айзерманом тема имеет большой интерес и оригинальна, так как нигде ни в русской, ни в иностранной технической литературе вопросы, поднятые в этой связи, до сих пор не разработаны.

Нач. группы сжатых газов «НАТИ»

Г. Самоль  
Февраль 1938 г.

## ДОКУМЕНТ 6

## О Т З Ы В

о работах кандидата технических наук Айзермана Марка Ароновича

Мне известны следующие труды кандидата технических наук М. А. Айзермана:

- 1) диссертационная работа на соискание ученой степени кандидата технических наук на тему «Теория автоматической аппаратуры газобаллонных автомобилей» (1939 г.).
- 2) «Динамика автоматического регулирования давления в газовых автомобилях», опубликованная в сборнике научных трудов НАТИ (1938 г.).
- 3) «Динамика многоступенчатого регулирования давления».

Вторая из перечисленных работ передает часть материала, вошедшего в диссертационную работу.

Все указанные труды освещают вопрос о работе системы питания двигателя внутреннего сгорания топливом, при использовании в качестве такового сжатых и сжиженных горючих газов.

Применение сжатых и сжиженных горючих газов в автотранспорте является одним из актуальных вопросов в проблеме расширения ассортимента топлив для автотранспорта и экономии бензина.

Введение сжиженных и сжатых газов в практику автомобильной эксплуатации связано с использованием ряда новых механизмов и приборов, как-то: смесителя, редуктора и теплообменника. Основы работы этих приборов в условиях автомобильного транспорта в литературе почти не освещены.

Тов. Айзерман поставил себе задачу разработать основы работы указанных элементов питания двигателя.

Им проделана значительная экспериментальная работа по изучению работы двигателя на сжиженном газе и выяснению требований, которые должны быть предъявлены к смесителю; теоретическому анализу подвергнуты законы, управляющие работой смесителя и редуктора. Особенно интересна часть работ тов. Айзермана, посвященная работе редуктора, в которой с большой широтой разобраны вопросы не только статики, но и динамики этого прибора.

Умело используя и развивая положения теории регулирования машин, тов. Айзерман разработал вопрос о сходимости процесса одноступенчатого регулирования давления, причем развил известную диаграмму проф. Вышнеградского путем разработки методики нанесения на ней линии равных затуханий. Эта часть работы тов. Айзермана имеет общий интерес, поскольку его выводы могут быть

использованы не только при решении вопросов редуцирования давления, но и при решении других вопросов регулирования.

Очень интересна разработка тов. Айзерманом вопросов многоступенчатого редуцирования давления несколькими последовательно включенными редукторами.

Из вышесказанного видно, что в своих работах тов. Айзерман подверг анализу ряд актуальных вопросов, вставших в связи с применением новых видов топлив. Разработка их ведется тов. Айзерманом в форме, дающей обобщающие выводы.

В своих работах тов. Айзерман с большим умением пользуется математическим аппаратом.

Результаты проделанной тов. Айзерманом работы имеют практическое значение для автотранспорта и других отраслей хозяйства, связанных с использованием сжатых газов в качестве горючего, и вместе с тем имеют глубокий теоретический интерес.

23/IV 1940 г.

Профессор Г. Калиш

## ДОКУМЕНТ 7

Николай Николаевич Лузин! След, который оставляет в коллективе даже долгое присутствие подлинно большого ученого, неизгладим на протяжении многих лет. В этом отношении нам повезло: становление ИАТ было связано с несколькими учеными, влияние которых мы ощущаем до сих пор, вот уже около тридцати лет.

Среди них светит нам и имя Н. Н. Лузина (1883–1950). Выдающийся математик и педагог, один из создателей теории функций и беспорный руководитель Московской математической школы, Н. Н. Лузин в конце тридцатых годов переживал тяжелое время.

Оставшись без работы и без средств, он мог рассчитывать только на помощь ученых, и наш институт стал для него в это трудное время новым домом. Благодарный институту Николай Николаевич четко понял свою задачу: воспитать математически грамотную молодежь, привить институту математическую культуру и вкус к теории.

Не более пяти лет Н. Н. Лузин активно работал в ИАТ (1939–1941 и первые послевоенные годы), но все мы, старые ИАТовцы — его ученики. Приведу только один близкий мне пример: в 1939 году, прослушав мое выступление на семинаре, он подошел ко мне и сказал: «Молодой человек, хватит так, хотите по настоящему работать?» — и с этого дня около двух лет 2–3 раза в неделю я приходил к нему домой, чтобы по два-три часа «по серьезному работать» — заниматься математикой по-лузински. А ведь я был не один — невозможно недооценить то, что сделал Н. Н. Лузин для становления молодого Б. Н. Петрова, его роль в знаменитой дискуссии о работах Г. В. Щипанова, в появлении первых работ по теории регулирования.

Если до сих пор вкус к теории и к математическим методам не потерян в институте, то это — дошедший до нас свет нескольких лет, проведенных в институте Николаем Николаевичем Лузиным.

М. А. Айзерман

## ДОКУМЕНТ 8

## ЗАЯВЛЕНИЕ

Присоединяясь к ходатайству академика Н. Н. Лузина о представлении доктранта к.т.н. М. А. Айзермана кандидатом на стипендию им. тов. И. В. Сталина, со своей стороны считаю необходимым отметить, что тов. Айзерман кроме способностей к математическим работам, весьма необходимым при специализации в области автоматического регулирования, рядом своих работ в НАТИ, печатных статей и занятиями по теории и практике автоматического регулирования за время пребывания аспирантом-докторантом показал выдающиеся способности в разрешении и прикладных задач.

Инж. М. А. Айзерман уже установил самостоятельное направление в анализе систем автоматического регулирования, развил и углубил анализ Лекорню.

19/1 40 г.

Проф. Г. Щипанов

## ДОКУМЕНТ 9

## СЛУЖЕБНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА

на инженера-капитана тов. Айзермана Марка Ароновича

Тов. Айзерман М. А. работает на НИИТ Полигоне ГБТУ КА с мая 1942 г. в должностях: старшего инженера, старшего помощника начальника отдела и начальника отдела.

За время работы на Полигоне тов. Айзерман проявил себя знающим инженером, имеющим глубокую теоретическую подготовку и большой опыт научно-исследовательской работы. Выполняет важную работу по конструктивному анализу современных танков.

Работая Начальником отдела, наряду с руководством подчиненными, тов. Айзерман лично ведет большую научную работу.

Дисциплинирован, исполнительен, политически развит, морально устойчив.

Выдана для представления в ВКВШ СНК СССР.

31.05.1945

И. Д. Зам. Начальника НИИТ Полигона  
по научно-испытательной части  
инженер-подполковник Зубенко

## ДОКУМЕНТ 10

## ВОЙСКОВАЯ ЧАСТЬ 68054

Уважаемый Марк Аронович!

10 июля 1981 года войсковой части 68054 исполняется 50 лет.

В грозные годы Великой Отечественной войны и первые послевоенные годы Вы руководили отделом обобщения опыта конструирования бронетанковой техники. Анализ конструкции, выполненный под Вашим руководством, способствовал разработке и созданию новых технических решений.

Ваши монографии «Автоматика переключения передач», «Автоматическое регулирование двигателей» явились тем фундаментом, который позволил решить практические вопросы совершенствования систем управления гусеничных машин. Ряд сотрудников, с которыми Вы работали (Выгодский С. Ю., Шапов П. Н., Лапкин Л. П.), продолжают плодотворно трудиться в коллективе войсковой части 68054.

Коллектив отдела, в котором Вы служили, в этот знаменательный день выражает признательность за Вашу работу в части и желает Вам хорошего здоровья, личного счастья и благополучия Вам и Вашей семье, долгой творческой жизни.

Начальник Отдела

Лукьянов

Секретарь Парторганизации

Секретарев

Уважаемый Марк Аронович!

В память о 50-летию в/ч 68054 направляем Вам юбилейные медаль и значок.

Начальник Отдела

Лукьянов

## ДОКУМЕНТ 11

10 июля 1981 года

Начальнику Отдела

т. Лукьянову

Секретарю Парторганизации

т. Секретареву

Благодарю Вас за письмо, которое Вы прислали мне в связи с исполняющимся 10 июля 1981 г. пятидесятилетием Воинской части 68054.

Я горжусь тем, что в годы Великой Отечественной войны руководил отделом в/ч 68054, и еще более тем, что за все эти годы обо мне не забыли, — об этом свидетельствует Ваше письмо.

Пожалуйста, передайте мой привет и самые добрые пожелания С. Ю. Выгодскому, П. Н. Шапову, Л. П. Лапкину и всем остальным бывшим сотрудникам и товарищам.

Вспоминая трудные годы, проведенные вместе, я поздравляю Воинскую часть 68054 с 50-летием и желаю всем тем, кто служит и трудится в ней, успехов, здоровья и счастья.

М. А. Айзерман

## ДОКУМЕНТ 12

## АВТОБИОГРАФИЯ

Родился в 1913 г. С 1918 г. безвзводно живу в Москве. Закончив в 1930 г. среднее образование, я, после двух лет работы на заводе, поступил в 1932 г. в Автомеханический институт им. М. И. Ломоносова, который вскоре был реорганизован в Автотракторный факультет Московского института им. Баумана (ныне МВТУ). Закончил МВТУ со званием инженера-механика по автомобилям, тракторам и двигателям внутреннего сгорания.

Будучи студентом 3-го курса МВТУ, начал работать в НАТИ, во вновь организованной лаборатории газобаллонных автомобилей, сначала лично проводя, а затем возглавив научно-исследовательские работы и конструирование автомобилей, работающих на сжиженном газе. Еще в студенческие годы эта работа завершилась изготовлением опытных образцов автоматических приборов, необходимых для этих машин, и при защите диплома демонстрировались приборы, построенные по дипломному проекту Куйбышевским карбюраторным заводом. Расчет этих приборов потребовал разработки некоторых вопросов, связанных с теорией упругости паров сжиженных газов. Проведенное в связи с этим исследование составило первую научную работу, приложенную к диплому, и первую научную публикацию.

Государственная комиссия по приему дипломных проектов вынесла по диплому специальное решение, отметившее работу и рекомендовавшее представить ее к защите в качестве диссертационной на соискание степени кандидата наук. Не воспользовавшись этой рекомендацией, я продолжил работу в НАТИ в этом же направлении и с 1937 по 1939 гг. провел серию теоретических и экспериментальных работ по исследованию автоматики газобаллонных автомобилей, конструкций новых образцов и по их доводке. Результаты этой работы, изложенные в ряде научных отчетов и публикаций, завершились успешно прошедшими государственными испытаниями первых отечественных автомобилей всех марок (ГАЗ-АА, М-1, ЗИС-5, ЗИС-8), работающих на сжиженном газе взамен бензина. Все типы машин были приняты в серийное производство и выпускались Московским и Горьковским автозаводами. Теоретическая и экспериментальная часть работы была положена в основу кандидатской диссертации, которую защитил в МВТУ в 1939 г.

Во время работы над кандидатской диссертацией увлекся рядом общих проблем теории автоматического регулирования и автоматики и решил в дальнейшем целиком отдаться этой области технических наук. С этой целью поступил в 1939 г. в первый набор докторантов Института автоматики и телемеханики Академии наук.

Одновременно ушел из лаборатории газобаллонных автомобилей НАТИ и организовал в НАТИ лабораторию автоматических трансмиссий, более соответствующую моим научным интересам этого времени.

С 1939 г. и до начала войны моя деятельность развивалась параллельно в Институте автоматики и телемеханики Академии наук СССР, где я занимался, главным образом, общими вопросами теории регулирования, и в НАТИ, где я работал над конкретными вопросами автомобильной автоматики.

В НАТИ, наряду с работами в области теории регуляторов, была проведена разработка общей теории автоматических прогрессивных трансмиссий и были начаты (прерванные затем войной) экспериментально-конструкторские работы по автоматическим передачам. Одновременно вел в НАТИ научно-организаторскую работу, являясь ученым секретарем НАТИ и редакции «Трудов НАТИ».

В эти годы (1939–1941) в докторантуре Института автоматики и телемеханики Академии наук под руководством академика Н. Н. Лузина я работал над повышением своей математической подготовки. Встречая со мной по несколько раз в неделю для индивидуальных занятий, Николай Николаевич сумел за 1,5 года пройти со мной обычный университетский курс математического факультета. В результате этих занятий я почувствовал себя в силах попытаться работать в области нелинейных задач автоматического регулирования, которыми, из-за связанных с ними трудностей, в то время почти не занимались инженеры и над которыми только начинали тогда работать некоторые математики и механики (Андронов, Майер, Лурье, Булгаков и др.).

Состоявшееся в 1940 г. знакомство с академиком А. А. Андроновым, ставшим вскоре моим научным руководителем, решило окончательно судьбу моих научных планов. Результатом работы явилось решение двух нелинейных задач автоматического регулирования; однако основная задача, которая меня интересовала, — об условиях сходимости систем регулирования не «в малых колебаниях», а в «больших отклонениях», казавшаяся тогда чрезвычайно сложной, до 1941 года не была решена.

С первых дней войны (1941 г.) и до конца 1945 г. я служил в рядах Красной армии в качестве инженер-капитана танковых войск.

После пребывания в частях был переведен в Научно-испытательный бронетанковый полигон, где служил до конца войны, в последнее время — начальником отдела. Это позволило мне изучить танковую автоматику и выполнить ряд работ по расшифровке и исследованию иностранных (прежде всего трофейных) конструкций, завершившихся тремя крупными работами: 1) составлением 3-томного «Справочника по коробкам перемены передач», для которого лично написал почти половину глав, в том числе «Автоматика»; 2) написанием книги «Автоматика тан-

ка» и 3) написанием книги «Автоматика переключения передач» (издана Машгизом в 1947 г.).

Вынужденный по роду службы заниматься, кроме того, теорией механизмов поворота танков, опубликовал ряд работ и книгу «Основы теории механизмов поворота танков».

Работая в годы войны урывками над своей диссертационной темой, я разрешил, в основном, поставленную задачу и в 1946 г., после демобилизации, смог приступить уже к отделке полученных результатов и к оформлению диссертации.

Докторскую диссертацию защитил в 1946 году. В сентябре 1947 г. утвержден Высшей Аттестационной Комиссией в ученой степени доктора технических наук.

С 1946 г. по настоящее время работаю в Институте автоматики и телемеханики АН СССР, где организовал за эти годы три лаборатории: лабораторию автоматического регулирования (позже реорганизованную в одну из спецлабораторий Института), лабораторию пневмогидравлической автоматики, которая в настоящее время входит в руководимый мною отдел, и лабораторию методов построения автоматов, которой я сейчас заведую.

Теоретические работы затрагивали как линейные, так и нелинейные задачи теории автоматического регулирования, задачи теории конечных автоматов, а в последнее время — теорию обучающихся машин. В области линейных задач была разработана теория структурной устойчивости систем регулирования. В нелинейной области изучены условия применимости приближенных методов определения автоколебаний, разработаны точные методы определения автоколебаний в форме полных рядов Фурье и доказаны теоремы, распространяющие классические результаты Ляпунова об устойчивости движения на разрывные системы.

Часть этих работ докладывалась на международных конгрессах (в Милане, Гейдельберге, Брюсселе) и опубликована, наряду с СССР, за границей. Книга «Лекции по теории автоматического регулирования» переведена в Японии, Англии, США.

В области теории конечных автоматов выполнена (совместно с сотрудниками) серия работ, завершившихся изданием монографии «Логика, автоматы, алгоритмы».

В эти же годы мне довелось руководить четырьмя большими прикладными работами:

1) совместной работой нескольких организаций по автоматизации компрессорной нефтедобычи в Баку. Работа закончилась полной автоматизацией всего фонда компрессорных скважин;

2) совместной работой нескольких организаций по созданию унифицированных агрегатных приборов автоматического регулирования и контроля (система

АУС). Работа закончилась освоением заводом «Тизприбор» серийного производства этих приборов, ставших теперь основным техническим средством автоматизации новых производств;

3) созданием нового ползEMENTного метода построения пневмоавтоматики (система УСЭППА). За эту работу удостоен Ленинской премии;

4) разработкой новой области техники — пневмоавтоматики — и техники пневматических печатных схем.

В течение ряда лет работаю одновременно профессором кафедры механики Московского физико-технического института, где читаю лекции по теоретической и аналитической механике, теории автоматического регулирования, устойчивости движения и т. д.

18 мая 1964 года

М. А. Айзерман

## ДОКУМЕНТ 13

## ЛИСТОК ПО УЧЕТУ КАДРОВ

Выполняемая работа с начала трудовой деятельности (включая учебу в высших и средних специальных учебных заведениях, военную службу, участие в партизанских отрядах и работу по совместительству)

Месяц и год		Должность и место работы с указанием министерства (ведомства)	Место нахождения (адрес) предприятия, учреждения, организации, войсковой части
поступления	увольнения		
1929	1930	Ученик столяра, ФЗУ МББ ж/д	г. Москва
1930	1931	Столяр, МББ ж/д	г. Москва
1931	1932	Столяр, завод № 28	г. Москва
1932	1937	Студент, автомеханический институт им. Ломоносова и МВТУ им. Баумана	г. Москва
1937	1939	Научный сотрудник и зав. лаб. Научный авто-тракторный институт	г. Москва
1939	1941	Докторант, Институт автоматизации и телемеханики АН СССР	г. Москва
1941	1945	Офицер Советской Армии	
1945	1946	Докторант Института автоматизации и телемеханики АН СССР	г. Москва
1947	По наст. время	Научный сотрудник, затем заведующий лабораторией Института автоматизации и телемеханики	г. Москва

## Правительственные награды:

- Орден Знак Почета
- Медаль «За победу над Германией»
- Медаль «800 лет Москвы»
- Юбилейная медаль «20 лет победы над Германией в Великой Отечественной войне»
- Лауреат Ленинской премии
- Звание заслуженного деятеля науки и техники

## ДОКУМЕНТ 14

НАЧАЛЬНИКУ  
НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОГО  
ПОЛИГОНА ГБТУ КА

В связи с тем, что Академия Наук СССР поставила перед правительственными органами вопрос об откомандировании из Красной Армии нескольких докторантов, в том числе Марка Ароновича Айзермана, я обращаюсь к Вам с просьбой сделать зависящие от Вас распоряжения, связанные с этим откомандированием. На эту просьбу, которая, как я надеюсь, не будет Вами дурно истолкована, я решился лишь потому, что мне отчетливо видна государственная важность той области техники (автоматическое регулирование), которой занимается М. А. Айзерман.

Я надеюсь, что вы не оставите без внимания эту просьбу, учитывая что М. А. Айзерман является одновременно и моим учеником, и таким товарищем по работе, отсутствие которого тяжело сказалось за последние два года на деятельности всей группы, занимающейся под моим руководством теорией регулирования.

Доктор физико-математических наук  
Профессор

А. Андронов

10.01.1944

## ДОКУМЕНТ 15

## ОТЗЫВ

о научных работах М. А. Айзермана

Марк Аронович Айзерман, окончивший докторантуру Академии наук СССР и защитивший докторскую диссертацию в декабре 1946 года, является автором научных работ, относящихся к следующим областям:

- 1) автоматическое регулирование;
- 2) механика трансмиссий и передаточных механизмов;
- 3) механика танковых устройств.

В настоящем отзыве я коснусь лишь первой группы работ, относящихся к вопросам регулирования.

Наряду с работами, относящимися к классической линеаризованной теории регулирования (работа о регулировании давления в газобаллонных автомобилях (1939), работа о затухании переходных процессов в системах третьего порядка (1941)), М. А. Айзерман имеет ряд работ, посвященных нелинейной теории регулирования, содержащих существенные научные результаты (работа о влиянии кулоновского трения на непрямо́е регулирование (1944), работы, посвященные использованию методов Ляпунова для исследования сходимости процессов регулирования при больших отклонениях (1946, 1947)).

Последнее время (с 1947 г.) М. А. Айзерман занимается вопросами структурной устойчивости линеаризованных схем автоматического регулирования. В этой новой и многообещающей области им также получены интересные результаты, частично уже опубликованные.

Следует отметить широту научного подхода к вопросам регулирования, которая проявляется в работах М. А. Айзермана. Уделяя главное внимание вопросам регулирования механических систем, М. А. Айзерман проявляет значительный интерес и к вопросам регулирования электрических систем. При этом он владеет не только классической линеаризованной теорией регулирования, возникшей в связи с задачами регулирования паровых и водяных машин-двигателей (Максвелл, Вышнеградский, Стодола), но и теми существенными дополнениями к классической линеаризованной теории, которые были порождены радиотехникой и электротехникой (Найквист). Наряду с хорошим знанием тех разделов математики, которые необходимы для решения проблем регулирования, относящихся к линеаризованным системам, М. А. Айзерман настолько освоился с методами нелинейной те-

рии дифференциальных уравнений, что оказался в состоянии не только ставить, а в ряде случаев и решать математические задачи, интересующие теорию регулирования.

Успешно занимаясь общими проблемами теории регулирования, М. А. Айзерман много работал над конкретными задачами регулирования, в частности, над вопросами регулирования числа оборотов двигателей внутреннего сгорания. Многие из выше цитированных работ содержат примеры, взятые из практики регулирования двигателей внутреннего сгорания, доведенные до числовых выводов.

В заключение я считаю нужным указать, что работы М. А. Айзермана ставят его на одно из видных мест среди теперь уже многочисленной группы ученых СССР, систематически занимающихся регулированием.

А. А. Андронов

## ДОКУМЕНТ 16

В БЮРО О. Т. Н.

В связи с конкурсом, объявленным Институтом Автоматики Академии Наук СССР на замещение должности заведующего отделом автоматического регулирования и управления, рекомендую на эту должность доктора технических наук М. А. Айзермана.

М. А. Айзерман исполняет обязанности заведующего этим отделом с 20.12.1946 года. За это время М. А. Айзерман обеспечил выполнение технического плана отдела, развил энергичную деятельность по линии обеспечения отдела экспериментальным оборудованием и организовал успешно работающий коллоквиум, который объединил вокруг отдела основных научных сотрудников Москвы, занимающихся регулированием. Отдельно отмечаю, что наряду с большой организационной работой М. А. Айзерман за последний год, продолжая свою личную научную работу, получил существенные научные результаты в области структурного анализа систем регулирования.

На основании вышесказанного я считаю, что М. А. Айзерман как с точки зрения научной квалификации, так и с точки зрения его организационных данных является вполне подходящим кандидатом для замещения указанной выше должности.

18.01.1948

Академик А. Андронов

## ДОКУМЕНТ 17

Настоящим считаю Айзермана Марка Ароновича, доктора технических наук, ст. научного сотрудника Института автоматики и телемеханики АН СССР, весьма подходящим кандидатом на занятие должности профессора, заведующего кафедрой автоматических устройств или автоматического регулирования в техническом вузе.

Ученый Совет вуза, который доверит ему заведование кафедрой автоматики, быстро убедится в правильности своего выбора.

1. Айзерман М. А. является автором большого числа работ в области теоретической механики, прикладной механики, теории регулирования и смежных дисциплин, содержащих существенные в научном и техническом отношении результаты.

При этом существенно отметить, что в работах по теории регулирования М. А. Айзерман использует не только классические методы теории регулирования, обязанные своим возникновением задачам из области механики, но и широко использует методы, обязанные своим возникновением различным электротехническим и радиотехническим задачам.

2. М. А. Айзерман является замечательным лектором, умеющим доходчиво и систематически излагать вопросы теоретической механики, теории регулирования, теории колебаний и т. д.

В ближайшее время выходит в свет конспект лекций М. А. Айзермана, посвященный теории регулирования, рассчитанный на весьма широкий круг читателей, в котором проявилось умение М. А. Айзермана доходчиво излагать сложные вопросы.

3. М. А. Айзерман имеет значительный стаж работы в качестве инженера и практически знаком с проектированием и эксплуатацией различных регулирующих устройств, а также и других механизмов, находящихся себе применение в автомобилестроении, танкостроении и т. д.

4. М. А. Айзерман является хорошим организатором, имеющим опыт организации спецлабораторий, мастерских и т. д.

20.06.1950

Академик А. Андронов

## ДОКУМЕНТ 18

## ПРИКАЗ № 158

по Институту автоматике и телемеханики Академии Наук СССР от 25.12.46 г.

## 1.

Заведующего отделом автоматического регулирования академика А. А. АНДРОНОВА перевести на должность старшего научного сотрудника — научного консультанта отдела автоматического регулирования в связи с невозможностью переезда его в Москву — с 25-го декабря 1946 года с окладом в 4.000 рублей в месяц.

Основание: личное заявление.

## 2.

Старшего научного сотрудника, кандидата технических наук М. А. АЙЗЕРМАНА, успешно защитившего докторскую диссертацию, назначить временно исполняющим обязанности заведующего отделом автоматического регулирования с 25 декабря 1946 г. с окладом в 6.000 рублей в месяц.

## 3.

Утвердить следующий состав отдела автоматического регулирования:

Врио. завед. отделом	— к.т.н. М. А. АЙЗЕРМАН
Ст. научн. сотр.-научн. консультант	— академик А. А. АНДРОНОВ
Старший научный сотрудник	— д.т.н. В. Л. Лоссиевский
Старший научный сотрудник	— к.т.н. М. В. Мееров
Старший научный сотрудник	— к.т.н. В. В. Солодовников
Младший научный сотрудник	— к.т.н. Б. Я. Коган
Младший научный сотрудник	— инженер С. М. Финкельштейн
Аспирант	— В. В. Петров.

## 4.

Считать одной из основных задач отдела автоматического регулирования на ближайшее время организацию лаборатории и создание экспериментальной базы и обратить внимание на это врио. заведующего отделом М. А. Айзермана и всех сотрудников отдела.

## ДОКУМЕНТ 19

Извлечение из Приказа № 668  
По Институту автоматике и  
телемеханики  
от 25 декабря 1962 года

1. Образовать в Институте лабораторию теории и методов построения автоматов (лаб. 25) на базе группы лабораторий 11...

5. Исполняющим обязанности заведующего лабораторией теории и методов построения автоматов до утверждения результатов конкурса назначить д.т.н., проф. Айзермана М. А.

6. Перевести в лабораторию теории и методов построения автоматов нижеследующих сотрудников:

- 1) Айзерман М. А. — зав. лабораторией
- 2) Смирнова И. М. — ст. научн. сотрудник
- 3) Розоноэр Л. И. — ст. научн. сотрудник
- 4) Андреева Е. А. — мл. научн. сотрудник
- 5) Гусев Л. А. — мл. научн. сотрудник
- 6) Браверман Э. М. — мл. научн. сотрудник
- 7) Тененбаум Л. А. — инженер
- 8) Лысенко А. В. — мл. научн. сотрудник
- 9) Захарова Л. И. — ст. лаборант
- 10) Тарасова Л. В. — ст. лаборант
- 11) Черда О. Н. — техник
- 12) Макеева В. А. — ст. лаборант
- 13) Горбачева В. Н. — препаратор
- 14) Попов В. А. — ст. механик
- 15) Завалишин Н. — техник
- 16) Литвинцев А. — техник
- 17) Мироненко В. — техник
- 18) Чернов В. — техник
- 19) Чернявский А. — техник

7. Д.т.н. проф. Айзерману М. А. и к.т.н. Талю А. А. до 1 января 1963 года представить акты о распределении имущества между лабораториями.

8. Для осуществления научно-технического руководства, координации работ и организации совместных работ образовать неструктурный отдел методов построения автоматов в составе двух лабораторий — лаборатории теории и методов построения автоматов и лаборатории пневматических автоматов.

9. Руководителем отдела назначить д.т.н., проф. Айзермана М. А.

10. Отмечая работу д.т.н., проф. Айзермана М. А. по созданию и руководству работой лаборатории 11, в которой получены результаты, имеющие важное научное значение и широко внедренные в практику народного хозяйства, и отмечая его инициативу в организации работ по новым научным направлениям, объявить д.т.н., профессору Айзерману М. А. благодарность.

## ДОКУМЕНТ 20

## СОСТАВ ЛАБОРАТОРИИ 25

Подготовлено О. Хуторской

## Состав лаборатории на 01.01.1972 года

- |                              |   |
|------------------------------|---|
| 1. Айзерман М. А. — зав.лаб. | 13. Малишевский А. В. — м.н.с.          |
| 2. Андреева Е. А. — с.н.с.   | 14. Меерков С. М. — с.н.с.              |
| 3. Браверман Э.М. — с.н.с.   | 15. Мучник И. Б. — зав.груп.            |
| 4. Бородкин Л. — 0,5 техник  | 16. Охотина Л. В. — ст.лаб.             |
| 5. Гусев Л. А. — м.н.с.      | 17. Пятницкий Е. С. — 0,5 ставки м.н.с. |
| 6. Дорофеюк А. А. — м.н.с.   | 18. Розоноэр Л. И. — с.н.с.             |
| 7. Жукова Г. Н. — инженер    | 19. Смирнова И. М. — с.н.с.             |
| 8. Журавлева Н. Г. — ст.лаб. | 20. Тененбаум Л. А. — м.н.с.            |
| 9. Завалишин Н. В. — м.н.с.  | 21. Чернявский А. Л. — м.н.с.           |
| 10. Киселева Н. Е. — ст.инж. | 22. Чернов В. И. — ст.инж.              |
| 11. Литвинцев А. И. — м.н.с. | 23. Хуторская О. Е. — инж.              |
| 12. Литваков Б. М. — ст.инж. |   |

## Состав лаборатории на 01.01.1982 года

- |                                |                                 |
|--------------------------------|---------------------------------|
| 1. Айзерман М. А. — зав.лаб.   | 14. Новиков С. Г. — с.н.с.      |
| 2. Андреева Е. А. — с.н.с.     | 15. Новиков В. А. — фрезеровщик |
| 3. Алескеров Ф. Т. — м.н.с.    | 16. Петров С. В. — м.н.с.       |
| 4. Бауман Е. В. — м.н.с.       | 17. Розоноэр Л. И. — с.н.с.     |
| 5. Браверман Е. Л. — вед.инж.  | 18. Смирнова И. М. — с.н.с.     |
| 6. Жаркова Н. В. — ст.лаб.     | 19. Смирнова С. Н. — инж.       |
| 7. Дорофеюк А. А. — с.н.с.     | 20. Стариченко Л. В. — инж.     |
| 8. Завалишин Н. В. — м.н.с.    | 21. Таль А. А. — инж.           |
| 9. Капитохина Т. Н. — ст.инж.  | 22. Тененбаум Л. А. — с.н.с.    |
| 10. Литваков Б. М. — с.н.с.    | 23. Чернявский А. Л. — м.н.с.   |
| 11. Малишевский А. В. — с.н.с. | 24. Ханукаева А. И. — ст.инж.   |
| 12. Лещева И. А. — ст. лаб.    | 25. Хуторская О. Е. — инж.      |
| 13. Мучник И. Б. — с.н.с.      |                                 |

## Состав лабораторий на 01.01.1991 года

- |  |   |
|--|---|
| 1. Айзерман М. А. — зав.лаб.             | 11. Смирнова С. Н. — инж.-электр.       |
| 2. Гусев Л. А. — с.н.с.                  | 12. Карпова Г. Ф. — инж.-электр.        |
| 3. Розоноэр Л. И. — с.н.с.               | 13. Алескеров Ф. Т. — с.н.с., зав.сект. |
| 4. Андреева Е. А. — с.н.с.               | 14. Вольский В. И. — с.н.с.             |
| 5. Смирнова И. М. — с.н.с., зам.зав.лаб. | 15. Ефимов Д. Г. — м.н.с.               |
| 6. Тененбаум Л. А. — с.н.с.              | 16. Чеботарев П. Ю. — н.с.              |
| 7. Малишевский А. В. — с.н.с.            | 17. Черничкин Е. И. — инж.-програм.     |
| 8. Литваков Б. М. — с.н.с.               | 18. Синицын О. С. — инж.-програм.       |
| 9. Хуторская О. Е. — с.н.с.              | 19. Андрияшина Н. А. — инж.-програм.    |
| 10. Лещева И. А. — инж.-програм.         |   |

## ДОКУМЕНТ 21

*Текст поздравления*

*В. А. Трапезникова к 70-летию*

Вадиму Александровичу 70 лет!

В нашем институте немало людей, которые горды тем, что они успели сделать в науке, каждый в своей области знаний. Но этим могут гордиться многие и в любом другом крупном институте.

Вадим Александрович может гордиться тем, чем могут похвастаться очень немногие. Ему удалось создать в большом научном коллективе такую психологическую атмосферу, располагающую к творчеству и работе, такую обстановку свободного творческого поиска, уверенности, уважения друг к другу, отсутствия склок и веры в дирекцию, какой я, сталкиваясь с очень многими институтами, не встречал нигде; все завидовали обстановке, в которой мы живем. Как же Вадиму Александровичу удалось это сделать?

Что было до него? Примерно за 10 лет по разным причинам сменилось четыре директора. В конце сороковых годов в Институте стало почти невозможно работать. Бесконечный поток анонимных писем и расследований по ним непрерывно «дергал» коллектив, создавал атмосферу неуверенности и недоверия, и как директор, так и ведущие ученые были беспомощны в этой обстановке.

С чего он начал? Работая в коллективе рядовым научным сотрудником, Вадим Александрович «изнутри» видел причину зла. Став директором, он твердо устранил ее. О том, что меры его были разумны, свидетельствуют факты: закончился поток анонимок, бесконечные расследования и собрания по ним, постепенно исчезла неуверенность и появилась вера: работать надо и можно.

Как он выковал институт? Этот вопрос — самый трудный. Разные «объективные наблюдатели» ответят на него по-разному. Мой ответ: он каким-то «плетым чувством» обнаруживал очаги творческих коллективов и бережно поддерживал их; он не принимал сколь-либо важного решения, не выслушав мнение ведущих ученых, и охотно соглашался с ними, когда их мнения совпадали; наконец, при любом решении центральным доводом для него была не только польза текущему делу, но и не станет ли это решение источником раздоров.

Этого было достаточно, чтобы, увы, распространенное в творческих коллективах слово «интрига» не волновало нас. Постепенно в этой обстановке и созрело то необычное, чем все мы, старые ИАТовцы, жили и за что всегда были бесконечно благодарны Вадиму Александровичу. Но было еще одно. Он вырастил себе

окрепшую смену и ценил ее. Так же поступали и мы. Может быть, это было важнее всего в том, что мы называли нашей ИАТовской атмосферой.

Что будет дальше? Этот вопрос волнует нас всех. Удержим ли то, что создали? Или, как часто бывает, за 2–3 года растеряем то, что создавали 30 лет?

Пожелаем же Вадиму Александровичу здоровья, долгой жизни, осмысленности и мудрости и поможем ему сохранить все то, что помогли выковать.

24.02.75

М. А. Айзерман



С родителями и младшим братом, 1918



В коммуне, 1928–1929. М. А. Айзерман — в первом ряду крайний слева





В конце войны, 1945



Семья: жена Анна Наумовна, дочери Зоя и Маргарита, 1948



На даче с внучкой Ириной, 1968

## ДОКУМЕНТ 22

## ОТЗЫВ

о научных работах Заслуженного деятеля науки и техники,  
Лауреата Ленинской премии, доктора технических наук  
АЙЗЕРМАНА М. А.

Проф. Айзерман Марк Аронович начал свой путь ученого и инженера с прикладных работ по созданию первых газобаллонных автомобилей. Кандидатскую диссертацию, посвященную этой теме, он защитил в 1939 г. и в этом году стал первым докторантом только что организованного Института автоматки и телемеханики. С этого момента и по сей день жизненный путь и научное творчество проф. Айзермана М. А. непосредственно связано с развитием и работой Института автоматки и телемеханики.

Являясь ведущим ученым в области теории автоматического управления, проф. Айзерман М. А. на протяжении всей своей деятельности успешно сочетает активную работу ученого-теоретика с прикладными инженерными работами большого народно-хозяйственного значения. Поэтому в этом отзыве я отдельно остановлюсь на достижениях М. А. Айзермана как ученого-теоретика и на его прикладных работах.

Работы проф. М. А. Айзермана в области теоретических основ автоматки развивали почти все разделы этой науки. В области линейных задач теории автоматического регулирования с именем М. А. Айзермана связано создание теории структурной устойчивости. Полученные им результаты в этой области вошли в учебники как в СССР, так и за рубежом и позволили в ряде случаев существенно ускорить доводочные работы, обходя громоздкие расчеты и длительное экспериментирование. Но основные результаты М. А. Айзермана лежат в области нелинейных задач теории регулирования. Сама постановка нелинейных задач как самостоятельного раздела теории регулирования в значительной степени связана с именем М. А. Айзермана. Его исследования позволили использовать прямой метод Ляпунова для получения критериев устойчивости «в большом» нелинейных систем автоматического регулирования. Поставленная им проблема об «устойчивости нелинейной системы в гурвицевом угле» получила широкий отклик во многих странах и повсеместно известна как «проблема Айзермана». Решение ее было целью многих работ в СССР, США, ФРГ, Англии, Японии и других странах, ей посвящались международные симпозиумы, специальные издания. Так, в СССР этой проблеме было посвящено несколько докторских диссертаций, удостоенная Государственной премии работа Еругина, исследования ряда выдающихся математиков и



После вручения ордена Дружбы, Пекин,  
1957



Звенигород, во время юбилейного семинара,  
посвященного 20-летию лаборатории, 1982

механиков. Книга «Абсолютная устойчивость регулируемых систем», написанная М. А. Айзерманом совместно с Ф. Р. Гантмахером и переведенная сейчас на английский и немецкий языки в США и в ФРГ, является до сих пор наиболее полной монографией по этому кругу вопросов.

Второй цикл исследований М. А. Айзермана по нелинейной теории автоматического регулирования посвящен определению периодических движений в кусочно-линейных системах в форме полных (без пренебрежения гармониками) рядов Фурье. До работ М. А. Айзермана широко использовались лишь приближенные методы (типа метода гармонического баланса, метода Ван дер Поля и т. д.), а для систем второго и третьего порядка — метод приспособывания. В работах М. А. Айзермана впервые для систем произвольного порядка были построены точные решения. Эти работы также получили международный отклик — развитию их посвящено более 30 японских работ, книга румынского ученого Беля, переведенная теперь на русский язык, и т. д. Работы М. А. Айзермана по нелинейным задачам теории автоматического регулирования заложили фундамент нелинейного раздела этой науки, над развитием которого много трудились затем ученые в СССР и за рубежом.

Позже круг интересов проф. М. А. Айзермана как теоретика распространился на новые проблемы технической кибернетики.

Цикл работ по теории конечных автоматов завершился выпуском монографии «Логика, автоматы, алгоритмы», также переведенной затем на английский и немецкий языки. В этих работах развивается новый подход к проблемам теории конечных автоматов, впервые формулируются и решаются задачи, связанные с преобразованием тактности, и доказывается алгоритмическая неразрешимость некоторых проблем, которые оставались долгое время нерешенными, несмотря на попытки ряда ученых сделать это. В последние годы М. А. Айзерман выполнил еще один цикл теоретических работ, посвященный проблемам обучения машин, путем показа примеров, распознаванию образов. В этих работах проблема обучения машин впервые была понята как проблема экстраполяции функций по случайно наблюдаемым точкам и был разработан метод потенциальных функций для решения на машинах такого рода экстраполяционных задач.

Даже приведенный выше краткий обзор работ М. А. Айзермана как теоретика показывает широту его научных интересов, охватывающих весьма разнообразные теоретические проблемы автоматки и кибернетики, и его умение откликаться интересными и результативными работами на самые новые веяния в нашей области науки. Глубина и общность полученных М. А. Айзерманом теоретических результатов создали ему международный авторитет ведущего ученого в этой области.

Работа проф. М. А. Айзермана в области прикладных проблем автоматки развивалась параллельно и в тесной связи с его работами как теоретика. Я особо

хочу выделить его более чем десятилетнюю работу по подъему состояния техники пневматических приборов автоматки. К моменту, когда началась деятельность М. А. Айзермана в этой области, наша страна сильно отставала от капиталистических стран по состоянию техники пневмоавтоматки; стоявшие у нас на производстве приборы были скопированы с устаревших американских образцов, повсеместно господствовало пренебрежительное отношение к пневмоавтоматке, которую считали устаревшей и теряющей значение областью техники. Благодаря работам, выполненным в Институте автоматки и телемеханики под руководством М. А. Айзермана, и его научно-организационной работе положение в стране сейчас коренным образом изменилось: устаревшие конструкции пневмоавтоматки сняты с производства и заменены приборами, выполненными на принципиально новых идеях, иностранные фирмы покупают у нас лицензии на эти приборы, и наше ведущее положение в области пневмоавтоматки сейчас признается повсеместно. Пневмоавтоматка рассматривается сейчас и у нас, и за рубежом как важное и перспективное направление новой техники. Из работ, выполненных под руководством М. А. Айзермана и обеспечивших эти перемены, я называю только две: создание универсальной системы приборов промышленной пневмоавтоматки (системы УСЭППА) и изобретение новой области техники — пневмоники.

Пневмоникой, по предложению проф. М. А. Айзермана, называется изобретенная в его лаборатории новая область техники пневмоавтоматки, при которой полностью исключаются какие-либо подвижные или упругие элементы, а все эффекты реализуются путем прямого взаимодействия струй воздуха, текущей по миниатюрным каналам. Эта идея позволила не собирать приборы из деталей, а печатать сложные схемы с помощью технолога, подобной полиграфической глубокой печати. Пневмоника признается сейчас повсеместно выдающимся изобретением, значение которого сравнивается с изобретением полупроводников и техники электронных печатных схем. Работы по пневмонике ведутся широким фронтом во многих странах, и тот факт, что заслуга изобретения закреплена за нашей страной, — прямой результат удивительного умения М. А. Айзермана сочетать теоретическую работу с практической деятельностью крупного масштаба.

В заключение этого отзыва я хочу сказать несколько слов о проф. М. А. Айзермане как о воспитателе научной молодежи, главе научной школы. На протяжении последних двадцати лет лаборатория, возглавляемая М. А. Айзерманом, являются центрами притяжения для талантливой молодежи. Около тридцати аспирантов и учеников М. А. Айзермана защитили кандидатские диссертации. Ряд его учеников сами стали известными учеными, докторами наук, руководителями лабораторий и институтов. В течение 13 лет М. А. Айзерман является профессором, а последние годы заведующим кафедрой механики Московского физико-

технического института. Многочисленные лекции и выступления М. А. Айзермана за границей, в университетах, на симпозиумах и конгрессах, всегда проходят в обстановке, свидетельствующей о глубоком уважении и авторитете М. А. Айзермана среди иностранных ученых.

Я считаю, что широта научных интересов проф. М. А. Айзермана, глубина и значимость полученных им результатов, его удивительное умение сочетать теоретические исследования с прикладными работами крупного народно-хозяйственно-го масштаба и его безусловный международный авторитет как ученого делают кандидатуру М. А. Айзермана наиболее достойной кандидатурой при выборах членов-корреспондентов Академии наук СССР.

Директор Института  
автоматики и телемеханики  
академик

В. А. Трапезников  
1968 год

## ДОКУМЕНТ 23

Выписка из приказа № 255-К  
по Московскому физико-техническому институту

4 сентября 1953 года

Доктора технических наук Айзермана Марка Ароновича зачислить на должность доцента кафедры теоретической механики по совместительству с 1 сентября 1953 года с окладом 1600 рублей.

Директор Института

И. Ф. Петров

## ДОКУМЕНТ 24

*Поздравления М. А. Айзерману  
от студентов МФТИ в связи с 70-летием*

Большое Вам спасибо за Вашу чуткость, доброту и понимание наших мятежных студенческих душ! Нам будет очень не доставать Ваших лекций, где всегда обращались к нам как к «мыслящим существам», где хотели добра нам, где передавали нам свои знания, свою доброту и душу, наш дорогой и желанный лектор, Вы, Марк Аронович!

Долгого и светлого пути Вам! Счастья, здоровья и умных студенческих глаз.

Студенты

1983. Москва

## ДОКУМЕНТ 25

Азербайджанская ССР  
Министерство нефтяной  
промышленности

11 июля 1958 года

УДОСТОВЕРЕНИЕ  
на техническое усовершенствование

Выдано на основании ст. 9 Положения об изобретениях и технических усовершенствованиях тов. М. А. Айзерману, М. А. Топчибашеву, М. А. Искендерову, И. М. Асадову, А. А. Велибекову, Э. М. Абдулаеву, Б. И. Каткову и М. И. Гухману в том, что 3 сентября 1957 года ими внесено предложение под названием «Автоматическое регулирование рабочего агента, нагнетаемого в компрессорные скважины», признанное техническим усовершенствованием, ввиду наличия следующих элементов технического творчества и отличительных особенностей:

1. В корне меняется технология добычи нефти из пульсирующих и пробкообразующих скважин, налаживается их режим работы, высвобождаются агрегаты и операторы для подкачек, прокачек и т. д.
2. Впервые в практике нефтедобычи в больших объемах внедрена автоматизация управления работой скважины.
3. Предложение улучшает применявшиеся технологические процессы по компрессорной нефтедобыче.

и признанное внедренным решением Совета по изобретательству Министерства нефтяной промышленности Азербайджанской ССР от 08.07.1958 года

Заместитель Министра  
нефтяной промышленности  
Азербайджанской ССР

Э. Алиханов

## ДОКУМЕНТ 26

## ХАРАКТЕРИСТИКА

*АЙЗЕРМАН Марк Аронович, 1913 г. рождения, еврей, беспартийный, доктор технических наук, профессор, заведующий лабораторией Института проблем управления*

М. А. Айзерман закончил в 1937 г. МВТУ им. Баумана. В 1939 г. защитил кандидатскую диссертацию. Всю войну, с июня 1941 г. по декабрь 1945 г., был офицером Советской Армии. После демобилизации М. А. Айзерман защитил в 1946 г. в ИАТ АН СССР докторскую диссертацию и с тех пор непрерывно работает в Институте.

М. А. Айзерман с 1953 г. преподает в Московском физико-техническом институте, а с 1964 г. заведует там кафедрой механики. В 1955 г. М. А. Айзерману было присвоено звание профессора, а в 1965 г. — звание заслуженного деятеля науки и техники РСФСР.

Профессор М. А. Айзерман — один из крупнейших советских специалистов по теории устойчивости, теории автоматического управления и технической кибернетике. Он является руководителем научной школы, работающей над развитием нелинейных задач теории управления, теории автоматов. Его результаты получили широкое признание и обеспечили ведущую роль советской науке в этой области. Он является автором большого количества научных трудов. Эти работы докладывались на международных конгрессах и опубликованы в СССР и за границей.

М. А. Айзерман ведет большую научно-организационную работу — он руководит научными семинарами, 30 лет является членом редколлегии журнала «Автоматика и телемеханика». Под руководством М. А. Айзермана защищено более 40 кандидатских и несколько докторских диссертаций.

М. А. Айзерман тесно сочетает работы в области теории с практической деятельностью. М. А. Айзерман руководил комплексной работой нескольких институтов по созданию серии новых пневматических приборов. Эта работа была удостоена Ленинской премии.

Замечаний по поездкам не имеет. Задания по заграничным командировкам выполнены полностью. Женат, имеет дочь. Отношения в семье нормальные.

М. А. Айзерман принимает активное участие в общественной жизни Института, политически грамотен, морально устойчив. М. А. Айзерман активно участвует в работе методологического семинара Института, прочел ряд докладов на этом семинаре, участвует в работе теоретического семинара партийной учебы. Он сис-

тематически работает с молодыми учеными Института, является руководителем цикла лекций для молодых специалистов Института, организованного Советом молодых специалистов и Комитетом ВЛКСМ Института и прочел в рамках этого цикла курс лекций по теории управления.

Характеристика утверждена на заседании партбюро Института 5 февраля 1982 г., протокол № 10.

Директор Института  
академик АН СССР

В. А. Трапезников

## ДОКУМЕНТ 27

Группа математиков — сотрудников Математического института АН СССР ведет под моим руководством работу по математическим вопросам теории автоматического управления, поддерживая при этом контакт с Институтом автоматки и телемеханики АН СССР. При осуществлении этого контакта мы многократно имели дело с Марком Ароновичем Айзерманом, оказавшим существенное влияние на нашу работу, и считаем его выдающимся специалистом в теории автоматического регулирования.

Ввиду этого я горячо поддерживаю решение Ученого Совета Института автоматки и телемеханики возбудить ходатайство о присвоении звания Заслуженного деятеля науки и техники РСФСР М. А. Айзерману.

Академик

Л. С. Понтрягин

## ДОКУМЕНТ 28

Директору института автоматике  
и телемеханики  
Академику В. А. Трапезникову

Отдел общей динамики машин, автоматического регулирования и управления Горьковского исследовательского физико-технического института при Горьковском государственном университете рассмотрел вопрос о присвоении звания заслуженного деятеля науки и техники РСФСР доктору технических наук, профессору Айзерману Марку Ароновичу.

Доктор технических наук, профессор Марк Аронович Айзерман является выдающимся ученым, внесшим крупный вклад в развитие теории и техники автоматического регулирования.

С его именем связаны разработка актуальных теоретических и прикладных вопросов теории управления и создание новых направлений в технике управления (например, пневмоавтоматики).

М. А. Айзерман является организатором и руководителем научных коллективов и воспитателем большого числа молодых научных работников. Его научное творчество отличает особое умение определять новые важные направления поисковых работ, широта научных интересов.

М. А. Айзерман на протяжении многих лет по своей научной работе был тесно связан с тематикой школы академика А. А. Андропова.

Отдел общей динамики машин, автоматического регулирования и управления ГИФТИ поддерживает решение Ученого Совета Института автоматике и телемеханики о присвоении звания заслуженного деятеля науки и техники РСФСР доктору технических наук, профессору М. А. Айзерману.

Зав. отделом динамики машин,  
автоматического регулирования и  
управления, доктор физ.мат.наук

Е. А. Леонтович-Андропова

## ДОКУМЕНТ 29

## О Т З Ы В

о научной деятельности проф. М. А. Айзермана, выдвинутого кандидатом в члены-корреспонденты АН СССР по специальности «теория управления»

Доктор технических наук, заслуженный деятель науки и техники РСФСР, проф. Марк Аронович Айзерман широко известен в нашей стране и за рубежом как крупный ученый, ведущий специалист в области теории управления, обогативший науку выдающимися достижениями.

М. А. Айзерману принадлежит заслуга постановки и первой строгой разработки задач об устойчивости существенно нелинейных регулируемых систем. В своих работах сороковых годов он сформулировал проблему и разрешил ряд основных задач об устойчивости нелинейных регулируемых систем при больших начальных отклонениях. Одна из проблем М. А. Айзермана состояла в определении наибольшего угла, ограничивающего произвольную во всем прочем нелинейную характеристику, так чтобы регулируемая система была устойчивой. При этом он сформулировал вопрос о возможности расширения этого угла до пределов гурвицевых границ устойчивости, как это было бы, если бы система была линейной. Важные для приложений, эти исследования в то же время оказались чрезвычайно интересными по своему научному содержанию. Разрабатываемая теория столкнулась с трудными проблемами нелинейной механики. Она вызвала большой интерес у математиков и механиков в СССР, США, Англии, Японии, Чехословакии и в других странах и способствовала созданию целого крупного направления в теории устойчивости движения и в теории нелинейных колебаний.

Позднее, в шестидесятых годах, вернувшись к задаче об устойчивости нелинейных систем, М. А. Айзерман совместно с Ф. Р. Гантмахером опубликовал монографию по теории абсолютной устойчивости. Эта важная работа ушла последние по тому времени достижения, в том числе — новые подходы математической теории управляемых процессов, и, существенно пополнив результаты оригинальными разработками авторов, подвела итог состоянию проблемы.

Также заслуживает высокой оценки выполненное совместно с Ф. Р. Гантмахером изящное построение теории первого приближения для движений в нелинейных системах. Эта теория дала в руки исследователей общий алгоритм, освободив от необходимости придумывать искусственные конструкции по каждому частному поводу. Далее, М. А. Айзерману принадлежат существенные результаты в построении теории структурной устойчивости, доставляющие эффективные средства при разработке регулируемых систем.

В теории колебаний надлежит отметить два крупных достижения М. А. Айзермана: обнаруживающий существо дела подход к обоснованию метода гармонического баланса в квазилинейных системах на базе фильтрующих свойств линейной части; построение периодических движений нелинейных систем в форме полных рядов Фурье. Как и другие работы автора, эти исследования способствовали развитию новых научных направлений.

Важный цикл работ М. А. Айзермана посвящен развитию теории конечных автоматов. Своеобразный подход, трактующий системы из логических звеньев как динамические системы, изменяющиеся во времени по специальным законам, позволил автору найти оригинальные пути исследования, дать интересные постановки задач и исследовать ряд трудных вопросов об алгоритмической осуществимости. Эта серия работ в значительной части вошла в монографию, опубликованную в 1964 году.

М. А. Айзерман является одним из пионеров совсем нового научного направления в современной кибернетике, объединяющего проблемы адаптации, распознавания образов, обучения машин и т. п. Им совместно с сотрудниками предложено и разработан метод потенциальных функций, на основе которого построены алгоритмы, охватывающие проблемы обучения в детерминистской и вероятностной формах. Эта теория нашла выход к таким нестандартным задачам, как задачи построения читающих автоматов, задачи распознавания ситуаций, составление диагностических программ и т. д.

М. А. Айзерману принадлежат серьезные достижения в области технических приложений. Для должной оценки его инженерной деятельности достаточно сказать, что за разработку систем пневмоавтоматики М. А. Айзерман был удостоен Ленинской премии.

М. А. Айзерман хорошо известен как выдающийся педагог, подготовивший большое число специалистов: инженеров, кандидатов и докторов наук. Его монографии вошли в постоянный фонд литературы по теории управляемых и регулируемых систем. Активный участник большинства научных изданий по теории управления и смежным вопросам, непреходящий докладчик на научных съездах и конференциях, выступающий по узловым вопросам, М. А. Айзерман оказывает существенное влияние на развитие науки. Он пользуется большим авторитетом ученого, постоянно ищущего новые направления исследования для решения актуальных проблем.

Сказанное представляется достаточным основанием рассматривать М. А. Айзермана как крупного ученого и организатора науки и считать его достойным избрания в члены-корреспонденты АН СССР.

Член-корреспондент АН СССР

Н. Н. Красовский

## ДОКУМЕНТ 30

### О Т З Ы В

о научной и инженерной деятельности доктора технических наук, профессора АЙЗЕРМАНА Марка Ароновича

Доктор технических наук, заслуженный деятель науки и техники РСФСР, лауреат Ленинской премии, профессор М. А. Айзерман является выдающимся ученым в области теории и промышленных приложений автоматического управления. Советская наука в области теории автоматического управления занимает ведущее положение, и этим мы в значительной степени обязаны группе ученых, концентрирующихся вокруг Института автоматизации и телемеханики. Среди них профессор М. А. Айзерман занимает особое положение, поскольку, в отличие от других ученых этой группы, М. А. Айзерман был и остался ученым-механиком по духу и стилю теоретических исследований и инженером-механиком по разносторонней практической деятельности.

В течение ряда лет до последних дней жизни академика А. А. Андропова, идейно возглавлявшего это направление, М. А. Айзерман был его ближайшим помощником.

Основное направление теоретических работ профессора М. А. Айзермана, в течение длительного периода его деятельности, было связано с исследованиями в области теории автоматического управления, в частности, с исследованиями устойчивости регулируемых систем и с определением автоколебательных режимов; в последние годы его интересы концентрировались вокруг технических приложений математической логики и теоретических проблем использования вычислительных машин в автоматике.

В докторской диссертации, защищенной и в значительной части опубликованной в 1946 году, М. А. Айзерман сформулировал и, используя прямой метод Ляпунова, решил задачу об абсолютной устойчивости регулируемых систем в постановке, в известном смысле обратной той, которая содержалась в опубликованной незадолго перед тем работе автора этого отзыва. В постановке М. А. Айзермана задача сведена к определению наибольшего угла, внутри которого произвольное протекающее нелинейной характеристики не препятствует устойчивости в целом.

Такая постановка задачи естественно привела к гипотезе, что этот угол может быть расширен до пределов «гурвицева угла», то есть может быть найден заменой нелинейной характеристики линейной с применением затем линейных критериев устойчивости. Гипотеза такого рода была сформулирована М. А. Айзерманом и была поставлена задача: доказать эту гипотезу или опровергнуть ее.

Эта проблема повсеместно называется теперь «задачей Айзермана». Ей было посвящено около ста работ, опубликованных в СССР, США, ФРГ, Японии, Фран-

ции и других странах. В частности, решению этой проблемы были посвящены работы В. А. Плисса, Н. П. Еругина, И. Г. Малкина, Картрайт и ряда других авторов.

В 1963–64 гг., после многолетнего перерыва, М. А. Айзерман вновь вернулся к проблеме абсолютной устойчивости, опубликовав совместно с Ф. Р. Гантмахером монографию, в которой подведен итог состоянию проблемы и содержится большое число новых результатов в этой области. Эта монография переведена в США и в ФРГ на английский и немецкий языки.

Особое место в научном творчестве М. А. Айзермана занимает выполненная совместно с Ф. Р. Гантмахером работа, в которой было построено линейное приближение, решающее вопрос об устойчивости в разрывных системах.

В классических теоремах Ляпунова об устойчивости по линейному приближению предполагается, что линейное приближение может быть построено разложением правых частей дифференциальных уравнений возмущенного движения в степенные ряды, с последующим отбрасыванием старших членов разложения. Поэтому казалась лишней постановка задачи о линейном приближении в задаче об устойчивости разрывных систем. Однако М. А. Айзерману и Ф. Р. Гантмахеру удалось построить линейные приближения для разрывных динамических систем и доказать для них теоремы, подобные теоремам Ляпунова. Благодаря этому методы Ляпунова оказались распространенными на эту важную для технических приложений область.

Третье направление в теории устойчивости, связанное с именем М. А. Айзермана, относится к линейным системам и получило название структурной устойчивости. Результаты М. А. Айзермана в этой области стали повседневным средством исследования на первых этапах проектирования систем управления.

В области изучения автоколебаний в нелинейных регулируемых системах М. А. Айзерман также нашел ряд новых интересных направлений. Он показал, что метод гармонического баланса можно обосновать, опираясь не на наличие малого параметра в дифференциальных уравнениях регулируемой системы, а используя фильтрующие свойства линейной части системы. Это утверждение, названное «гипотезой фильтра», получило дальнейшее развитие в многочисленных работах Е. П. Попова.

Однако для работ М. А. Айзермана по автоколебаниям характерны не приближенные методы. Ему, совместно с Ф. Р. Гантмахером, удалось развить способ определения периодических движений в форме полных рядов Фурье. В основе метода лежит оригинальный спектральный подход, который ранее использовался лишь для релейных систем. Эти работы М. А. Айзермана послужили отправным пунктом большого числа исследований. Среди них особо выделяются несколько десятков публикаций японских авторов (Медззава, Айба, Урабе и др.) и монография румынского ученого Белля, переведенная на русский язык.

В последние годы в круг научных интересов М. А. Айзермана вошли также важные современные проблемы технической кибернетики — теория конечных автоматов и динамические аспекты проблем обучения машин распознаванию образов.

Теория конечных автоматов развивалась ранее как естественное обобщение теории электрических релейно-контактных схем. В серии работ, выполненных М. А. Айзерманом с группой сотрудников, конечные автоматы трактуются как своеобразный класс дискретных динамических систем общего вида, а теория конечных автоматов — как главы конечной динамики, для которой математическая логика играет такую же роль, какую играют дифференциальные уравнения для общей динамики. Эта серия работ, завершенная выпуском обобщающей монографии («Логика, автоматы, алгоритмы», 1964 г.), содержит ряд важных результатов, из которых особо отмечу теоремы, устанавливающие алгоритмическую неразрешимость некоторых проблем, оставшихся, несмотря на многочисленные попытки, нерешенными, а также постановку совершенно новой задачи о построении конечных автоматов путем преобразования их тактности.

Теоретические проблемы обучения машин возникли совсем недавно как за рубежом, так и у нас. М. А. Айзерман с группой сотрудников развили экстраполяционный подход и своеобразную геометрическую трактовку задачи теории обучения машин, которые получили название «метод потенциальных функций». На основе этого метода были разработаны алгоритмы обучения машин в детерминистском и вероятностном плане и алгоритмы экстраполяции функций многих переменных по их значениям в случайно наблюдаемых точках. Эти работы получают интересные приложения при создании чипующих автоматов, диагностических программ, распознавании сходных ситуаций в метеорологических картах, геологических разрезах и т. д.

Я упоминаю об этих новых направлениях в работах М. А. Айзермана также и потому, что они показывают, в какой мере М. А. Айзерман находится сейчас в расцвете своих творческих сил и способен откликаться на самые новые поисковые вехи в науке об автоматическом управлении.

Все изложенное касалось теоретических работ М. А. Айзермана.

Я хотел бы отметить также его деятельность как инженера-механика, которая развивалась параллельно его деятельности как ученого-теоретика и ознаменовалась завершением трех больших работ, широко внедренных в практику народного хозяйства. Первой по времени была работа М. А. Айзермана по созданию газобаллонных автомобилей, работающих на сжиженном газе.

Вторая работа связана с автоматизацией компрессорной (азролифтной) нефтедобычи. Эта работа завершилась полной автоматизацией всех компрессорных скважин Бакинского района с годовой экономией в 4 миллиона рублей.

Третьей, наиболее важной работой является работа по созданию новой области техники — пневмоники, аналогичной электронике, но использующей явления, связанные не с взаимодействием потоков электронов, а с взаимодействием свободных струй воздуха, и явления отрыва пограничного слоя. Для реализации пневматических приборов разработана техника пневматических печатных схем, позволяющих не собирать приборы из деталей, а печатать их методами, напоминающими печатание книг.

В настоящее время работы М. А. Айзермана и его лаборатории в области пневмоавтоматики получили мировое признание; в американских, английских, немецких и других журналах пневмоника расценивается как переворот в технических средствах автоматике и вычислительной технике.

За работу в области пневмоавтоматики М. А. Айзерман удостоен Ленинской премии. Выполненные под руководством М. А. Айзермана изобретения в этой области опередили почти на год аналогичные американские изобретения. Они запатентованы во многих странах мира, и лицензии на них куплены иностранными фирмами.

Работы М. А. Айзермана по созданию пневмоники открывают новую область для практических приложений аэромеханики и ставят перед ней новые интересные задачи.

В заключение хочется сказать несколько слов о М. А. Айзермане как о профессоре, воспитателе молодежи. Около 30 молодых ученых успешно выполнили и защитили диссертации под руководством М. А. Айзермана. Многие из них сами стали теперь докторами наук, руководителями научных коллективов и воспитателями молодежи. Вокруг М. А. Айзермана всегда группируются талантливые молодые ученые, создается обстановка коллективного творчества. Свидетельство тому — большое число совместных работ, вышедших из этого коллектива. Его «Лекции по теории автоматического регулирования», переведенные на английский и японский языки, широко используются в наших университетах и ВТУЗах.

Выдающийся лектор и педагог, М. А. Айзерман возглавляет кафедру механики Московского физико-технического института.

Как ученый, обогативший науку получившими повсеместное признание трудами первостепенной важности, и как инженер, деятельность которого привела к важным техническим достижениям в различных областях автоматического управления, М. А. Айзерман является, по моему мнению, наиболее достойным кандидатом в члены-корреспонденты Академии Наук СССР по отделению механики и процессов управления (специальность «Теория управления»).

Член-корреспондент АН СССР

А. И. Лурье  
14 сентября 1968 года

## ДОКУМЕНТ 3 1

Московский физико-технический институт  
15 октября 1963 года  
Директору и Председателю Ученого Совета  
Института автоматике и телемеханики  
академику В. А. Трапезникову

Московский физико-технический институт поддерживает ходатайство Ученого совета Вашего Института перед Президиумом Верховного Совета СССР о присвоении звания заслуженного деятеля науки и техники РСФСР доктору технических наук, профессору Айзерману Марку Ароновичу в связи с 50-летием со дня рождения.

Помимо многогранной научной деятельности в Вашем институте, где проф. М. А. Айзерман возглавляет ряд ведущих научных направлений с большими выходами в промышленность, М. А. Айзерман на протяжении последних 10 лет является профессором Московского физико-технического института и ведет большую работу по подготовке кадров специалистов в области новой техники. Он систематически читает большим потокам студентов основные и специальные курсы по механике, теории автоматического регулирования, кибернетике и является одним из руководителей постоянно действующего научного семинара МФТИ по колебаниям, устойчивости и оптимальному управлению, в котором принимают участие студенты, аспиранты и преподаватели института. Лекции проф. М. А. Айзермана соединяют в себе высокий научный уровень с большим педагогическим мастерством и пользуются неизменным успехом у студентов. Проф. М. А. Айзерман является научным руководителем ряда аспирантов МФТИ.

Книги-монографии проф. М. А. Айзермана:

1. «Введение в динамику автоматического регулирования двигателей», Машгиз, 1950 г.
2. «Теория автоматического регулирования двигателей», Гостехиздат, 1952 г.
3. «Лекции по теории автоматического регулирования», Физматгиз, 1-е изд. 1956 г., 2-е изд. 1958 г.
4. «Абсолютная устойчивость регулируемых систем», Изд. Академии наук СССР, 1963 г.

во многом содействовали и будут содействовать подготовке специалистов по регулированию и в смежных областях техники. Эти книги широко известны не

только в СССР, но и за рубежом. Книга «Лекции по теории автоматического регулирования» переведена в США, Японии и ряде других стран.

Московский физико-технический институт считает кандидатуру проф. М. А. Айзермана достойной звания заслуженного деятеля науки и техники и полностью присоединяется к Вашему ходатайству о присвоении этого звания.

Ректор Института

Белоцерковский О. М.

## СПИСОК НАУЧНЫХ ТРУДОВ М. А. АЙЗЕРМАНА\*

### 1937

1. Применение сжиженных газов как моторного топлива. Автотракторное дело, № 9, 1937.
2. Об упругости паров сжиженных газов. Автотракторное дело, № 18, 1937.

### 1938

3. Исследование работы двухмембранного редуктора. Автотракторное дело, № 2, 1938.
4. Динамика автоматического регулирования давления в газовых автомобилях. Сборник научных работ НАТИ. М.: Машгиз, 1938.
5. Автомобили на газообразном топливе. Мотор, № 3, 1938.
6. Использование газообразных топлив на автотранспорте. Мотор, № 4, 1938.
7. Автомобили на газообразном топливе (баллоны). Мотор, № 4 и 5, 1938.
8. Автомобили на газообразном топливе. Мотор, № 8 и 9, 1938.
9. Автомобили на газообразном топливе (смесители). Мотор, № 11 и 12, 1938.

### 1939

10. Автомобили на газообразном топливе (экспериментальное исследование смесителей). Мотор, № 2 и 3, 1939. Совместно с В. Е. Кошкиным.

### 1940

11. О затухании колебательного движения, характеризуемого линейным дифференциальным уравнением третьего порядка с постоянными коэффициентами. Автоматика и телемеханика, № 1, 1940.

\* Настоящий список не претендует на полноту. В него не вошли: работы 30–40-х годов, относительно которых не сохранилось точных библиографических описаний; версии книг и статей на иностранных языках; статьи в популярных изданиях, рецензии и т. п.

12. Динамика многоступенчатого автоматического регулирования давления. Труды НАТИ, вып. 38. М.: Машгиз, 1940.

## 1941

13. Элементы теории автоматических прогрессивных трансмиссий непрерывного действия. Труды НАТИ, вып. 40. М.: Машгиз, 1941.  
 14. О влиянии сил сухого (кулоновского) трения на движение автоматических регуляторов непрямого действия. Автоматика и телемеханика, № 3, 1941.  
 15. Об использовании приемно-усилительных ламп в схемах электронной автоматики. Автоматика и телемеханика, № 3, 1941.

## 1943

16. Теоретическое исследование механизма поворота танка Mk-IV. НИИТ Полигон ГБУСА, 1943.  
 17. Анализ автоматики переключения передач танка M5A1. НИИТ Полигон ГБУСА, 1943.  
 18. Автоматика переключения передач системы Meibach. НИИТ Полигон ГБУСА, 1943.

## 1944

19. Влияние нелинейных характеристик на сходимость процесса автоматического регулирования и на условия генерации колебаний. Известия АН СССР ОТН, № 12, 1944.  
 20. Исследование метода включения фрикционных элементов в схемы механизмов поворота танков. НИИТ Полигон ГБУСА. 1944.

## 1945

21. Автоматика переключения передач трофейных танков «Тигр» и «Королевский тигр». НИИТ Полигон ГБУСА, 1945.  
 22. Автоматика танка. НИИТ Полигон ГБУСА, 1945.  
 23. Справочник по коробкам передач современных танков. Тома 1-3. НИИТ Полигон ГБУСА. 1945. Совместно с Н. Н. Ковалевым, Б. Н. Дехтярь и В. И. Каменцевой.

24. Автоматика переключения передач танков T-VI-H и T-VI-B. Вестник танковой промышленности, № 7–9, 1945.  
 25. Автоматика переключения передач американских танков M5A1. Вестник танковой промышленности, № 7 и 8, 1945.

## 1946

26. Теория приборов автоматики переключения передач системы HYDRA-MATIC. Труды НАТИ, вып. 44. М.: Машгиз, 1946.  
 27. О сходимости процесса автоматического регулирования после больших начальных отклонений. Автоматика и телемеханика, № 2 и 3, 1946.

## 1947

28. Об учете нелинейных функций от нескольких аргументов при исследовании устойчивости систем автоматического регулирования. Автоматика и телемеханика, № 1, 1947.  
 29. Механизмы поворота танков (основы теории). М.: Минтрансаш, 1947.

## 1948

30. Автоматика переключения передач. М.: Машгиз, 1948.  
 31. Задача об устойчивости процесса прямого регулирования оборотов двигателя при учете нелинейности его характеристик. Труды НАМИ, вып. 51. М.: Машгиз, 1948.  
 32. О некоторых структурных условиях устойчивости систем автоматического регулирования. Автоматика и телемеханика, № 2, 1948.  
 33. Об одной ошибочной теореме в теории структурной устойчивости. Автоматика и телемеханика, № 4, 1948.

## 1949

34. Об одной проблеме, касающейся устойчивости «в большом» динамических систем. Успехи математических наук, т. IV, вып. 4, 1949.  
 35. Исторический очерк развития регулирования. М.: Машгиз, 1949.

## 1950

36. Введение в динамику автоматического регулирования двигателей. М.: Машгиз, 1950.
37. Области устойчивости и их выделение. Лекция на семинаре по теории автоматического регулирования. М.: Машгиз, 1950.
38. Общая постановка задачи об устойчивости системы автоматического регулирования. М.: Машгиз, 1950.
39. Выделение областей устойчивости регулируемых систем. М.: Машгиз, 1950.
40. Нелинейные задачи теории автоматического регулирования. М.: Машгиз, 1950.
41. Сухое трение в задачах регулирования. М.: Машгиз, 1950.
42. Анализ системы автоматического регулирования с исполнительными механизмами постоянной скорости. М.: Машгиз, 1950.
43. Автоматика переключения передач танков М5А1 и М-24. М.: Машгиз, 1950.
44. К определению опасных и безопасных участков на границе устойчивости. Прикладная математика и механика, т. XIV, № 4, 1950.

## 1951

45. Об увеличении критического значения коэффициента усиления за счет воздействия по производной. Автоматика и телемеханика, № 2, 1951.
46. Достаточное условие устойчивости одного класса динамических систем с переменными параметрами. Прикладная математика и механика, т. XV, № 15, 1951.
47. Автоматическое регулирование компрессорных скважин. Азербайджанское нефтяное хозяйство, № 4, 1951. Совместно с М. А. Топчибаевым и Э. М. Наджафовым.
48. Нормализация режима сильно пульсирующей скважины с помощью автоматического регулятора. Нефтепромысловое дело, № 12, 1951. Совместно с А. А. Абдуллаевым, С. С. Берковичем, С. А. Кафаровым, М. А. Топчибаевым.
49. Исторический очерк развития регуляторостроения. В кн. «Техника автоматического регулирования производственных процессов». М.: Машгиз, 1951.
50. Выбор типа автоматического регулятора по характеристике регулируемого объекта. В кн. «Техника автоматического регулирования производственных процессов». М.: Машгиз, 1951.

51. Структура и схемы систем автоматического регулирования технологических процессов. В кн. «Техника автоматического регулирования производственных процессов». М.: Машгиз, 1951.

## 1952

52. О практическом использовании критерия Гурвица. Автоматика и телемеханика, № 2, 1952.
53. О построении резонансных кривых для систем с нелинейной обратной связью. Инженерный сборник, т. XIII, М., 1952.
54. Теория автоматического регулирования двигателей. Уравнение движения и устойчивость. М.: Гостехиздат, 1952.

## 1953

55. Физические основы применения методов малого параметра к решению нелинейных задач теории автоматического регулирования. Автоматика и телемеханика, № 5, 1953.

## 1954

56. Условия существования области устойчивости для одноконтурной системы автоматического регулирования. Прикладная математика и механика, т. XVIII, вып. 1, 1954. Совместно с Ф. Р. Гантмахером.
57. Замечание к статье Е. П. Попова «Приближенное исследование автоколебаний и вынужденных колебаний нелинейных систем». Известия АН СССР, ОТН, № 10, 1954. Совместно с И. М. Смирновой.

## 1955

58. О применении методов малого параметра для исследования периодических режимов в системах автоматического регулирования, не содержащих малого параметра. В кн. «Памяти А. А. Андропова». М.: Изд. АН СССР, 1955. Совместно с И. М. Смирновой.
59. Обзор деятельности А. А. Андропова в области автоматического регулирования. В кн. «Памяти А. А. Андропова». М.: Изд. АН СССР, 1955.

60. Об одном классе динамических задач, сводящихся к теории релейных систем. Прикладная математика и механика, т. XIX, вып. 2, 1955. Совместно с Ф. Р. Гантмахером.

## 1956

61. Замечание к статье «Условие существования области устойчивости для одно-контурных систем автоматического регулирования». Прикладная математика и механика, т. XX, № 3, 1956. Совместно с Ф. Р. Гантмахером.
62. Проблема определения периодических режимов в системах автоматического регулирования. Труды II Всесоюзного совещания по теории автоматического регулирования, т. I. М., 1956.
63. Об определении периодических режимов в нелинейной динамической системе с кусочно-линейной характеристикой. Прикладная математика и механика, т. XX, вып. 5, 1956. Совместно с Ф. Р. Гантмахером.
64. Определение периодических режимов в динамических системах с кусочно-линейными характеристиками. Труды III Всесоюзного съезда матем. М.: Изд. АН СССР, 1956. Совместно с Ф. Р. Гантмахером.
65. Лекции по теории автоматического регулирования. М.: Гостехиздат, 1956.
66. Sur les methodes approchees de definition des regimes periodiques dans les systemes passant la contrareaction non-lineaire. Actes du 1-er Congress International Cybernetique, 1956.
67. Bedingung für die strukturstabilität selbsttätiger Regelungssysteme. Fachtagung Regelungs-technik, Heidelberg, Beitrag, № 93, 1956.

## 1957

68. Bedingung für die strukturstabilität gewisser Klassen von Regelsystemen. Regelungstechnik, Modern the orien und Verwendbarkeit, Verlag K. Oldenbourg. Munchen, 1957.
69. Определение периодических режимов в системах автоматического регулирования. В кн. «Сборник автоматического регулирования и управления». М.: Изд. АН СССР, 1957.
70. Определение периодических режимов в системах с кусочно-линейной характеристикой, составленной из звеньев параллельных двум заданным прямым I, II. Автоматика и телемеханика, № 2 и 3, 1957. Совместно с Ф. Р. Гантмахером.

71. Stabilität der Gleichgewichtslage in einem nichtholonomen system. ZAMM. Bd. 37, Hrf. 1/2. 1957. Совместно с Ф. Р. Гантмахером.
72. Проблемы, возникающие в связи с теорией автоколебаний в системах автоматического регулирования. Сессия АН по научным проблемам автоматизированного производства. М.: Изд. АН СССР, 1957.
73. Устойчивость по линейному приближению периодических решений системы дифференциальных уравнений с разрывными правыми частями. ДАН СССР, т. 116, № 4, 1957. Совместно с Ф. Р. Гантмахером.
74. Устойчивость по линейному приближению периодического решения системы дифференциальных уравнений с разрывными правыми частями. Прикладная математика и механика, т. XXI, вып. 5, 1957. Совместно с Ф. Р. Гантмахером.
75. О некоторых особенностях переключений в нелинейных системах автоматического регулирования с кусочно-гладкой характеристикой нелинейного элемента. Автоматика и телемеханика, № 11, 1957. Совместно с Ф. Р. Гантмахером.

## 1958

76. Determination of stability by linear approximation of a periodic solution of a system of differential equations with discontinuous right-hand sides. Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics, vol. XI, part 4, 1958.
77. On the approximate methods of determining periodic processes in feedback control systems (на англ. и русск. языках). Convegno Internazionale sui problemi dell'automatismo. Rome, 1958.
78. Об устойчивости периодических режимов в нелинейных системах с кусочно-линейной характеристикой. Автоматика и телемеханика, № 6, 1958. Совместно с Ф. Р. Гантмахером.
79. Об устойчивости периодических движений. Прикладная математика и механика, т. XXII, вып. 6, 1958. Совместно с Ф. Р. Гантмахером.
80. Лекции по теории автоматического регулирования. Изд. 2-е, доп. и переработ. М.: Физматгиз, 1958.

## 1959

81. Системы, устройства и элементы пневмо- и гидроавтоматики. М., 1959.
82. Выступление в дискуссии «Настоящее и будущее теории автоматического регулирования как науки». Автоматика и телемеханика, № 2, 1959.

## 1960

83. Конечные автоматы I, II. Автоматика и телемеханика, № 2 и 3, 1960. Совместно с Л. А. Гусевым, Л. И. Розоноэром, И. М. Смирновой и А. А. Талем.
84. О методах реализации конечного автомата, тактность которого определяется изменением состояния входа. Автоматика и телемеханика, № 12, 1960. Совместно с Л. А. Гусевым, Л. И. Розоноэром, И. М. Смирновой и А. А. Талем.
85. Основы теории нелинейных систем автоматического регулирования с разрывными характеристиками. Доклады Всесоюзной межвузовской конференции по теории и методам расчета нелинейных электрических цепей. М., 1960. Совместно с Ф. Р. Гантмахером.
86. Об устойчивости положения равновесия в разрывных системах. Прикладная математика и механика, т. XXIV, вып. 2, 1960. Совместно с Ф. Р. Гантмахером.

## 1961

87. La nationale de stabilite intrinseque des asservissements lineares. Automatisme, V. 6, № 4, 1961.
88. Некоторые вопросы теории нелинейных систем автоматического регулирования с разрывными характеристиками. Труды I Международного конгресса ИФАК. М.: Наука, 1961. Совместно с Ф. Р. Гантмахером.
89. Алгоритмическая неразрешимость проблемы распознавания предствимости рекурсивных событий в конечных автоматах. Автоматика и телемеханика, № 6, 1961. Совместно с Л. А. Гусевым, Л. И. Розоноэром, И. М. Смирновой и А. А. Талем.

## 1962

90. Преобразование тактности последовательных машин и синтез релейных схем. Автоматика и телемеханика, № 11, 1962. Совместно с Л. А. Гусевым, Л. И. Розоноэром, И. М. Смирновой и А. А. Талем.
91. Опыты по обучению машин распознаванию зрительных образов. В кн. «Биологические аспекты кибернетики». М.: Изд. АН СССР, 1962.
92. Новое в пневмо-гидравлической автоматике. М.: Изд. АН СССР, 1962.

## 1963

93. Проблема обучения машин распознаванию внешних ситуаций. М., 1963.

94. Абсолютная устойчивость регулируемых систем. М.: Изд. АН СССР, 1963. Совместно с Ф. Р. Гантмахером.
95. Логика, автоматы, алгоритмы. М.: Физматгиз, 1963. Совместно с Л. А. Гусевым, Л. И. Розоноэром, И. М. Смирновой и А. А. Талем.
96. Техника пневматических печатных схем и новые возможности пневмоавтоматики. Вестник АН СССР, № 1, 1963.
97. О критических случаях в теории абсолютной устойчивости регулируемых систем. Автоматика и телемеханика, № 6, 1963. Совместно с Ф. Р. Гантмахером.
98. Обучающиеся системы автоматического управления (в свете опытов по обучению систем распознавания образов). Труды II Международного конгресса ИФАК, М., 1965.
99. Методы определения периодических движений в кусочно-линейных системах. Труды Симпозиума по нелинейным колебаниям. Киев, 1961. Совместно с А. И. Лурье.

## 1964

100. Теоретические основы метода потенциальных функций в задаче об обучении автоматов разделению входных ситуаций на классы. Автоматика и телемеханика, № 6, 1964. Совместно с Э. М. Браверманом и Л. И. Розоноэром.
101. Вероятностная задача об обучении автоматов распознаванию классов и метод потенциальных функций. Автоматика и телемеханика, № 9, 1964. Совместно с Э. М. Браверманом и Л. И. Розоноэром.
102. Метод потенциальных функций в задаче о восстановлении характеристик функционального преобразователя по случайно наблюдаемым точкам. Автоматика и телемеханика, № 12, 1964. Совместно с Э. М. Браверманом и Л. И. Розоноэром.

## 1965

103. Задача об обучении автоматов разделению входных ситуаций на классы (распознаванию образов). Труды II Международного конгресса ИФАК. М.: Наука, 1965.
104. Процесс Роббинса-Монро и метод потенциальных функций. Автоматика и телемеханика, № 11, 1965. Совместно с Э. М. Браверманом и Л. И. Розоноэром.
105. Преобразование тактности последовательных машин. Теория конечных и вероятностных автоматов. Труды II Международного конгресса ИФАК. М.: Наука, 1965. Совместно с Э. М. Браверманом и Л. И. Розоноэром.

1966

106. Метод потенциальных функций и экстраполяционные задачи в теории обучающихся систем. Труды III Международного конгресса ИФАК. М.: Наука, 1971. Совместно с Э. М. Браверманом и Л. И. Розоноэром.

1967

107. Экстраполяционные задачи автоматического регулирования и метод потенциальных функций. III Всесоюзное совещание по автоматическому управлению. Одесса, 1967. Совместно с Э. М. Браверманом и Л. И. Розоноэром.
108. О выборе потенциальной функции в симметрических пространствах. Автоматика и телемеханика, № 10, 1967. Совместно с Э. М. Браверманом и Л. И. Розоноэром.

1968

109. Экстраполяционные задачи автоматического управления и метод потенциальных функций. Труды Международного конгресса математиков. М., 1968. Совместно с Э. М. Браверманом и Л. И. Розоноэром.
110. О некоторых механизмах управления скелетными мышцами. Автоматика и телемеханика, № 2, 1968. Совместно с Е. А. Андреевой.
111. Простейший поисковый механизм управления скелетными мышцами. Автоматика и телемеханика, № 3, 1968. Совместно с Е. А. Андреевой.

1969

112. Замечание о двух задачах, связанных с распознаванием образов. Автоматика и телемеханика, № 4, 1969.
113. Проблемы абсолютной устойчивости в гурвицевом узле. В кн. «Международная конференция по нелинейным колебаниям». Киев, 1969.
114. The simplest control mechanism by muscle activity. IFAC 4-th World Congress, Warszawa, 1969. Совместно с Е. А. Андреевой.

1970

115. Метод потенциальных функций в теории обучения машин. М.: Наука, 1970. Совместно с Э. М. Браверманом и Л. И. Розоноэром.

116. О некоторых простейших механизмах управления скелетными мышцами. В кн. «Исследование процессов управления мышечной активностью». М.: Наука, 1970.
117. Extrapolative problems in automatic control and the method of potential functions. Trans. Amer. Math. Soc., vol. 81, 1970. Совместно с Э. М. Браверманом и Л. И. Розоноэром.

1972

118. Проблемы абсолютной устойчивости в гурвицевом угле. В кн. «Международная конференция по нелинейным колебаниям». М.: Наука, 1972.
119. A study of movement control system in living beings. IFAC 5-th world Congress, Paris, 1972. Совместно с Е. А. Андреевой.

1973

120. Interrelations of resting, postural and action tremor in Parkinsonian patients before and after surgery. 6-th Symp. Int. Soc. Res., Stereencephalotomy, Tokyo, 1973. Совместно с Э. И. Канделем.

1974

121. Механизмы управления мышечной активностью (норма и патология). М.: Наука, 1974. Совместно с Е. А. Андреевой, Э. И. Канделем, Л. А. Тененбаумом.
122. Классическая механика. М.: Наука, 1974.
123. Основы теории разрывных систем I, II. Автоматика и телемеханика № 7 и 8, 1974. Совместно с Е. С. Пятницким.

1975

124. Человек и коллектив как элементы системы управления. Автоматика и телемеханика, № 5, 1975.

1976

125. Спектр огибающей ЭМГ и его использование для анализа системы управления мышцами в норме и патологии. Материалы II Всесоюзного симпозиума

по клинической электромиографии. Тбилиси, 1976. Совместно с Е. А. Андреевой, Э. И. Канделем и О. Е. Хуторской.

126. Нечеткие множества, нечеткие доказательства и некоторые нерешенные задачи теории автоматического регулирования. Автоматика и телемеханика, № 7, 1976.

## 1977

127. Структурные свойства в теории выбора вариантов. VII Всесоюзное совещание по проблемам управления. Тезисы докладов, кн. 2. М.: ВИНТИ, 1977. Совместно с А. В. Малишевским.
128. Глобальные функции множества в теории выбора альтернатив I, II. Автоматика и телемеханика, № 3 и 5, 1977. Совместно с Н. В. Завалишиным и Е. С. Пятницким.
129. Динамические системы, содержащие элементы с неполной информацией, и их связь с теорией разрывных систем. В кн.: «Динамика систем. Математические методы теории колебаний», вып. 12. Горький, 1977. Совместно с Е. С. Пятницким.
130. Динамический подход к анализу структур, описываемых графами (основы графодинамики) I, II. Автоматика и телемеханика, № 7 и 9, 1977. Совместно с Л. А. Гусевым, С. В. Петровым и И. М. Смирновой.

## 1978

131. Theory of dynamic systems which incorporate elements with incomplete information and its relation to the theory of discontinuous systems. Journal of the Franklin Institute, № 6, December 1978. Совместно с Е. С. Пятницким.

## 1980

132. Проблемы логического обоснования в общей теории выбора. Общая модель выбора и его классически-рациональные основания. М., 1980. Совместно с А. В. Малишевским.
133. Некоторые аспекты общей теории выбора лучших вариантов. М.: Институт проблем управления, 1980. Совместно с А. В. Малишевским.

## 1981

134. Некоторые аспекты общей теории выбора лучших вариантов. Автоматика и телемеханика, № 2, 1981. Совместно с А. В. Малишевским.

135. General theory of best variants choice: some aspects. IEEE Trans. Automatic Control, 1981. Совместно с А. В. Малишевским.
136. Динамические аспекты теории голосования (обзор проблемы). Автоматика и телемеханика, № 12, 1981.
137. Structural properties in the theory of variants choice. Large Scale Systems: Theory and Applications. Proceedings of 2-nd IFAC Symposium. Toulouse, 1981. Совместно с А. В. Малишевским.

## 1982

138. Проблемы логического обоснования в общей теории выбора. Уровни и критерии классической рациональности выбора. М.: Институт проблем управления, 1982. Совместно с А. В. Малишевским.
139. Проблемы логического обоснования в общей теории выбора. Примеры анализа рациональности механизмов выбора. М.: Институт проблем управления, 1982. Совместно с А. В. Малишевским.

## 1983

140. Задача Эрроу в теории группового выбора (анализ проблемы). Автоматика и телемеханика, № 9, 1983. Совместно с Ф. Т. Алескервым.

## 1984

141. Некоторые новые задачи общей теории выбора (обзор одного направления исследований). Автоматика и телемеханика, № 9, 1984.
142. Функциональные локальные операторы в теории голосований I, II, III. Автоматика и телемеханика, № 5–7, 1984. Совместно с Ф. Т. Алескервым.
143. Теория коллективного выбора. В кн. «Системы управления — теория и техника». Сборник трудов Института проблем управления. Москва, 1985. Совместно с Ф. Т. Алескервым.

## 1985

144. Voting operators in the Space of Choice Functions. California Institute of Technology Social Science Working Papers, № 559, 1985. Совместно с Ф. Т. Алескервым.

145. New problems in the general choice theory. *Social choice and Welfare*, № 10, 1985.

## 1986

146. Conditions for universal reducibility of a two-stage extremization problem to a one-stage problem. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, vol. 118, № 2, 1986. Совместно с А. В. Малишевским.
147. Voting Operators in the Space of Choice Functions. *Mathematical Social Sciences*, № 3, 1986. Совместно с Ф. Т. Алескеровым.

## 1987

148. Structural properties of voting systems. In «Topics of General Theory of Structures», M. Aizerman and E. Caianiello, eds. D. Reidel Publishing Company, Amsterdam, 1987. Совместно с Ф. Т. Алескеровым.

## 1988

149. О некоторых обобщениях теории выбора вариантов (основы теории псевдокритериев). *Автоматика и телемеханика*, № 3, 1988. Совместно с Б. М. Литваковым.
150. Синтез локальных моделей в теории группового выбора. *Автоматика*, 1, 1988. Совместно с Ф. Т. Алескеровым.

## 1989

151. Pseudocriteria and Pseudocriterial Choice. *Mathematical Social Sciences*, № 2, 1989. Совместно с Б. М. Литваковым.

## 1990

152. Выбор вариантов (основы теории). М.: Наука, 1990. Совместно с Ф. Т. Алескеровым.

## 1993

153. Краткий очерк становления и развития классической теории регулирования и управления. *Автоматика и телемеханика*, № 7, 1993.

154. Псевдографы и выбор по ним. *Автоматика и телемеханика*, № 7, 1993. Совместно с В. И. Вольским и Б. М. Литваковым.

## 1994

155. Элементы теории выбора. Псевдокритерии и псевдокритериальный выбор. М.: Наука, 1994. Совместно с В. И. Вольским и Б. М. Литваковым.

## 1995

156. Theory of Choice. North-Holland, Elsevier Science B.V., Amsterdam, 1995. Совместно с Ф. Т. Алескеровым.

## РАБОТЫ М. А. АЙЗЕРМАНА ПО ТЕОРИИ РЕГУЛИРОВАНИЯ, ТЕОРИИ УСТОЙЧИВОСТИ ДВИЖЕНИЯ И ТЕОРИИ КОЛЕБАНИЙ

Е. С. Пятницкий

Вспоминая события ушедших дней, неизбежно приходишь к выводу, что образ ученого такого масштаба, как Марк Аронович Айзерман, его жизнь в науке в полной мере можно осмыслить только с целостной точки зрения, через призму *всей* его работы. Он относился к той категории ученых, которых он сам называл *впередсмотрящими*. Он высоко ценил новые идеи, новые направления, постановки новых задач, полагая, что они не только предохраняют науку от застоя, но и определяют ее будущее, а корректно поставленные задачи будут рано или поздно решены. Разумеется, будучи по характеру *впередсмотрящим*, Марк Аронович активно работал над теми проблемами, которые он считал центральными.

### Общемосковский семинар

Имя М. А. Айзerman неразрывно связано с работой *«Общемосковского семинара по нелинейным проблемам теории автоматического регулирования»*, бесменным руководителем которого он оставался до конца своей жизни. Работу семинара отличала творческая атмосфера научных дискуссий, характерная для андроновской научной школы, к которой себя относил и Марк Аронович. Ясно понимая, что теория управления имеет междисциплинарный, пограничный характер, к участию в работе семинара М. А. Айзерман привлекал ученых различных специальностей. Научный семинар представляет собой обычное явление для жи-

<sup>1</sup> Этот семинар представлял собой продолжение семинара, который был организован академиком А. А. Андроновым в период его работы в Институте автоматизации и телемеханики.

ни любого творческого научного коллектива. Если спросить, какую роль сыграл семинар Марка Ароновича в развитии науки об управлении, то можно сказать, что многие работы, которым было суждено стать родоначальниками новых направлений, еще до своей публикации докладывались на этом семинаре. Здесь уместно вспомнить, что участие в работе семинара академика Л. С. Понтрягина привело к созданию теории оптимальных процессов — после того как в докладах А. Я. Лернера и А. А. Фельдбаума прозвучали постановки задач оптимального управления. С основополагающими результатами на эту тему выступали Н. Н. Красовский, Л. И. Розоноэр и многие другие ученые. На этом семинаре Л. И. Розоноэр выступил с докладом, где впервые было показано, что схема идеального, по Шипанову, регулятора является негрубой по отношению к малым запаздываниям, или, в современной терминологии, не является робастной. Можно привести много имен других ученых, которые в своих выступлениях на семинаре впервые знакомили научную общественность с фундаментальными результатами. Естественно возникает вопрос, почему семинар М. А. Айзerman обладал столь притягательной силой. Ответ здесь один — докладчик получал заинтересованное творческое обсуждение своих результатов в коллективе блестящих ученых. Он начинал лучше видеть их место, понимать их значение и перспективу. Все это в совокупности создавало семинару высокий авторитет в научном сообществе. Нужно сказать, что доклады для выступления на семинаре проходили специальную, достаточно жесткую процедуру отбора, так что авторы почитали за честь выступить с докладом на семинаре.

Как руководитель семинара, Марк Аронович считал своей обязанностью побеседовать с будущими докладчиками. При всей доброжелательности эти беседы в полной мере отвечали духу андроновской требовательности к качеству изложения научных результатов. Работа должна содержать четкую постановку задачи, разъяснение смысла ограничений и основной результат. Марк Аронович терпеливо разъяснял своим сотрудникам и ученикам, что подготовка доклада — это большой труд. Доклад нужно готовить так же тщательно, как и журнальную публикацию. Здесь уместно отметить, что некоторые статьи в журнале «Автоматика и телемеханика» публиковались с примечанием: «Должно на семинаре по теории автоматического регулирования».

Марк Аронович рассказывал на семинаре практически все свои работы. С его именем связаны не только отдельные классические результаты, но и целые научные направления, начиная от проблем теории регулирования до общей проблемы принятия управленческих решений, включая проблему выбора и т. д. Остановимся на некоторых из этих направлений, непосредственно связанных с развитием теории автоматического управления.

## Структурный анализ систем

М. А. Айзерман стоял у истоков того направления теории регулирования, которое непосредственно связано с проблемой построения рациональных структур. Основу этого направления составляют методы структурного анализа и структурного синтеза систем. Структура системы задается типом элементов, количеством элементов каждого типа и связями между ними. Если структура системы задана, то параметры системы (постоянные времени, коэффициенты усиления и т. п.) могут принимать только положительные значения, поскольку знаки определяются типом элементов.

Если ограничиться рассмотрением систем с конечным числом степеней свободы, то в случае, когда элементы описываются дифференциальными уравнениями не выше второго порядка (когда элементы имеют, например, механическую или электрическую природу), линейная модель системы из  $n$  элементов будет описываться системой дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами

$$A\ddot{x} + B\dot{x} + Cx = 0, \quad x = \begin{bmatrix} x_j \end{bmatrix}_{j=1}^n, \\ A = \begin{bmatrix} a_{j\beta} \end{bmatrix}_{j\beta, s=1}^n, \quad B = \begin{bmatrix} b_{j\beta} \end{bmatrix}_{j\beta, s=1}^n, \quad C = \begin{bmatrix} c_{j\beta} \end{bmatrix}_{j\beta, s=1}^n. \quad (1)$$

Через  $x$  в (1) обозначено отклонение вектора координат от положения, предписанного целью регулирования, т. е. ошибка регулирования. В этих переменных цель регулирования сводится к тождеству  $x = 0$ .

В рамках анализа линеаризованных систем влияние начальных возмущений и внешних возмущений можно изучать порознь. Отклонение  $x$  можно представить в виде суммы общего решения (1) и частного решения неоднородной системы, которая отличается от (1) наличием в правой части функции времени, характеризующей внешнее воздействие. В асимптотически устойчивых системах (1) отклонение  $x$ , обусловленное наличием начального возмущения (начальной ошибки)  $x^0 \neq 0$ , остается ограниченным и с течением времени стремится к нулю. Неустойчивые системы (1) ведут себя как *усилители* начальных возмущений. В таких системах сколь угодно малые по величине начальные отклонения неограниченно возрастают с течением времени. В этом смысле проблема устойчивости выступает как одна из центральных проблем теории управления, поскольку свойство устойчивости эквивалентно понятию работоспособности системы.

Вопрос об устойчивости нулевого решения системы (1) решается распределением корней характеристического уравнения

$$f(\lambda) = \det(A\lambda^2 + B\lambda + C) = 0. \quad (2)$$

Нулевое решение системы (1) устойчиво в том и только в том случае, если все корни алгебраического уравнения (2) имеют отрицательную действительную часть. В этом случае полином  $f(\lambda)$  называют *устойчивым* полиномом или полиномом Гурвица.

При исследовании устойчивости линейных систем обычно возникают два типа задач. В задачах первого типа требуется выяснить, устойчива ли система (1) при конкретных числовых значениях элементов матриц  $A, B$  и  $C$ . Эти задачи решаются применением одного из критериев устойчивости (критерия Рауса–Гурвица, критерия Найквиста, критерия Михайлова и т. д.). Задачи второго типа связаны с построением областей устойчивости в пространстве параметров системы (1) (т. е. в пространстве элементов матриц  $A, B$  и  $C$ ). При этом естественно возникает вопрос о *существовании областей устойчивости*. Ответ на этот вопрос можно получить только в рамках структурного анализа. На этом пути и возникла *проблема структурной устойчивости* системы как проблема существования непустой области устойчивости в пространстве ее параметров.

Понятия структуры системы (1) определяется следующим образом. Если матрицы  $A, B$  и  $C$  представить в форме

$$A = \begin{bmatrix} \alpha_{j\beta} & a_{j\beta} \end{bmatrix}_{j\beta, s=1}^n, \quad B = \begin{bmatrix} \beta_{j\beta} & b_{j\beta} \end{bmatrix}_{j\beta, s=1}^n, \quad C = \begin{bmatrix} \gamma_{j\beta} & c_{j\beta} \end{bmatrix}_{j\beta, s=1}^n, \quad (3)$$

то структуру системы будут определять матрицы

$$\alpha = \begin{bmatrix} \alpha_{j\beta} \end{bmatrix}_{j\beta, s=1}^n, \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_{j\beta} \end{bmatrix}_{j\beta, s=1}^n, \quad \gamma = \begin{bmatrix} \gamma_{j\beta} \end{bmatrix}_{j\beta, s=1}^n, \quad (4)$$

элементы которых могут принимать одно из трех значений  $\{0, 1, -1\}$ . При переходе от уравнений (1) к описанию системы в терминах вход-выход уравнение динамики каждого элемента будет иметь вид

$$d_j(p)x_j = \sum_{s=1, s \neq j}^n k_{js}(p)x_s, \quad p = \frac{d}{dt}, \quad (5)$$

где полином  $d_j(p)$  определяет *собственный оператор* элемента, а полиномы  $k_{js}(p)$  — *операторы воздействия* на него со стороны остальных элементов. В зависимости от значений  $\alpha_{j\beta}, \beta_{j\beta}$  и  $\gamma_{j\beta}$  можно получить все возможные типы элементов. Так, например, неустойчивому элементу, собственный оператор которого имеет вид  $d(p) = Tp - 1$ , будет отвечать набор  $\{\alpha_{j\beta} = 0, \beta_{j\beta} = 1, \gamma_{j\beta} = -1\}$ . Комбинируя указанные значения  $\alpha_{j\beta}, \beta_{j\beta}$  и  $\gamma_{j\beta}$ , можно получить собственные операторы асатического, одноемкостного и консервативного элементов. Точно так же наборы

$\{\alpha_{j\mu}, \beta_{j\mu}, \gamma_{j\mu}\}$  будут определять структуру оператора воздействия  $s$ -го элемента на элемент  $j$ .

Задача структурной устойчивости формулируется следующим образом. Требуется найти условия, которым должны удовлетворять матрицы (4), чтобы в пространстве параметров  $\{|a_{j\mu}|, |b_{j\mu}|, |c_{j\mu}|; j, s = \overline{1, N}\}$  системы существовала непустая область устойчивости, т. е. нашлись такие положительные значения этих параметров, при которых полином (2), построенный для матриц (3), является устойчивым полиномом. Если такая область существует, то систему называют *структурно устойчивой*; в противном случае — *структурно неустойчивой*.

Проблема структурной устойчивости была поставлена И. И. Гальпериным. Им же были получены некоторые первые результаты в этой области. Ряд его результатов вызвал возражение и был предметом научной дискуссии. Несмотря на простоту формулировки, проблема структурной устойчивости не решена до сих пор. Первые результаты в решении этой проблемы были получены Марком Ароновичем в 1948 г. в работе [6]. Приведем здесь, следуя монографии [4], первый результат в этой области, полученный им для одноконтурных систем, описание которых задается уравнениями

$$\begin{aligned} d_1(p)x_1 &= kx_{2n}, \quad d_2(p)x_2 = k_2(p)x_1, \dots, \quad d_r(p)x_r = k_r(p)x_{r-1}, \dots, \\ d_N(p)x_N &= k_N(p)x_{N-1}, \quad x_{2n}(t) = -x_N(t), \end{aligned} \quad (6)$$

где последнее равенство выражает условие замыкания цепочки последовательно соединенных элементов.

Характеристическое уравнение системы (6) имеет вид

$$f(\lambda) = \prod_{j=1}^N d_j(\lambda) + \prod_{j=1}^N k_j(\lambda) = 0.$$

**Теорема.** Пусть одноконтурная система (6) содержит одноемкостные, колебательные, астатические, неустойчивые и консервативные звенья. Пусть также  $k_2 = \text{const}$ . Тогда эта система будет структурно устойчива, т. е. ее можно сделать устойчивой выбором положительных значений постоянных времени и коэффициентов усиления, в том и только в том случае, если:

- 1) система содержит не более одного астатического или неустойчивого звена и не содержит звеньев обоих этих типов одновременно;
- 2) степень характеристического полинома  $m$  системы, содержащей  $r$  консервативных звеньев, должна удовлетворять неравенству  $m > 4r$ .

Введение воздействий по первой производной приводит к неравенству  $m > 4r - 1$ , а при наличии воздействия по второй производной — к неравенству

$m > 4r - 2$ . При этом ограничение на число астатических и неустойчивых звеньев сохраняется. В работе [7], опубликованной совместно с Ф. Р. Гантмахером, были введены одноконтурные системы нормального типа, для которых были найдены необходимые условия структурной устойчивости и выделены структуры, для которых эти условия оказываются достаточными. В работе автора<sup>2</sup> [8] было показано, что эти условия являются необходимыми и достаточными, если из числа систем нормального типа исключить так называемые особые системы, которые являются структурно неустойчивыми.

Марк Аронович неоднократно подчеркивал важность структурного анализа для теории регулирования, полагая, что структурный анализ должен рассматриваться как элемент системного анализа. Говоря современным языком, Марк Аронович уже в те годы рассматривал теорию регулирования с позиции *общей теории систем*. Именно, требуется заранее знать, из каких элементов должна состоять система и как они должны быть между собой связаны, чтобы в результате получить систему, у которой существует область устойчивости. Он показал, в частности, что известные тезисы И. А. Вышнеградского представляют собой по существу результаты структурного анализа системы *машина-регулятор*.

Для многоконтурных систем было введено понятие *разложения* многоконтурной системы на одноконтурные. Было установлено, что для структурной устойчивости многоконтурной системы со статическими неперекрещивающимися обратными связями достаточно (но не необходимо), чтобы этим свойством обладали все одноконтурные системы, которые получаются в процессе разложения данной многоконтурной.

При учете запаздывания условие замыкания системы (6) заменяется равенством  $x_{2n}(t) = -x_N(t - \tau)$ . Условия структурной устойчивости одноконтурных систем при наличии запаздывания были получены автором [9]. Оказалось, что при наличии запаздывания одноконтурная система структурно устойчива при любом числе консервативных элементов. Что касается числа неустойчивых и астатических элементов, то для них должны выполняться те же условия, что и при отсутствии запаздывания. Если одноконтурная система без запаздывания

$$(T_1^2 p^2 + 1)(T_2^2 p^2 + 1) + k = 0, \quad k = \text{const},$$

структурно неустойчива, то при наличии запаздывания эта система становится структурно устойчивой, т. е. существуют значения параметров, при которых ква-

<sup>2</sup> Задача о структурной устойчивости систем регулирования была предложена автору в качестве темы кандидатской диссертации Ф. Р. Гантмахером, аспирантом которого он был в те годы.

зиполином

$$(T_1^2 p^2 + 1)(T_2^2 p^2 + 1) + k e^{-\tau p} = 0, \quad \tau > 0,$$

имеет все корни с отрицательной действительной частью.

Теоретическому обоснованию синтеза рациональных структур систем автоматического регулирования посвящена известная монография М. В. Меерова [10], который нашел, в частности, структурные условия, при выполнении которых допустимо неограниченное увеличение коэффициента усиления. Еще раз отмечим, что задача о структурной устойчивости многоконтурных систем в общем виде не решена. Не найдено даже каких-либо необходимых условий структурной устойчивости многоконтурных систем.

### Проблема Айзермана. Теория абсолютной устойчивости

С именем Марка Ароновича связана знаменитая проблема теории устойчивости движения, которая носит его имя. Вкратце суть этой проблемы состоит в следующем. В отклонениях  $x$  от состояния, предписанного целью регулирования, динамика системы, содержащей сервомотор, описывается дифференциальными уравнениями

$$\dot{x}_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j + f(x_i), \quad f(0) = 0, \quad \dot{x}_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j, \quad i = \overline{2, n}, \quad (7)$$

где нелинейная функция  $f(x)$ , определяющая входо-выходные характеристики сервомотора, удовлетворяет так называемому секторному ограничению

$$\alpha x^2 < f(x) x < \beta x^2. \quad (8)$$

Неравенство (8) означает (рис. 1), что график функции  $f(x)$  лежит в первом и третьем квадрантах между двумя прямыми.

$$f = \alpha x, \quad f = \beta x. \quad (9)$$

Изучая устойчивость нулевого решения  $x = 0$  системы (7), которое отвечает целевому состоянию, Марк Аронович обнаружил, что в ряде случаев из устойчивости системы (7) при всех линейных характеристиках

$$f(x) = \alpha x, \quad a_1 < a < a_2 \quad (10)$$

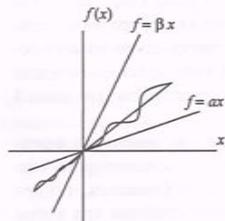


Рис. 1

вытекает устойчивость в целом (т. е. при любых начальных отклонениях) этой системы при любых нелинейных характеристиках, лежащих в секторе

$$(a_1 + \varepsilon) x^2 \leq f(x) x \leq (a_2 - \varepsilon) x^2. \quad (11)$$

Числа  $a_1$  и  $a_2$  в (11) определяют тот интервал значений параметра  $a$  в (10), при которых характеристическое уравнение системы (7) при любых  $f(x) = \alpha x$  имеет все корни с отрицательной действительной частью, т. е. характеристический полином является устойчивым при всех значениях параметра  $a$ , удовлетворяющих неравенству (10). Сектор вида

$$a_1 x^2 < f(x) x < a_2 x^2 \quad (12)$$

в теории регулирования называют углом Гурвица.

Для исследования устойчивости нелинейной системы (7) М. А. Айзерман использовал функции Ляпунова из класса квадратичных форм. Эти результаты составили содержание опубликованной им в 1946 г. статьи [11], в которой были получены условия сходимости процесса регулирования к целевому состоянию после больших начальных отклонений. В ряде последующих публикаций Марк Аронович подчеркивал принципиальное значение этих условий для теории регулирования.

Дело в том, что в основе линейной теории регулирования лежит гипотеза о малости возмущений, как начальных, так и внешних. В окрестности рабочих точек, где статические характеристики объекта, при различных значениях нагрузки, пересекаются со статической характеристикой регулятора, гипотеза малых возмущений позволяет построить линейную модель процесса. При этом существенным является как предположение о малости изменения нагрузки, так и о малости начальных отклонений. Задача управления и возникает только потому, что на систему действуют неконтролируемые возмущения, в результате чего текущее состояние системы не будет совпадать с состоянием, предписанным целью управления. Поэтому процедура анализа и синтеза систем управления должна учитывать оба возмущающих фактора: начальные отклонения и внешние возмущения. Устойчивость целевого состояния, в сочетании с предположением о квазистатическом изменении нагрузки, служит обоснованием исходной гипотезы, причем в рамках линейной теории, в силу принципа суперпозиции, влияние внешних возмущений и начальных отклонений на процесс регулирования можно изучать порознь.

С целью привлечь внимание ученых, и в первую очередь математиков, к проблеме, имеющей фундаментальное значение для теории регулирования, в 1949 г. Марк Аронович опубликовал в журнале «Успехи математических наук» заметку

[12], в которой была поставлена задача, которую впоследствии стали называть *проблемой Айзермана*, или, как он называл ее сам, *задачей о суровичевом угле*.

Задача ставилась следующим образом. Пусть для некоторых постоянных  $a_{ij}$  и любых  $a$  из некоторого промежутка  $a_1 < a < a_2$  все корни характеристического уравнения линейной системы

$$\dot{x}_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j + \alpha x_i, \dot{x}_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j, \quad i = \overline{2, n}, \quad (13)$$

имеют отрицательные действительные части. Требуется доказать или опровергнуть следующее утверждение [12].

Пусть для промежутка  $(a_1, a_2)$  при  $a_1 < a < a_2$  соблюдается условие отрицательности действительных частей корней характеристического уравнения системы (13). Тогда для любой однозначной непрерывной функции  $f(x)$ , удовлетворяющей условиям

$$a_1 x^2 < f(x) x < a_2 x^2 \quad \text{при всех } x \neq 0, \\ f(0) = 0 \quad (14)$$

система (7), единственным состоянием равновесия которой является начало координат  $x_1 = x_2 = \dots = x_n = 0$ , будет иметь в начале координат устойчивое состояние равновесия, и область его притяжения охватывает все фазовое пространство (7), т. е.  $-\infty < x_j < \infty$  ( $j = \overline{1, 2, \dots, n}$ ).

Как отмечал Марк Аронович [12], до сих пор не удалось сформулировать ни одного примера, противоречащего такому утверждению, если на функцию  $f(x)$  наложены некоторые нестеснительные условия. Но и доказать это утверждение до сих пор не удалось. Заметка М. А. Айзермана вызвала поток исследований. Сначала были изучены системы (7) второго порядка.

В исходной постановке проблема Айзермана была решена в отрицательном смысле. Н. Н. Красовский построил пример системы, в котором нулевое решение системы (7) не является устойчивым в целом. Исследования Н. Н. Красовского, Н. П. Еругина, И. Г. Малкина и других ученых показали, что постановка *проблемы Айзермана* должна быть несколько видоизменена. Именно, задача состоит в том, чтобы найти условия, которым должны удовлетворять элементы матрицы  $A$ , при которых решение  $x = 0$  будет асимптотически устойчиво при любой нелинейности, удовлетворяющей обобщенным условиям Гурвица (14). В такой постановке В. А. Плисс [13] нашел полное решение проблемы Айзермана для систем третьего порядка. При решении задачи использовались функции Ляпунова, введенные ранее А. И. Лурье [14]. Эти функции представляют собой сумму квадратичной формы координат и интеграла от нелинейности. Следует отметить, что в своей книге

[5] М. А. Айзерман указал на возможность использования функции Лурье наряду с квадратичными формами. Условия существования такой функции, обеспечивающей устойчивость в целом, сводятся к задаче разрешимости системы нелинейных алгебраических уравнений, которые впоследствии были названы *разрешающими уравнениями Лурье*. Для систем второго и третьего порядка оказалось возможным провести эффективный анализ этих уравнений.

Существенное продвижение в проблеме Айзермана связано с именем В. М. Попова после его доклада на I конгрессе ИФАК в 1960 г. в Москве. Судьбе было угодно, чтобы на этом заседании присутствовал Марк Аронович. После обсуждения доклада В. М. Попова М. А. Айзерман представил его работу [15] для публикации в журнале «Автоматика и телемеханика». Частотный критерий устойчивости в целом, получивший впоследствии название *критерия Попова*, открывал принципиально новые возможности эффективного решения задачи Айзермана для систем произвольной размерности, что и было сделано в известной монографии [16], написанной Марком Ароновичем в соавторстве с Ф. Р. Гантмахером. К моменту написания этой книги усилиями Р. Калмана [17] и В. А. Якубовича [18] была установлена связь между критерием Попова и разрешающими уравнениями Лурье.

С помощью критерия Попова оказалось возможным эффективно выделить класс систем (7), для которых проблема Айзермана имеет положительное решение. Существенным здесь является то обстоятельство, что указанное выделение класса осуществляется в терминах условий, которым должна удовлетворять частотная характеристика системы.

Систему (7) представим в форме, которая используется в теории абсолютной устойчивости:

$$\dot{x} = Ax + b\varphi(\sigma), \quad \sigma = (c, x), \quad \varphi(0) = 0, \\ 0 \leq \varphi(\sigma) \leq k\sigma^2. \quad (15)$$

Частотная характеристика  $w(i\omega)$  системы (15) от входа  $y = -\varphi(\sigma)$  к выходу  $\sigma$  определяется равенством

$$w(i\omega) = c'(A - i\omega E)^{-1} b, \quad (16)$$

где  $E$  — единичная матрица, а штрих означает операцию транспонирования.

Если матрица  $A$  в (15) гурвицева, то частотный критерий Попова формулируется следующим образом.

Для того чтобы система (15) была устойчивой в целом при любой нелинейной характеристике в секторе  $[0, k]$  (т. е. абсолютно устойчива), достаточ-

но, чтобы нашлось такое конечное действительное число  $q$ , при котором для всех  $\omega \geq 0$  выполняется неравенство

$$\operatorname{Re}(1 + qj\omega)w(j\omega) + \frac{1}{k} > 0. \quad (17)$$

Если ввести видоизмененную частотную характеристику  $w^*(j\omega)$ , где  $\operatorname{Re} w^*(j\omega) = \operatorname{Re} w(j\omega)$ ,  $\operatorname{Im} w^*(j\omega) = \omega \cdot \operatorname{Im} w(j\omega)$ , то возникает геометрическая формулировка критерия Попова [16].

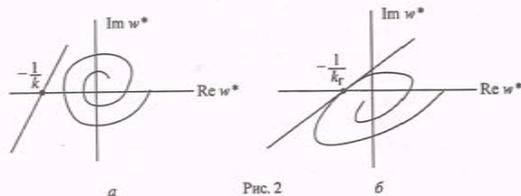


Рис. 2

Для абсолютной устойчивости системы (15) достаточно, чтобы в плоскости  $w^*(j\omega)$  можно было выбрать прямую, проходящую через точку вещественной оси с абсциссой  $(-1/k)$  так, чтобы вся видоизмененная частотная характеристика лежала справа от этой прямой (рис. 2а).

В монографии М. А. Айзермана и Ф. Р. Гантмахера [16] по абсолютной устойчивости показано, как с помощью критерия Попова выделить класс систем (15), для которых проблема Айзермана имеет положительное решение. Именно, если вся видоизмененная частотная характеристика  $w^*(j\omega)$  лежит справа от касательной, проведенной к ней в точке, где  $w^*(j\omega)$  пересекает действительную ось, как показано на рис. 2б, то задача Айзермана будет иметь положительное решение для всех нелинейностей в секторе  $[0, k]$ , где  $k < k_r$ . Число  $k_r$ , как это вытекает из критерия Найквиста, определяет крайнюю сторону гурвицева угла.

Поскольку критерий Попова установлен как достаточное условие абсолютной устойчивости, несмотря на столь сильный результат и все усилия исследователей, проблема выделения систем, для которых задача Айзермана имеет положительное решение, остается открытой.

Книга [16], переведенная на многие языки, заслуживает особого внимания. Она, без преувеличения, сыграла выдающуюся роль в теории автоматического

управления. После ее публикации теория абсолютной устойчивости перешла из разряда математических теорий в сферу инженерных приложений.

### Теория колебаний

Наблюдения над реальными системами автоматического регулирования показывают, что в них могут возникать незатухающие колебания, обладающие определенной устойчивостью: после того как возмущения исчезают, восстанавливаются частота и форма колебаний, которые зависят от параметров системы. В ряде случаев могут возникать не один, а несколько колебательных режимов, причем тип режима и его период зависят от начальных отклонений. Такие свойства колебательных режимов обусловлены исключительно влиянием нелинейностей, которые не учитываются при рассмотрении линейных моделей.

Незатухающие колебания в нелинейных системах, о которых говорилось выше, при отсутствии внешних воздействий возникают за счет внутренних свойств системы. Такие устойчивые колебательные режимы в нелинейных системах, следуя А. А. Андронову, называют *автоколебаниями*. Они поддерживаются за счет равенства потерь энергии за колебательный цикл притоку энергии от неколебательного источника. Если же колебания вызваны внешним периодическим воздействием, то их называют вынужденными колебаниями.

Если иметь в виду задачи регулирования, то при возникновении устойчивых колебаний цель регулирования не будет достигаться. В этом случае колебательные явления следует рассматривать как нежелательные. В то же время системы управления, основанные на вибропринципах, наоборот, требуют создания условий, при которых возникают устойчивые периодические движения. Поэтому изучение колебательных режимов представляет существенный интерес для теории и практики управления. Достаточно сказать, что при сваливании самолета в штопор возникает периодический режим, как правило, с катастрофическими последствиями. Теория колебаний представляет самостоятельную дисциплину. В современной науке и технике нет областей, где не приходилось бы сталкиваться с колебательными процессами. Например, в классической модели *хищник–жертва*, как было показано Вольтерра, возникает периодическое изменение численности популяции.

С математической точки зрения исследование колебаний сводится к трудной задаче построения периодических решений нелинейных дифференциальных уравнений динамики. На протяжении всей своей жизни Марк Ароневич проявлял глубокий интерес к теории колебаний. И дело здесь не только в том, что он находился под влиянием идей А. А. Андронова, которые он высоко оценивал. Он говорил, что *колебательная культура* формирует мировоззрение ученого, независимо от

его конкретной специализации. В этой статье я хочу коснуться только двух вопросов, связанных с работами М. А. Айзермана по теории колебаний. Это прежде всего выполненные совместно с Ф. Р. Гантмахером работы [19–22], посвященные точным методам анализа периодических процессов. Здесь уместно остановиться на творческом содружестве М. А. Айзермана и Ф. Р. Гантмахера. Оно было в высшей степени эффективным. Физическая интуиция Марка Ароновича сочеталась с математическим мышлением Феликса Рувимовича. В процессе работы они удивительным образом дополняли друг друга.

М. А. Айзерманом, совместно с Ф. Р. Гантмахером, был выполнен цикл [19–22] замечательных исследований по применению полных рядов Фурье для анализа периодических процессов в системах регулирования, динамика которых описывается дифференциальными уравнениями (7). Основная трудность метода полных рядов Фурье состоит в том, чтобы выразить коэффициенты Фурье  $\alpha$ , периодической функции  $f(x(t))$  через коэффициенты Фурье  $\beta$ , периодического решения  $x(t)$ , записанного в форме ряда Фурье

$$x(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} \beta_s e^{i s t}.$$

Так как для нелинейных дифференциальных уравнений общего вида нет регулярных методов решения этой задачи, то эффективно строить периодические решения можно лишь для специальных классов систем. Один из таких классов составляют системы, описываемые уравнениями (15), где нелинейность  $\varphi(\sigma)$  является кусочно-линейной, вообще говоря, разрывной функцией. Такая ситуация возникает, в частности, в релейных системах. В таких системах процесс регулирования описывается кусочно-линейными дифференциальными уравнениями.

Пионерские работы М. А. Айзермана и Ф. Р. Гантмахера заложили строгий научный фундамент для анализа систем регулирования, содержащих элементы с недифференцируемыми и даже с разрывными характеристиками. Дело в том, что обширный класс регулируемых систем составляют релейные системы. Учет сил сухого трения также приводит к необходимости учитывать элементы с разрывными характеристиками. Эти вопросы специально рассматривались Марком Ароновичем в работе [24].

Для систем (15) с кусочно-линейной разрывной функцией  $\varphi(\sigma)$  в работах М. А. Айзермана и Ф. Р. Гантмахера был развит метод определения периодических режимов, основанный на применении аппарата *обобщенных функций*. Аппарат обобщенных функций, и в частности,  $\delta$ -функция Дирака, систематически использовались физиками. Введение этого аппарата в теорию колебаний имело принципиальное значение для этой теории. Рассмотрение систем, содержащих

нелинейные элементы с кусочно-линейными характеристиками, не ограничивало общности, так как любую кусочно-непрерывную функцию можно сколь угодно точно приблизить кусочно-линейными функциями. Используя понятие  $\delta$ -функции, М. А. Айзерман и Ф. Р. Гантмахер представили систему уравнений (15) в форме так называемого *выводного уравнения*

$$D(p^*)\sigma = K(p^*)y, \quad y = \varphi(\sigma), \quad (18)$$

где через  $p^*$  обозначен оператор обобщенной производной по времени. В случае, когда  $\sigma(t)$  и  $y(t) = \varphi(\sigma(t))$  являются достаточно гладкими функциями времени,  $p^*[x(t)]$  и  $p^*[y(t)]$  понимаются как обычные производные  $\dot{x} = p[x(t)]$  и  $\dot{y} = p[y(t)]$ . Если же  $y(t)$  является разрывной функцией, то оператор обобщенной производной определяется равенством

$$p^*F(t) = \dot{F}(t) + \sum p_s \delta(t - t_s) = pF(t) + \sum p_s \delta(t - t_s), \quad (19)$$

где  $t_s$  — моменты времени, в которые функция  $F(t)$  претерпевает разрывы  $p_s = F(t_s + 0) - F(t_s - 0)$ ; символом  $\delta$  обозначена  $\delta$ -функция Дирака. Применительно к (18) соотношение (19) позволяет записать уравнение состояния системы в форме выводного уравнения

$$D(p)\sigma = K(p)y, \quad y = \varphi(\sigma), \quad (18')$$

описывающего движение всюду, кроме моментов  $t_s$ , для которых дополнительно выписываются условия скачков.

Задание типа периодического решения определяет последовательность сменяющих друг друга линейных дифференциальных уравнений, описывающих движение системы на соответствующем участке кусочно-линейной характеристики нелинейного элемента. В зависимости от типа режима, некоторые уравнения последовательности уравнений могут повторяться. Для построения периодического решения, в случае кусочно-линейных уравнений динамики, достаточно знать только время, в течение которого система движется в силу каждой из линейных систем. Поэтому для определения периодического решения достаточно составить уравнения периодов, определяющих время движения системы на каждом из линейных участков характеристики элемента. Для составления уравнений периодов в ряде публикаций по теории колебаний использовался так называемый метод *приписывания* (метод состыковки решений по непрерывности), когда состояние системы в конце предыдущего интервала принимается в качестве начального состояния для последующего интервала. Для кусочно-линейных систем метод при-

пасовывания связан с необходимостью интегрирования линейных уравнений, отвечающих движению в силу каждой из линейных систем. М. А. Айзерман и Ф. Р. Гантмахер показали, что операцию интегрирования можно исключить, а уравнения периодов составлять исходя непосредственно из выводного уравнения в сочетании с условиями скачков.

Метод М. А. Айзермана и Ф. Р. Гантмахера был разработан для систем вида (15), в которых нелинейная характеристика состоит из отрезков, параллельных двум заданным прямым. С помощью специального аффинного преобразования эти прямые переводились в координатные оси на плоскости  $(\varphi, \sigma)$ . Существенную особенность метода составляло то обстоятельство, что его применение опиралось на частотные характеристики системы, возникающие для каждого линейного участка нелинейности. Если периодическую функцию  $y(t) = \varphi(\sigma(t))$  представить в форме ряда Фурье

$$y(t) = \sum_{s=0}^{\infty} \alpha_s e^{i s \omega t},$$

то коэффициенты Фурье периодической функции

$$\sigma(t) = \sum_{s=0}^{\infty} \beta_s e^{i s \omega t},$$

в соответствии с выводным уравнением, определяются равенством

$$\beta_s = W(i\omega s) \alpha_s, \quad s = 0, \pm 1, \pm 2, \dots; \quad W(i\omega s) = \frac{K(i\omega s)}{D(i\omega s)}.$$

Метод М. А. Айзермана и Ф. Р. Гантмахера относится к числу точных, а не приближенных методов теории колебаний. В дискуссии по обзорному докладу М. А. Айзермана и А. И. Лурье [25] на Международном симпозиуме по нелинейным колебаниям известный математик акад. А. Н. Тихонов отметил как существенное достоинство метода его алгоритмичность и возможность применения быстродействующих машин. Заметим, что речь идет о дискуссии, которая проходила около сорока лет назад, в период становления вычислительной техники.

М. А. Айзерман и Ф. Р. Гантмахер исчерпывающе изучили случай, когда характеристика элемента состоит из отрезков, параллельных двум прямым. Для общего случая систем (15) с произвольной кусочно-линейной характеристикой метод полных рядов Фурье был развит в работе Л. А. Гусева [26] — сотрудника лаборатории Марка Ароновича.

Говоря о работах Марка Ароновича по теории колебаний, нельзя не упомянуть его работы, посвященные приближенным методам определения периодических

движений нелинейных регулируемых систем. Этому вопросу была посвящена его статья [27] в специальном выпуске журнала «Автоматика и телемеханика», посвященном памяти А. А. Андропова.

Название статьи «Физические основы применения методов малого параметра к решению нелинейных задач теории автоматического регулирования» в точности отражало ее содержание. В этой работе Марк Аронович на физическом уровне строгости разъяснил, почему в системах регулирования, при исследовании колебаний, применение методов малого параметра часто приводит к правильным результатам, хотя никаких малых параметров нет, система не консервативна, а условия асимптотической устойчивости (в линейном приближении) выполняются с достаточным запасом. Хотя применение приближенных методов иногда и приводит к ошибкам и притом не только к количественным, но и качественным, существенный интерес, как отмечает Марк Аронович, представляет выяснение причин *совпадения результатов*, полученных точными и приближенными методами. Именно такие совпадения и дали основание для *смелого* применения методов в условиях, когда исходные посылки, положенные в их основу, заведомо не применимы к рассматриваемой системе.

Приведем здесь выдержку из статьи [27]: «Вопрос о причине указанных совпадений почти не дискутировался в литературе. Между тем, опираясь на элементарные физические представления о процессах, происходящих в системах автоматического регулирования во время незатухающих колебаний, можно указать условия, при выполнении которых для определения таких колебаний могут применяться методы малого параметра. В настоящей статье предпринимается попытка такого рода. Коротко рассматривается аналогичный вопрос применительно к почти периодическим (многопериодическим) режимам». Еще раз подчеркнем физический подход Марка Ароновича к проблеме колебаний нелинейных систем. В физике модель или теория явления обычно рассматривается как комбинация нескольких *элементарных* моделей или явлений, каждое из которых многократно апробировано.

Не пересказывая содержание статьи, остановимся лишь на ее основных положениях, в качестве которых в статье выдвинуты два свойства линейной части системы вида (15). Марк Аронович назвал их гипотезами. Гипотеза *авторезонанса* состоит в том, что рассматриваемая система близка к линейной системе, находящейся на границе устойчивости, т. е. к системе, у которой характеристическое уравнение имеет чисто мнимые корни. *Гипотеза среза*, названная впоследствии *гипотезой фильтра*, состоит в том, что амплитудно-частотная характеристика  $|W(i\omega)|$  мало отличается от нуля при частотах, превосходящих частоту среза  $\omega_s$ , определяющую полосу пропускания линейной части системы. По существу Марк

Аронович ввел понятие *идеального линейного* фильтра, отклик которого на гармонические воздействия частоты  $\omega > \omega_c$  равен нулю. Для такого идеального фильтра метод гармонического баланса Крылова–Боголюбова или основанное на нем построение Л. С. Гольдфарба будут давать точные результаты. В статье Марка Ароновича отмечалось, что в наиболее отчетливой форме на возможность пренебрегать гармониками высокой частоты благодаря фильтрующим свойствам линейного контура было указано в работах Л. С. Гольдфарба. В работе М. А. Айзермана и И. М. Смирновой [28], опубликованной в сборнике «Памяти Александра Александровича Андропова», который был выпущен Академией наук СССР в 1955 г., содержится развитие этих идей. Из названия статьи «О применении методов малого параметра для исследования периодических режимов в системах автоматического регулирования, не содержащих малого параметра» ясно, что речь идет об исследовании периодических процессов в системах, для которых не представляется возможным использовать метод Пуанкаре, метод медленно изменяющихся амплитуд и т. п. В приближенных методах исследования колебаний, как правило, речь шла о периодических режимах, близких к гармоническим колебаниям, независимо от того, изучались ли вынужденные или собственные колебания системы. В этом случае число неизвестных, подлежащих определению, минимально. В частности, при отыскании собственных колебаний из условия гармонического баланса необходимо найти только амплитуду и частоту. Последняя задача легко решается с помощью графических построений, приведенных в статье Марка Ароновича.

Разумеется, изучение периодических режимов, близких к гармоническим, и приводило к ситуациям, когда приближенные методы давали ошибочные результаты. В работе Э. М. Бравермана, С. М. Мееркова и Е. С. Пятницкого [29], сотрудников лаборатории Марка Ароновича, были рассмотрены периодические режимы, определяемые тригонометрическими полиномами, т. е. конечном отрезком ряда Фурье. Такие режимы содержат не одну гармонику, а конечную сумму гармоник кратных частот. Были найдены условия существования движений нелинейной системы, близких к таким полигармоническим режимам на достаточно большом интервале времени. Фильтрующие свойства системы оказались возможным выразить в терминах ограничений, налагаемых на амплитудно-частотную характеристику линейной части системы. На этом пути оказалось возможным записать уравнение для определения периодических режимов в форме нелинейного интегрального уравнения, ядром которого служит переходная характеристика идеального фильтра, и дополнительного слагаемого с малым параметром.

С проблемой нелинейных колебаний непосредственно связан вопрос об устойчивости периодических режимов. В линейном приближении задача анализа устойчивости периодических решений стационарных систем относится к числу кри-

тических по Ляпунову случаев, что непосредственно следует из теоремы Пуанкаре. Продвижение в этой задаче было получено А. А. Андроновым и А. Виттом (теорема Андропова–Витта). Проблема устойчивости периодических движений в нелинейных регулируемых системах был посвящен цикл фундаментальных исследований М. А. Айзермана и Ф. Р. Гантмахера [30–33].

Имея в виду общий случай, они рассмотрели системы, правая часть которых претерпевает разрывы на поверхностях разрыва. Основным результатом этих исследований состоит в том, что оказалось возможным обобщить на разрывный случай теорему Ляпунова о линейном приближении и теорему Андропова–Витта. В качестве уравнений в вариациях выступает линейная система с периодическими коэффициентами, дополненная условиями скачков. Как и в непрерывном случае, асимптотическая устойчивость и неустойчивость определяются расположением спектра матрицы монодромии относительно единичной окружности. Точно так же М. А. Айзерман и Ф. Р. Гантмахер установили справедливость теоремы Андропова–Витта в разрывном случае.

### Основы теории разрывных систем

То внимание, которое Марк Аронович уделял в своих работах разрывным системам, связано с тем, что в теории автоматического регулирования часто возникают задачи, формализация которых в рамках принятой идеализации приводит к уравнениям с разрывной правой частью. Сюда относятся прежде всего релейные системы, системы переменной структуры, системы, возникающие при реализации законов оптимального управления. В работах Марка Ароновича, о которых говорилось выше, каждый раз специально оговаривалось, как происходят переключения, возникающие в нелинейных системах автоматического регулирования с кусочно гладкими характеристиками. Такое положение обусловлено тем, что для дифференциальных уравнений с разрывной правой частью затруднительно определить понятие решения. Правые части дифференциальных уравнений с разрывной правой частью

$$\dot{x} = F(x, t) = \begin{cases} F^+(x, t), & \psi(x, t) > 0, \\ F^-(x, t), & \psi(x, t) < 0 \end{cases} \quad (20)$$

представляют собой функции  $F(x, t)$ , определенные для всех точек пространства, кроме точек некоторых поверхностей

$$\psi(x, t) = 0 \quad (21)$$

(поверхностей разрыва), где эти функции претерпевают разрывы первого рода. Решением системы дифференциальных уравнений с непрерывной правой частью

называется непрерывно дифференцируемая функция времени, которая, будучи подставлена в уравнения, обращает их в тождество. В связи с тем, что в разрывном случае правые части не определены в точках поверхностей разрыва (21), это определение не может быть использовано в теории разрывных систем (20), так как система в течение некоторого времени может двигаться по поверхности разрыва, где не определено значение вектора фазовой скорости. Такие движения в теории автоматического регулирования называются *скользящими движениями*. Впервые скользящие движения были обнаружены в релейных системах управления. Поэтому основной задачей теории разрывных систем является определение решений дифференциальных уравнений с разрывной правой частью. Располагая понятием решения, можно перейти к вопросу о векторе фазовой скорости на поверхности разрыва, или, как говорят в теории разрывных систем, к вопросу о доопределении уравнений в точках этих поверхностей. Такой вопрос не возникает в тех случаях, когда отсутствуют скользящие движения. Именно эти случаи и имелись в виду выше, когда речь шла о колебаниях систем, содержащих элементы с разрывной характеристикой: везде предполагалось, что решение, построенное для уравнений *над или под* поверхностью разрыва, *протыкает* ее, имея с ней одну общую точку. Очевидно, в таких случаях не возникает никаких трудностей как с определением решения, так и с доопределением правых частей. В теории регулирования наибольшую известность получил метод доопределения, предложенный А. Ф. Филипповым. При этом решением исходной системы с разрывной правой частью (20) считается всякое решение доопределенной системы. Имеются и другие определения решений как для общего случая, так и для случая правой части, разрывной на одной или нескольких поверхностях. Обзор истории вопроса содержится в [34].

Вопросам теории разрывных систем посвящены работы [34, 35] Марка Ароновича и автора настоящей статьи. Центральным моментом этой теории составляло определение решения дифференциальных уравнений с разрывной правой частью. В основу нашего подхода было положено рассмотрение систем, содержащих элементы или использующих физические явления, которые в принятой идеализации рассматриваются как функциональные преобразователи  $y=u(x,t)$  с разрывной характеристикой

$$y=u(x,t) = \begin{cases} u^+(x,t), & \psi(x,t) > 0, \\ u^-(x,t), & \psi(x,t) < 0 \end{cases} \quad (22)$$

где функция  $\psi(x,t)$ , как и выше, задает уравнение поверхности разрыва (21), а достаточно гладкие функции  $u^+(x,t)$ ,  $u^-(x,t)$  определяют выход элемента. При наличии таких элементов динамика системы описывается дифференциальными

уравнениями

$$\dot{x} = F(x, y, t), \quad (23)$$

где вектор-функция  $F(x, y, t)$  непрерывна по совокупности переменных. Уравнения состояния системы, в форме соотношений (23), (22), показывают, как вектор скорости системы зависит от выхода элемента с разрывной характеристикой. Другими словами, уравнения (23) содержат информацию об *устройстве* системы, т. е. о местонахождении разрывных элементов (о структуре системы) и их характеристиках. Если уравнения (23) записать в форме (20), где

$$F^+(x, t) = F(x, u^+(x, t), t), \quad F^-(x, t) = F(x, u^-(x, t), t),$$

то эти уравнения не будут эквивалентны (23), (22), так как в них потеряна информация о наличии разрывных элементов, их местонахождении в системе и характеристиках. В основу теории разрывных систем были положены следующие три условия [34, 35]:

1. Определение решения дифференциальных уравнений с разрывной правой частью должно опираться на некоторые представления о *физике процесса*, т. е. об исходной непрерывной задаче, идеализация которой приводит к разрывной модели (23), (22).
2. Определение решения разрывной системы должно переходить в обычное определение решения, когда характеристики элементов  $y=u(x,t)$  непрерывны.
3. Определение решения разрывной системы должно быть содержательным, т. е. в рамках этого определения должны иметь место аналоги основных теорем теории дифференциальных уравнений с непрерывной правой частью.

Исходя из положения о том, что разрывное описание возникает как результат идеализации, в работе [34] вводились специальные последовательности непрерывных функций  $u^v(x,t)$ , аппроксимирующие, в определенном смысле, разрывные характеристики  $y=u(x,t)$  элементов. С каждой такой последовательностью ассоциировалась последовательность систем дифференциальных уравнений с непрерывной правой частью

$$\dot{x} = F(x, y^v, t), \quad y^v = u^v(x, t). \quad (24)$$

При несчетных условиях последовательность решений  $x^v(x_0, t_0, t)$  системы (24) удовлетворяет условиям теоремы Арцелла, т. е. из нее можно извлечь равномерно сходящуюся подпоследовательность

$$x(x_0, t_0, t) = \lim_{v \rightarrow \infty} x^v(x_0, t_0, t). \quad (25)$$

Если рассмотреть все аппроксимирующие последовательности и все частичные пределы (25), то возникнет множество абсолютно непрерывных функций

$$X(t) = \{x(x_0, t_0, t)\}. \quad (26)$$

**Определение.** Решением системы (23), (22) называется любая абсолютно непрерывная функция  $x(t)$ , принадлежащая множеству (26).

При таком определении решения уравнений с разрывной правой частью естественно возникает задача: найти такую систему дифференциальных уравнений (или совокупность систем), для которых решения разрывной системы, в смысле приведенного определения, и только они, являются решениями в обычном понимании — при подстановке в систему уравнений обращают их в тождество почти всюду. Системы уравнений, обладающие таким свойством, были названы *репрезентативными уравнениями*. Оказалось, что все функции  $x(t) \in X(t)$ , и только они, являются решениями *дифференциального включения*  $\dot{z}(t) \in \bar{F}(z, t)$ , где выпуклое множество векторов  $\bar{F}(z, t)$  непосредственно строится по исходной системе (23), (22). Что касается системы репрезентативных уравнений, то их правые части представляют аналитическую форму выпуклого множества векторов  $\bar{F}(z, t)$ . Репрезентативные уравнения допускают преобразования координат и времени, множество их решений  $X(t)$  компактно в себе, что выражает естественное свойство замкнутости множества движений динамических систем, которое позволяет изучать зависимость решений от начальных данных.

Деятельность Марка Ароновича в науке не ограничивалась исследованием научных проблем. На его книгах по теории регулирования [5, 36] училось несколько поколений научных работников и инженеров. Марк Аронович всегда поддерживал талантливых исследователей. На протяжении всей своей жизни он был членом редколлегии журнала «Автоматика и телемеханика». Многие научные результаты увидели свет благодаря его принципиальной позиции, которую он неизменно занимал на заседаниях редакционной коллегии.

Автор благодарен судьбе за возможность учиться у этого выдающегося ученого и человека и работать с ним.

#### Литература

1. Айзерман М. А. Механизмы поворота танков (основы теории). М.: 1947.
2. Айзерман М. А. Исторический очерк развития регуляторостроения и теории регулирования. Лекция на семинаре по теории регулирования. М.: Машгиз, 1949.
3. Айзерман М. А. Нелинейные задачи теории автоматического регулирования. Лекция на семинаре по теории автоматического регулирования. М.: Машгиз, 1950.

4. Айзерман М. А. Введение в динамику автоматического регулирования двигателей. М.: Машгиз, 1950.
5. Айзерман М. А. Теория автоматического регулирования двигателей. М.: Гостехиздат, 1952.
6. Айзерман М. А. О некоторых структурных условиях устойчивости систем автоматического регулирования. Автоматика и телемеханика, № 2, 1948.
7. Айзерман М. А., Гантмахер Ф. Р. Условия существования области устойчивости для одноконтурных систем автоматического регулирования. Прикл. мат. и мех., т. XVIII, № 1, 1954.
8. Патицкий Е. С. О структурной устойчивости одноконтурных систем регулирования нормального типа. Автоматика и телемеханика, № 5, 1963.
9. Патицкий Е. С. О структурной устойчивости одноконтурных систем регулирования при наличии запаздывания. Автоматика и телемеханика, № 7, 1962.
10. Мерсоев М. В. Синтез структур автоматического регулирования высокой точности. М.: Физматлит, 1967.
11. Айзерман М. А. О схожести процесса регулирования после больших начальных отклонений. Автоматика и телемеханика, № 2 и 3, 1946.
12. Айзерман М. А. Об одной проблеме, касающейся устойчивости «в большом» динамических систем. Усп. матем. наук, т. IV, вып. 4, 1949.
13. Плисс В. А. Некоторые проблемы теории устойчивости движения в целом. Л.: Изд-во ЛГУ, 1958.
14. Лурье А. И. Некоторые нелинейные задачи теории автоматического регулирования. М.—Л.: Гостехиздат, 1951.
15. Попов В. М. Об абсолютной устойчивости нелинейных систем автоматического регулирования. Автоматика и телемеханика, № 8, 1961.
16. Айзерман М. А., Гантмахер Ф. Р. Абсолютная устойчивость регулируемых систем. М.: Изд. АН СССР, 1963.
17. Kalman R. E. Lyapunov functions for the problem of Lur'e in automatic control. Proc. Nation. Acad. Sci. USA, vol. 49, № 2, 1963.
18. Любимов В. А. Решение некоторых матричных неравенств, встречающихся в теории автоматического регулирования. ДАН СССР, т. 143, № 6, 1962.
19. Айзерман М. А., Гантмахер Ф. Р. Об одном классе динамических задач, сводящихся к теории релейных систем. Прикл. мат. и мех., т. XIX, № 2, 1955.
20. Айзерман М. А., Гантмахер Ф. Р. Определение периодических режимов в системах с кусочно-линейной характеристикой, составленной из звеньев, параллельных двум заданным прямым. Автоматика и телемеханика, № 1 и 2, 1957.
21. Айзерман М. А., Гантмахер Ф. Р. Определение периодических режимов в нелинейных системах автоматического регулирования с кусочно-линейными характеристиками. Прикл. мат. и мех., т. XX, № 1, 1956.
22. Айзерман М. А., Гантмахер Ф. Р. О некоторых особенностях переключений в нелинейных системах автоматического регулирования с кусочно-гладкими характеристиками. Автоматика и телемеханика, № 11, 1957.
23. Айзерман М. А. О построении резонансных графиков для систем с нелинейной обратной связью. Инж. сборник, т. XIII, М., 1952.
24. Айзерман М. А. Сухое трение в задачах регулирования. Лекция на семинаре по теории автоматического регулирования. М.: Машгиз, 1950.
25. Айзерман М. А., Лурье А. И. Методы определения периодических движений в кусочно-линейных системах. Тр. Межд. симп. по нел. колебаниям, т. 1. Киев, 1963.

26. Гусев Л. А. Определение периодических режимов в системах автоматического регулирования, содержащих нелинейный элемент с кусочно-линейной характеристикой. Автоматика и телемеханика, № 10, 1958.
27. Айзерман М. А. Физические основы применения методов малого параметра к решению нелинейных задач теории автоматического регулирования. Автоматика и телемеханика, № 5, 1953.
28. Айзерман М. А., Смирнова И. М. О применении методов малого параметра для исследования периодических режимов в системах автоматического регулирования, не содержащих малого параметра. В кн. «Памяти акад. А. А. Андреева», М.: Изд. АН СССР, 1955.
29. Браверман Э. М., Меерков С. М., Пятицкий Е. С. Малый параметр в проблеме обоснования метода гармонического баланса (в случае гипотезы фильтра) I, II. Автоматика и телемеханика, № 1 и 2, 1975.
30. Айзерман М. А., Гантмахер Ф. Р. Устойчивость по линейному приближению периодических решений системы дифференциальных уравнений с разрывными правыми частями. ДАН СССР, т. 116, № 4, 1957.
31. Айзерман М. А., Гантмахер Ф. Р. Устойчивость по линейному приближению периодического решения системы дифференциальных уравнений с разрывными правыми частями. Прикл. мат. и мех., т. XXI, № 5, 1957.
32. Айзерман М. А., Гантмахер Ф. Р. Об устойчивости периодических движений. Прикл. мат. и мех., т. XXII, № 6, 1958.
33. Айзерман М. А., Гантмахер Ф. Р. Об устойчивости положений равновесия в разрывных системах. Прикл. мат. и мех., т. XXIV, № 2, 1960.
34. Айзерман М. А., Пятицкий Е. С. Основы теории разрывных систем I, II. Автоматика и телемеханика, № 7 и 8, 1974.
35. Айзерман М. А., Pyatnitskiy Ye. S. Theory of Dynamic Systems with Incorporate Elements with Incomplete Information and its Relation to the theory of Discontinuous Systems. Journal of the Franklin Institute, vol. 306, № 6, 1978.
36. Айзерман М. А. Лекции по теории автоматического регулирования. М.: Физматгиз, 1958.

## М. А. АЙЗЕРМАН И ПНЕВМОАВТОМАТИКА

А. М. Касимов

Научная и организаторская деятельность Марка Ароновича развернулась в конце тридцатых и в военные годы. Он принимал активное участие в разработке систем автоматизации двигателей внутреннего сгорания, в том числе газобаллонных автомобилей [1–3], гидроподвесок и автоматических гидравлических трансмиссий для танков и автомобилей. Перспективное решение гидроподвесок для знаменитого танка Т-34 позволило практически без переделок установить пушку калибра 85 вместо калибра 76. Можно представить, какой экономический эффект это дало стране в годы войны. Известно, что немцы каждый год запускали в производство новые типы танков (Фердинанд, Тигр, Королевский тигр и др.) с соответствующими гигантскими издержками по организации их производства.

Научно-исследовательские работы по пневмогидроавтоматике начались в Институте проблем управления (автоматики и телемеханики) в начале 50-х годов по инициативе и под руководством профессора М. А. Айзермана. С этого времени в Институте сформировался коллектив исследователей, которыми на базе выдвинутой Марком Ароновичем концепции были разработаны и внедрены основные пневматические и гидравлические средства промышленной автоматизации.

В 1950 г. в Институте была выдвинута идея агрегатного принципа для построения приборов и систем управления. Этот принцип построения систем промышленной автоматизации оказал решающее влияние на развитие пневмоавтоматики. Под руководством М. А. Айзермана совместно с НИИТеплоприбор он был успешно реализован при разработке пневматического комплекса приборов агрегатной унифицированной системы (АУС) [4]. В течение долгого времени этот комплекс был основным средством, используемым в системах управления непрерывными процессами во многих отраслях промышленности. Тогда же впервые в СССР был создан экстремальный пневматический регулятор [5]. Стоит напомнить, что в первой половине 50-х годов 80 % мирового парка средств автоматизации были пневматическими.

Дальнейшее усложнение технологических процессов и стремление к глубокой автоматизации объектов управления привели к необходимости решать средствами пневмоавтоматики более сложные задачи, что в свою очередь потребовало наличия не только аналоговых, но и дискретных средств автоматизации.

Для этого в конце 50-х годов было предложено применить для построения пневматических приборов и систем управления элементный принцип, при котором новый прибор создается не в форме специальной конструкции, а собирается из пневмоэлементов универсального назначения.

Развитие элементного принципа построения пошло по двум направлениям параллельно: общепромышленная пневмоавтоматика, работающая на стандартном диапазоне давлений 0–100 кПа (это направление возглавил профессор Алексей Алексеевич Таль), и струйная техника, работающая на низких давлениях 0,2–4 кПа, где исследования проводились под руководством профессора Льва Абрамовича Залманзона. Оба направления курировал М. А. Айзерман.

Элементный принцип пневмоавтоматики общепромышленного назначения [6] был воплощен в аппаратуре Универсальной системы элементов промышленной пневмоавтоматики УСЭППА [7, 8], разработанной под руководством А. А. Талья. Набор элементов УСЭППА является функционально полным, так как его номенклатура достаточна для построения любого управляющего устройства непрерывного действия, любой релейной схемы и любого управляющего устройства непрерывно-дискретного действия. Элементы были унифицированы, просты по конструкции и технологии изготовления, сравнительно компактны. Каждый из них выполнял простейшую операцию, имел определенные технические характеристики и при включении в схемы никакой отладки их не требовал. УСЭППА основана на мембранном принципе построения элементов с применением специальных монтажных многослойных плат, внутри которых размещались коммутационные каналы (аналог электронных печатных плат).

Функциональные возможности УСЭППА были настолько широки, что позволили не только продублировать все существующие на тот период приборы АУС, но и создать такие, которые ранее для пневмоавтоматики вообще были недоступны: непрерывно-дискретные регуляторы, сложные релейные схемы, системы централизованного контроля и управления и т. п. Серийное производство элементов УСЭППА освоил завод УКЗП (г. Усть-Каменогорск).

За разработку УСЭППА, создание на ее основе приборов СТАРТ (для автоматизации непрерывных процессов) и внедрение их для серийного производства на заводе «Тизприбор» коллектив авторов в составе М. А. Айзермана, А. А. Талья, Т. К. Берендс, Т. К. Ефремовой и А. А. Тагаевой был в 1964 г. удостоен Ленинской премии.

Приборы СТАРТ входят в Государственную Систему Приборов (ГСП) и широко поставлялись за рубеж.

Элементный принцип и УСЭППА радикально изменили возможности пневмоавтоматики и вывели ее за рамки традиционных областей применения. Кроме химической, газовой, нефтеперерабатывающей промышленности пневматические системы управления стали широко использоваться в других отраслях. Среди них машиностроительная, горная, деревообрабатывающая, текстильная и т. д.

Многие научно-исследовательские и проектные институты (ЦНИИКА, НИИ-Теплоприбор, НИИОГаз, ГСПИ, ВНИИЛитмаш и др.), конструкторские бюро (ОКБА, СКБ БП, ПКБ ГИС и др.), заводы (ПО «Москабель», НПО «Промавтоматика», МПО «Пневмоаппарат» и др.) стали разрабатывать управляющие устройства для промышленности и собирать их из элементов УСЭППА.

В середине 60-х годов работы в области пневмоавтоматики вывели СССР на передовые позиции в мире. По оценкам английских экспертов УСЭППА выделялась как лучшая в мире. Далее УСЭППА развивалась конструктивно. Совместно с заводами «Тизприбор» и «Пневмоаппарат» были разработаны пневматические комплексы ЦИКЛ, КОМПАС [8].

Основной конструктивной единицей комплексов является функциональный субблок, имеющий унифицированную конструкцию. Субблоки укомплектованы стандартными элементами и размещаются в каркасах, которые, в свою очередь, размещаются в шкафах и пультах, входящих в систему унифицированных типовых конструкций УТК ГСП. Комплексы различаются элементной базой: в КОМПАС'е использована мембранная техника, а в ЦИКЛ'е — струйно-мембранная.

Применение агрегатных комплексов позволило существенно сократить сроки создания управляющих устройств за счет сокращения времени проектирования и изготовления конструктивной части устройства, при этом также упрощается наладка, повышается культура обслуживания и снижаются затраты.

В середине 80-х годов Институтом совместно с ЦНИИКА был разработан пневматический комплекс технических средств РЕЖИМ-1 [9], который наиболее полно удовлетворяет современным требованиям, предъявляемым к комплексам автоматизации. В нем воплощены две научно-технические идеи: использование агрегатного принципа построения систем и осуществление централизованного контроля и управления. В комплексе проведена агрегатизация на четырех уровнях — элементов, субблоков, каркасов и стоек.

Агрегатный комплекс РЕЖИМ-1 может быть использован в качестве самостоятельной информационно-управляющей системы или в качестве нижнего уровня в иерархических системах АСУ ТП.

В связи с появлением возможности строить на пневматических агрегатных комплексах большие АСУ возникла задача обеспечения удобной быстродействующей связи пульта или щита с функциональными блоками, осуществления дистанционного управления, связи электронных управляющих устройств с объектами управления, снабженными пневматическими управляющими устройствами, и т. д.

Наиболее эффективным решением этой задачи было осуществление передачи пневматических сигналов по проводной связи, например, с использованием пьезокерамических элементов на передающем и приемном концах линии [10, 11]. При этом сохраняется главное достоинство пневматики — пожаро-взрывобезопасность — за счет отказа от централизованных электрических источников питания, замены их «микром» источниками, обеспечивающими безопасный уровень энергии, циркулирующей в замкнутом контуре.

Среди последних работ можно выделить создание средств автоматизации процессов дозирования жидких компонентов и пневматических СУ процессами очистки промышленных сточных вод [12–14]. Перспективным оказался пневматический метод автоматического контроля герметичности изделий из вязко-упругих материалов (автокамеры, перчатки и т. п.) [15].

В конце 50-х – начале 60-х годов, как уже говорилось, начались работы по струйной технике. Как и УСЭППА, струйная техника явилась пионерским направлением пневмоавтоматики, которое стимулировалось растущими требованиями по быстродействию и работоспособности в тяжелых эксплуатационных условиях.

Главными особенностями струйной автоматики являются выполнение операций управления на потоках воздуха или других газов и жидкостей без использования подвижных частей и возможность изготовления компонентов управляющих приборов способом печатных плат. Это, в свою очередь, дает возможность выпо-лнять их из одного материала: металла, стекла, пластмассы [16–22].

Работы М. А. Айзермана и его сподвижников успешно продолжают и в настоящее время. С 1982 г. исследованиями по пневмогидроавтоматике руководит А. Н. Шубин. Совместно с отраслевыми организациями для построения высоконадежных САУ для работы в экстремальных условиях создана система устройств агрегатно-интегральной струйной техники (АИСТ) [23]. Все агрегаты АИСТ выполняются из жаропрочных сталей и работоспособны при температурах окружающей среды от минус 40 до +400 °С. Они успешно используются в управлении параметрами авиационных двигателей [24, 25].

Струйные системы управления компрессором находятся в широкой эксплуатации на двигателях, которые применяются на самолетах гражданской авиации Як-42, «Руслан», «Мрия», Ил-86 и сельскохозяйственной авиации Ан-3 и др.

Суммарная наработка эксплуатируемых струйных систем управления составляет 10 млн часов, при этом надежность регулятора для самолета Як-42 характеризуется числом 1,2 млн летных часов на один отказ.

С учетом высоконадежных показателей струйной пневмоавтоматики разрабатывается программа исследований по разработке резервных систем управления для обеспечения (повышения) живучести «дорогих» («важных») объектов управления. В рамках этих исследований впервые в России разработан струйный датчик угловой скорости, не имеющий подвижных трущихся элементов [26], и резервируемая система управления самолетом, обеспечивающая управляемость при воздействии электромагнитных помех на бортовые электронные САУ [27].

В ИГТУ РАН разработаны оригинальные струйные, струйно-вихревые и вихревые первичные преобразователи расходов с линейным частотным выходом. Проведенные исследования и испытания показали их высокую эффективность для построения расходомеров широкого диапазона применения — от коммерческих до метрологических для контроля газообразных и жидких продуктов при добыче и транспортировке газа, нефти и пара, воды любой температуры. Струйный расходомер для водяного теплоносителя безотказно испытывался в течение двух лет на Ленинградской АЭС. Его расчетный ресурс более 80 000 часов [28].

Наряду с этим проведены исследования по повышению точности измерения объемного количества и расхода текучих сред по компенсационной схеме [29]. Это позволяет на порядок уменьшить неучтенные протечки и, тем самым, повысить точность до 0,1 и расширить динамический диапазон измерений до 500 и выше.

Струйные средства были успешно использованы при автоматизации сборочных операций в часовой промышленности в качестве манипуляторов и устройств контроля [30].

Новый импульс для развития устройств сопряжения с объектом (УСО) дала разработка принципиально нового прибора — оптоструйного преобразователя, который может быть использован в системах оптоволоконной связи для непосредственного управления исполнительными механизмами, в системах высокой помехозащищенности и т. п. [31]. При четырехкаскадном усилении, включающем два каскада ламинарных струйных усилителей, третий каскад на турбулентном усилителе и выходной каскад на триггере с раздельными входами, получен сигнал на выходе 6–10 кПа и коэффициент передачи до 100 Па/мВт, что лучше других известных результатов на два порядка. Для пневматических систем такие преобразователи радикально решают проблему передачи информационных сигналов на большие расстояния (до 1 км). На базе проведенного анализа разработаны структуры СУ технологическими пожаровзрывоопасными объектами с использованием волоконно-оптических линий связи и указанных преобразователей.

В мае 1957 г. Институт провел под руководством М. А. Айзермана I Всесоюзное совещание по пневмогидроавтоматике, которое становится регулярным и координирующим решения проблем пневмогидроавтоматики. В этих совещаниях участвуют сотни организаций и разработчиков. Так, на VII совещании в 1964 г. в Ереване участвовало 527 представителей от 189 организаций из 52 городов. Из-за большого количества участников совещания, начиная с 1963 г. в Баку, стали проводиться раздельно по пневмоавтоматике и по гидроавтоматике. Всего было проведено 16 Всесоюзных совещаний, а в 1996 г. — 1-я и в 1999 г. 2-я Всероссийские конференции по пневмогидроавтоматике в Москве.

Работы, успешно проведенные в Институте под руководством М. А. Айзермана, привлекли в пневмогидроавтоматику многих талантливых молодых ученых, которые выросли в новых руководителях, успешно работающих во многих уголках мира, продолжая и сохраняя творческий пример своего руководителя.

#### Литература

1. Айзерман М. А. Динамика автоматического многоступенчатого регулирования давления. Труды НАТИ, вып. 38. М.: Машгиз, 1940.
2. Айзерман М. А. Введение в динамику автоматического регулирования двигателей. М.: Машгиз, 1950.
3. Айзерман М. А. Теория автоматического регулирования двигателей. М.: Гостехиздат, 1950.
4. Березовец Г. Т., Малый А. Я., Наджафов Э. М. Приборы автоматической агрегативной унифицированной системы и их использование для автоматизации производственных процессов. М.: ГосТопТехиздат, 1962.
5. Островский Ю. И. Пневматический экстремум-регулятор. Автоматика и телемеханика, № 11, 1957.
6. Берендс Т. К., Ефремова Т. К., Таговецкая А. А., Таь А. А. Элементный принцип в пневмоавтоматике. Приборостроение, № 11, 1963.
7. Универсальная система элементов промышленной пневмоавтоматики УСЭППА. ГСП: Каталог, т. 7. М.: ЦНИИТЭИПриборостроения, вып. 1, № 210, 1980.
8. Берендс Т. К., Ефремова Т. К., Таговецкая А. А., Таь А. А., Юдицкий С. А. Построение дискретных управляющих устройств на базе аппаратуры ЦИКЛ. М.: Институт проблем управления, 1973.
9. Ефремова Т. К., Таговецкая А. А., Шубин А. Н. Пневматические комплексы технических средств автоматизации. М.: Машиностроение, 1987.
10. Лимонова М. Е., Носов В. В., Чернышев В. И. Передача пневматических сигналов по проводной линии связи. Автоматика и телемеханика, № 8, 1980.
11. Чернышев В. И., Лимонова М. Е., Вайсер И. В. Межсистемные пневмо-электрические преобразователи. В кн. «Пневматика и гидравлика», М.: Машиностроение, вып. 12, 1986.
12. Безменов В. С., Таговецкая А. А., Шубин А. Н. Принципы построения систем автоматического регулирования параметров процессов очистки промышленных сточных вод гальвани-

- ческих производств на основе применения новых специализированных пневматических дозаторов хлоридов. М.: Институт проблем управления, 1996.
13. Безменов В. С., Таговецкая А. А. Исследование методов повышения точности пневматических бесклапанных порционных дозаторов жидкостей. Автоматика и телемеханика, № 4, 1994.
  14. Безменов В. С., Ефремова Т. К., Таговецкая А. А. Пневматические системы автоматического дозирования многокомпонентных жидких смесей с управлением по косвенным параметрам. Приборы и системы управления, № 5, 1998.
  15. Шубин А. Н., Таговецкая А. А., Безменов В. С. Пневматический метод контроля герметичности. Приборы и системы управления, № 12, 1996.
  16. Струйная техника автоматического управления. М.: Наука, 1965.
  17. Опыт внедрения пневмоники. М.: Наука, 1965.
  18. Новое в пневмонике. М.: Наука, 1969. Под ред. Залмансона Л. А.
  19. Касимов А. М., Вайсер И. В. Система модулей струйной техники (СМСТ-2). Приборы и системы управления, № 5, 1979.
  20. Грабенский В. Г., Дмитриев В. Н., Шубин А. Н., Яров В. М. Струйные турбулентные усилители. Приборы и системы управления, № 5, 1970.
  21. Залмансон Л. А. Аэродинамические методы измерения входных параметров автоматических систем. М.: Наука, 1973.
  22. Залмансон Л. А. Теория аэродинамических систем автоматического управления. М.: Наука, 1977.
  23. Ванский Ю. В., Затулов В. И., Касимов А. М. и др. Комплекс элементов и узлов агрегативно-интегральной струйной техники (АИСТ). В кн. «Пневматика и гидравлика», вып. 4, М.: Машиностроение, 1977.
  24. Кузьков А. А., Степанов Г. П., Касимов А. М. Струйная техника в автоматике авиационных двигателей. В кн. «Пневмоавтоматика», Тезисы докладов Всероссийского совещания. М.: Институт проблем управления, 1996.
  25. Степанов Г. П. Струйная техника в автоматике авиационных силовых установок. Приборы и системы управления, № 9, 1997.
  26. Попов А. И. Струйный пневматический датчик угловой скорости в системе управления летательным аппаратом. Приборы и системы управления, № 5, 1998.
  27. Манукян Б. С. Пневмоструйный резерв системы управления полетом самолета. Приборы и системы управления, № 5, 1998.
  28. Касимов А. М., Шубин А. Н. Некоторые результаты исследований в области пневмогидроавтоматики. Приборы и системы управления, № 11, 1994.
  29. Касимов А. М. Авт. св. 185092. Счетчик-расходомер жидкости и газа. Бюллетень изобретений, № 16, 1966.
  30. Альперович Е. С., Беляев М. М., Мельничский Г. С. Пневматическое сервисное устройство для сборочного робота. XI International Conference on Fluidics «Jablona-88», 1988.
  31. Викторов В. В. Оптопневматический преобразователь. В кн. «Пневмогидроавтоматика и пневмопривод», Тезисы докладов Всесоюзного совещания, т. 2. М.: Институт проблем управления, 1990.

## О РАБОТАХ М. А. АЙЗЕРМАНА ПО ТЕОРИИ ЛОГИЧЕСКИХ УСТРОЙСТВ

Л. И. Розоноэр, И. М. Смирнова

Когда Марк Аронович заинтересовался теорией автоматов, основной его идеей было включение этой теории в общую теорию динамических систем. Однако вскоре он понял, что конечные автоматы с этой точки зрения — слишком простой, даже тривиальный объект, и что интересная проблематика теории конечных автоматов лежит скорее в области математической логики. Эта область науки была совершенно незнакома Марку Ароновичу и, следуя своему обычаю не стесняться обнаруживать свое «невежество», как он выражался, он организовал внутривлабораторный семинар, на котором сначала изучались, а потом и исследовались проблемы, связанные с математической логикой (семинар назывался «Малый Хурал», в отличие от «Большого Хурала» — общеможевского семинара). Большинство работ, сделанных и доложенных в этот период, имели скорее педагогическое, чем собственно научное значение. Эти работы получили отражение в книге «Логика. Автоматы. Алгоритмы» (написанной Марком Ароновичем в соавторстве с Л. А. Гусевым, Л. И. Розоноэром, И. М. Смирновой и А. А. Талем), сыгравшей свою роль в пропаганде кибернетики вообще и теории автоматов — в частности. Роль Марка Ароновича в написании книги была ведущей. Ему принадлежал замысел книги, а ее создание стало возможным только благодаря его постоянному вниманию и непосредственному участию в написании ее текста. Без Марка Ароновича этой книги не было бы.

При написании книги Марк Аронович имел в виду несколько целей. Во-первых, он хотел свести воедино и тот материал, который был для руководимой им группы сотрудников учебным, и некоторые вновь полученные результаты (например, доказательство теоремы об алгоритмической неразрешимости распознавания представимости рекурсивных событий; элементы теории, связанной с преобразованием тактности и т. д.).

Второй целью Марка Ароновича было изложение с единых позиций появляющихся в то время всевозможных способов и приемов анализа и синтеза различ-

ных дискретных устройств («изобретенных приемов», как называл их Марк Аронович) — достаточно вспомнить, например, ту же таблицу включений для релейно-контактных схем.

Кроме того, Марк Аронович имел в виду и создание учебника. Благодаря его педагогическому таланту и знанию им своей аудитории книга «Логика. Автоматы. Алгоритмы» пришлась по вкусу инженерам в области управления и в некоторых втузах стала основным учебным пособием.

Что касается собственно научных исследований руководимой Марком Ароновичем группы, то основное внимание было уделено формулировке на разных языках принципиальных возможностей тех или иных логических устройств: «Что могут делать конечные автоматы, машины с потенциально бесконечной лентой и т. п.» В этом направлении были получены интересные результаты, такие как создание оригинального языка для синтеза конечного автомата по требуемому закону вход-выходных соответствий (анкетный язык) — работы А. А. Талая; как обобщения модели конечного автомата — работы Н. Н. Иванова и В. В. Руднева по сётям Петри; работы тех же авторов по системам взаимосвязанных графов.

Возникшая было идея провести аналогичную программу применительно к динамическим системам вообще, а не только к дискретным логическим устройствам, снова натолкнулась на специфику дискретных устройств, сближавшую их именно с математической логикой, а не с теорией динамических систем.

Вообще следует отметить, что немало общих идей, в изобилии генерируемых Марком Ароновичем и его сотрудниками, оказались при конкретной разработке отнюдь не столь интересными, какими они представлялись вначале. Очень перспективной казалась идея Марка Ароновича о создании теории объектов с изменяющейся со временем структурой, представленной графом (примером таких объектов могут служить сети связи или сети транспортных коммуникаций). Возглавляемая Марком Ароновичем группа сотрудников (сам М. А. Айзerman, Л. А. Гусев, С. В. Петров, И. М. Смирнов, Л. А. Тененбаум) сделала попытку построить общую теорию меняющихся дискретных объектов («графодинамику»). При этом динамика рассматривалась как результат итеративного применения некоторых операций к графам. И хотя полученные результаты оказались менее значительными, чем ожидалось, из графодинамики вышел в дальнейшем ряд очень интересных работ. Можно отметить работы о логических структурах реляционных баз данных (С. В. Петров, Л. А. Тененбаум) и о графовых грамматиках (С. В. Петров).

Марк Аронович занимался теорией дискретных устройств сравнительно недолго (в дальнейшем его увлекли другие проблемы — распознавание образов, управление в биологических системах, теория принятия решений и др.). Поэтому

результаты М. А. Айзермана в теории дискретных устройств сравнительно менее фундаментальны, чем в других разделах теории управления. Однако и то, что удалось сделать, было интересным и значительным. Научный талант и педагогические способности Марка Ароновича привлекли к его работам и работам его сотрудников в области теории логических устройств внимание ученых и инженеров не только нашей страны, но и всего мира.

## РАБОТА М. А. АЙЗЕРМАНА В ОБЛАСТИ РАСПОЗНАВАНИЯ ОБРАЗОВ И АНАЛИЗА ДАННЫХ

А. А. Дорофеев, И. Б. Мучник

### 1. Предыстория: начало работ по распознаванию образов в лаборатории М. А. Айзермана

Перемены в жизни СССР, начавшиеся после смерти Сталина в 1953 г., не могли не затронуть и науку. Острый интерес общества к тому, что «разрешеной» кибернетике был прежде всего связан с тем, что в ней рассматривались технические, биологические и социальные системы с общинформационной точки зрения; поэтому такое «разрешение» воспринималось как разрешение на свободное обсуждение общечеловеческих проблем. Это обстоятельство принципиально важно для понимания того времени, когда вне рамок официальной идеологической догмы никакие гуманитарные вопросы не могли не только широко обсуждаться, но даже рассматриваться на сугубо научных семинарах без специального разрешения и контроля со стороны «компетентных» органов.

В 1957 г. сразу в нескольких советских газетах появилось короткое сообщение о том, что в США профессор Розенблатт построил электронную машину, которая моделирует работу мозга человека. Она умела распознавать буквы, написанные рукой человека, и способна была обучаться узнаванию других знаков. Розенблатт назвал свою машину «Персептрон Марк-1». О том, как работает персептрон, ничего не говорилось. Наоборот, сообщение подавалось как намек, что он основан на каком-то новом, совершенно не поддающемся обычному научному анализу в принципе. Подчеркивалось, что в научных кругах ведущих западных стран информация о персептроне была воспринята как мировая сенсация. На фоне отмеченного «всемирного» интереса к кибернетике в СССР это сообщение также было встречено как большая сенсация. Однако поскольку о принципе работы персептрона ничего не сообщалось, то это была также сенсация, касающаяся чего-то секретного. Именно поэтому она воспринималась одновременно и с огромным

интересом, и с недоверием. Журналисты бросились к ученым с вопросами, действительно ли можно построить такую машину или это лишь реклама, а если это возможно, то какие последствия ожидают людей с появлением такой техники.

Интересно, что информация о перцептроне появилась в газетах на год раньше, чем вышла самая первая работа Розенблатта в научном журнале [1] и его первый доклад на научной конференции [2]. Не надо, конечно, думать, что в печать действительно «просочилась секретная информация». Этот факт свидетельствует только о том, какое внимание привлекла к себе эта работа с самого начала, как только она была сдана в печать (в редакцию журнала), — ведь обычно в газетах обсуждается уже опубликованная работа.

Перцептрон действительно был необычной системой. Лишь через полтора-два года (начиная с 1959 г.) стали появляться первые публикации, в которых была сделана попытка как-то объяснить принцип его работы [2, 3]. Дело в том, что техническую основу перцептрона составляет искусственная нейронная сеть, принципы и законы работы которой были в то время мало известны ученым-математикам и «технарям». Именно по этой причине оставалось загадкой, как работает перцептрон и почему он может научиться решать новые задачи. Детальное обсуждение различных процедур перестройки «весов» входов отдельных нейронов (синапсов), которым отводилась главная роль в реализации возможности обучения перцептрона, только усложняло понимание «главной причины» успешной его работы [4].

В этой атмосфере общественного подъема и надежд на широкие свободы и чудеса технического прогресса Марк Аронович Айзерман поставил перед собой и своими сотрудниками задачу: объяснить неизвестные принципы, на которых работает перцептрон Розенблатта. Он был убежден, что перцептрон не реклама, а принципиально новое и важное техническое достижение. Из изучения опубликованных работ, анализирующих работу перцептрона, Марк Аронович и привлеченные им к изучению этой темы сотрудники быстро поняли неадекватность языка, используемого для этого анализа. Поэтому проблема нахождения такого адекватного языка и стала центральной для М. А. Айзермана и его коллег. Меньше чем через год после начала этой работы Эммануил Маркович Браверман предложил так называемый «геометрический подход» для исследования проблемы обучения автомата распознаванию образов [5].

В ту пору Э. М. Браверман был аспирантом М. А. Айзермана, а в последующие 15 лет стал одним из основных идеологов всей тематики по распознаванию не только в лаборатории М. А. Айзермана, но и в СССР в целом. Именно в эти годы зародилась и стала интенсивно работать «могучая кучка» (или как еще ее называли — «могучая тройка АБР»), в которую помимо М. А. Айзермана входили

Э. М. Браверман и Л. И. Розоноэр. Их работы по методу потенциальных функций стали классическими в теории обучения машин и входят в подавляющее число учебников по распознаванию образов во всем мире.

Суть геометрического подхода заключалась в следующем: во-первых, любое изображение, подлежащее распознаванию некоторым автоматом, по аналогии со зрительной системой человека рассматривалось как соответствующим образом «активированная сетчатка (искусственного) глаза» этого автомата («сетчатка» представляла собой матрицу чувствительных элементов-рецепторов); во-вторых, набор значений активностей рецепторов по всей матрице рассматривался как вектор (точка) в некотором многомерном пространстве (Э. М. Браверман назвал его пространством рецепторов), размерность которого равнялась числу рецепторов на матрице. Тогда любое множество изображений на поле рецепторов можно было рассматривать как соответствующее множество точек в пространстве рецепторов.

Введение такого геометрического языка для анализа перцептрона оказалось принципиально важным. Действительно, поскольку изображения разных знаков (например, букв) в большинстве случаев сильно различаются «по форме», то соответствующие им точки в пространстве рецепторов должны находиться относительно далеко друг от друга. С другой стороны, малым модификациям изображения одного и того же знака, очевидно, соответствуют более близкие точки в пространстве рецепторов. Другими словами, предполагается, что изображениям модификаций разных знаков соответствуют в пространстве рецепторов достаточно удаленные друг от друга скопления точек. И наоборот — изображениям модификаций одного и того же знака, как правило, должны соответствовать близкие точки из одного и того же скопления.

Это геометрически наглядное (хотя и неформальное) представление, что разным знакам соответствуют «сильно удаленные» друг от друга «плотные» скопления точек, Э. М. Браверман назвал гипотезой компактности. Базируясь на геометрическом подходе и связанной с ним гипотезе компактности, он опубликовал в 1960 и 1962 гг. две статьи [5, 6] соответственно о принципах работы перцептрона и о новом алгоритме обучения распознаванию образов, непосредственно работающем в пространстве рецепторов (так называемый метод секущих плоскостей [6]). Эти работы сыграли важную роль в деле осмысления принципов работы перцептрона.

В рамках геометрического подхода задача построения автомата (или программы для компьютера, моделирующей работу автомата), который способен «учиться» распознаванию знаков, есть просто своеобразная задача математической статистики. А именно: пользуясь случайной обучающей выборкой изображений — примеров модификаций знаков, необходимо построить в пространстве рецепторов

разделяющую поверхность, которая отделяет области пространства рецепторов, соответствующие примерам различных знаков, и индексирует эти области. Эти статьи вызвали поток публикаций и, одновременно, бурных дискуссий. М. А. Айзерман приложил большие усилия к тому, чтобы эти новые исследования стали достоянием не только отечественной научной общественности, но и крупных научных центров за рубежом.

Дискуссии развернулись, в основном, вокруг гипотезы компактности. Многие критиковали ее как чрезмерно упрощенное описание проблемы распознавания зрительных образов. В частности, отмечалось, что гипотеза компактности не учитывает тот очевидный факт, что зрительные образы могут сильно варьировать по размеру и местоположению на поле рецепторов, и, вместе с тем, они легко распознаются глазом человека. М. А. Айзерман уделял большое внимание этим дискуссиям. Он много выступал с разъяснениями, что гипотеза компактности есть гипотеза об общем принципе обучения машины классификации ситуаций. Он подчеркивал, что гипотеза не касается специфики зрительного восприятия. Многие живые системы анализа информации, указывал он, предназначены исключительно для преобразования исходной информации к виду, при котором процесс обучения, базирующийся на гипотезе компактности, был бы эффективным.

Интересно, что в этом вопросе М. А. Айзерман — руководитель исследований, опирающихся на гипотезу компактности, соглашался с М. М. Бонгардом, который выделял в процессе распознавания зрительных образов самостоятельный этап — процесс преобразования входной информации к виду, в котором успешно может осуществляться процесс обучения. Однако в отличие от М. А. Айзермана, считавшего процесс обучения, основанный на гипотезе компактности, фундаментальным и универсальным механизмом адаптации живых систем, М. М. Бонгард рассматривал эту гипотезу лишь как вспомогательный механизм процесса обучения распознаванию [7].

В 1962 г. вокруг лаборатории М. А. Айзермана образовалась группа молодых сотрудников и студентов, которые стали систематически и с самых широких позиций разрабатывать вопросы обучения распознаванию образов. Гипотеза компактности, ее критика, возможные интерпретации и пути формального описания стали для этой группы основной областью исследований. Во всех этих исследованиях точки пространства рецепторов интерпретировались как некие абстрактные объекты — ситуации, события, процессы или любые другие элементы, которые могли бы служить входными сигналами для системы распознавания [8].

Л. И. Розензорн, второй (после Э. М. Бравермана) идеолог «распознавательской» тематики и один из членов «могучей тройки АБР», опираясь на гипотезу компактности, предложил совершенно новую идею реализации этой гипотезы при

построении процедур обучения распознаванию. В соответствии с этой идеей с каждой точкой пространства связывается функция «влияния» этой точки на все другие точки. И чем точка ближе (в выбранном смысле) к заданной, тем влияние этой заданной точки больше. Функция такого рода была названа потенциальной функцией, по аналогии с функцией электростатического потенциала взаимодействия электрических зарядов в физике. Если такого рода потенциальная функция выбрана, то легко построить некоторую «усредненную» функцию влияния по точкам, представленным для «обучения» и относящимся к одному и тому же классу. Тогда правило классификации, основанное на таких усредненных функциях, выглядит особенно просто: для определения принадлежности любой точки к тому или иному классу необходимо вычислить значения таких усредненных функций влияния для каждого класса. Тогда точка относится к тому классу, значение усредненной функции влияния для которого оказалось наибольшим.

Первый алгоритм обучения распознаванию, основанный на применении потенциальных функций и использующий основную процедуру «коррекции весов», заимствованную из механизма обучения перцептрона, был построен и экспериментально исследован в 1963 г. Э. М. Браверманом и И. Б. Мучником совместно с О. И. Башкировым из Горьковского института прикладной математики и кибернетики [9]. Простота и универсальность алгоритма метода потенциальных функций была сразу замечена специалистами-прикладниками, в частности, американскими химиками, которые разработали специальные процедуры применения этого метода для решения на компьютере некоторых задач аналитической химии.

С этого момента М. А. Айзерман, Э. М. Браверман и Л. И. Розензорн начали совместные теоретические исследования метода потенциальных функций как основы общей теории обучения машин. Наряду с этими теоретическими работами М. А. Айзерман уделял большое внимание другим принципиальным вопросам изучения обучающихся машин. В первую очередь его интересовала возможность выявления и моделирования на компьютере механизмов зрительного восприятия высших животных. Кроме того, он стимулировал исследования по созданию эффективной модели самообучения как прообраза системы, способной самостоятельно формировать понятия. Следует подчеркнуть, что Розенблатт в своих экспериментах с перцептроном уже отмечал, что такие системы в принципе способны самостоятельно обучаться, однако ему не удалось построить эффективные модели такого рода. В итоге, наряду с уже начавшейся работой по теории метода потенциальных функций в задаче обучения распознаванию образов, в лаборатории М. А. Айзермана стали разрабатываться:

1) общие методы автоматической классификации (расознавания образов без учителя);

2) методы анализа сложных изображений, использующие процедуры автоматической классификации для разработки «словаря элементарных изображений», из которых сложные изображения составляются с помощью той или иной стандартной процедуры;

3) модели зрительного восприятия, опирающиеся на методы анализа сложных изображений.

Для проведения этих исследований в 1963–1964 гг. была создана специальная группа. В эту группу, помимо Э. М. Бравермана и И. Б. Мучника, вошли А. А. Дорофеев и Н. В. Завалишин. М. А. Айзерман как никто умел организовать работу, находя «правильных» руководителей для исследований в новых научных направлениях, которыми он хотел заниматься. В данном случае в качестве руководителя он выбрал Э. М. Бравермана, предложившего ряд оригинальных идей, которые обеспечили успешное начало работ.

Одна из этих идей — это так называемый «второй потенциал». Суть его состояла в использовании потенциальной функции на исходном поле рецепторов, что позволяло обеспечить близость в пространстве рецепторов похожих изображений в случаях, когда эти изображения подвергаются небольшим смещениям (сдвигам) и другим незначительным преобразованиям на поле рецепторов. Использование этой идеи в процедуре распознавания сразу убирало так называемые «парадоксальные» ошибки, когда на глаз очень похожие и практически одинаково расположенные на растре изображения обучающаяся машина упорно относила к разным классам.

М. А. Айзерман сразу оценил важность этой идеи как одного из возможных механизмов зрительного восприятия. Он организовал встречу сотрудников своей лаборатории с группой профессора С. Н. Брайнеса, физиолога из Института психиатрии Академии медицинских наук, который изучал зрительное восприятие у высших животных и людей (как здоровых, так и больных). Результатом этой встречи явились психологические исследования, проведенные сотрудниками С. Н. Брайнеса, показавшие, что классы изображений, далекие в пространстве рецепторов, но оказывающиеся близкими в результате их «расфокусировки» (т. е. сглаживания на поле раstra), очень плохо различаются, даже когда испытуемые имеют возможность долго учиться их различению. Если же изображения оказываются различными в пространстве рецепторов после такого сглаживания, они легко различаются испытуемыми после небольшого числа показов примеров изображений из разных классов [10]. Полученные результаты следует рассматривать как важное подтверждение роли «второго потенциала» в процессах зрительного восприятия человека. Гораздо позже Н. В. Завалишин показал, что второй потенциал, как реальная функция зрительной системы человека, реализуется физиологически с помощью так называемых микродвижений глаза [11].

Отмеченные направления составили первый этап работ по распознаванию образов, проведенных в лаборатории М. А. Айзермана. В следующих разделах подробно описываются эти разработки, но прежде, чем переходить к изложению, необходимо сказать несколько слов о взаимоотношениях исследователей, работавших в области распознавания образов в разных научных коллективах.

Эти взаимоотношения начали складываться сразу после опубликования первых статей Э. М. Бравермана. К 1964–1965 гг., когда указанные направления сформировались в лаборатории М. А. Айзермана, они были очень активными. В истории науки трудно найти другой такой пример, когда новое научное направление захватило бы столько различных соревнующихся научных групп, когда проводились бы такие активные научные дискуссии, на которых обсуждались самые необычные представления и идеи по механизмам распознавания и обучения. Взаимная критика была очень жесткой. Все искали «единственно правильное представление» о процессах обучения распознаванию, которое «лучше всего» отражало бы этот удивительный феномен живой природы — способность обучаться. Состав участников этих дискуссий был весьма разношерстный — здесь были маститые профессоры и студенты, математики и физиологи, ученые из крупных научных центров и учителя средних школ. Никакого чинопочитания, никаких признаний за прошлые заслуги авторитетов; признавались только интересные идеи и результаты. Огромную роль в формировании и развитии нового научного направления сыграл общесоюзный (а по сути всесоюзный) научный семинар «Расширение возможностей автоматов», который был организован М. А. Айзерманом в Институте автоматики и телемеханики (ныне Институт проблем управления РАН) и начал свою работу в конце 1963 г. На нем, помимо сотрудников ИАТА, делались доклады известные ученые и специалисты-прикладники из Москвы (М. Л. Цетлин, М. М. Бонгард, Я. И. Хургин, Ш. А. Губерман и др.), Ленинграда (В. А. Якубович, В. И. Варшавский и др.), Киева (В. А. Ковалевский, М. И. Шлезингер и др.), Новосибирска (Т. И. Заславская, Н. Г. Загорукой и др.), Горького (Ю. И. Неймарк и др.), Минска, Вильнюса, Ташкента, Тбилиси и многих других городов.

В 1967 г. по инициативе М. А. Айзермана в подмосковном Суханово на базе дома отдыха Союза архитекторов СССР был организован первый в СССР международный симпозиум по распознаванию образов и смежным вопросам. Около половины участников симпозиума составляли известнейшие зарубежные ученые из США, Англии, Канады, Италии, Франции, ФРГ и других стран, каждый из которых получил персональное приглашение от М. А. Айзермана, имя которого к тому времени было хорошо известно в научном мире на Западе. Спустя десятки лет многие зарубежные ученые — участники симпозиума все еще вспоминали совер-

шенно необычную его атмосферу, дискуссии и обмен мнениями в неформальной обстановке. В 1977 г. один из авторов настоящей статьи был вместе с М. А. Айзерманом в научной командировке в США. Нам очень запомнились встречи с М. Иденом и Г. Гелернтером — участниками симпозиума в Суханово. Не сговариваясь, практически в одних и тех же выражениях они с восторгом вспоминали Суханово, говорили о том, что за прошедшие 10 лет они ничего подобного не видели и что именно так и нужно организовывать научные симпозиумы и небольшие конференции. Симпозиум в Суханово еще раз продемонстрировал организаторские способности М. А. Айзермана, его умение выбирать оригинальные и нестандартные решения.

## 2. Метод потенциальных функций

В 1963 г. М. А. Айзерман, Э. М. Браверман и Л. И. Розоноэр ввели общее представление потенциальной функции  $K(x, y)$  как функции двух векторных переменных, которую можно представить как следующий бесконечный ряд произведений функций одной векторной переменной [12]

$$K(x, y) = \sum_{i=1}^{\infty} \lambda_i^2 \varphi_i(x) \varphi_i(y) = \sum_{i=1}^{\infty} \psi_i(x) \psi_i(y), \quad (1)$$

где  $\psi_i(x) = \lambda_i \varphi_i(x)$ , система функций  $\{\varphi_i(x)\}$  выбрана так, что обеспечивает разложимость (1), а коэффициенты  $\lambda_i$  удовлетворяют условиям

$$\sum_{i=1}^{\infty} \lambda_i^2 < \infty, \quad (2)$$

$$\lambda_i \neq 0 \text{ для всех } i. \quad (3)$$

Кроме того, предполагается, что

$$K(x, x) \leq M, \quad (4)$$

где  $M$  — не зависящая от  $x$  константа.

Был дан ряд конкретных и полезных для практического использования примеров, когда удовлетворяющие этим условиям потенциальные функции могут быть заданы как функции расстояний между точками, а также сформулированы некоторые достаточные условия, обеспечивающие существование такого представления. Было показано, что такие потенциальные функции обеспечивают построение правил распознавания в очень широких предположениях о распределении точек в

исходном пространстве рецепторов (если речь идет о распознавании изображений на растре).

Опираясь на представление о правиле распознавания как о поверхности в пространстве наблюдаемых точек, задаваемой некоторой функцией  $f(x)$ , которая (в случае дихотомии) принимает положительные значения на одном классе ( $A$ ) и отрицательные — на другом ( $B$ ), был придан некоторый точный смысл неформальной гипотезе компактности. В соответствии с этим основная гипотеза формулируется следующим образом: функция  $f(x)$ , определяющая правило дихотомического распознавания, должна быть представима в виде разложения по заранее выбранной системе функций  $\{\varphi_i(x)\}$

$$f(x) = \sum_{i=1}^{\infty} c_i \varphi_i(x) = \sum_{i=1}^{\infty} \tilde{c}_i \psi_i(x), \quad (5)$$

причем коэффициенты этого разложения должны убывать достаточно быстро с номером  $i$  (т. е. функция  $f(x)$  должна быть «достаточно гладкой») и удовлетворять условию:

$$\sum_{i=1}^{\infty} \tilde{c}_i^2 < \infty, \quad \tilde{c}_i = \frac{c_i}{\lambda_i}. \quad (6)$$

Оказывается, что для большинства приложений ряд (5) содержит лишь конечное (и небольшое) число членов.

Отметим, что изначально метод потенциальных функций представлял функцию (5), определяющую правило распознавания, как линейную комбинацию потенциальных функций, в которых одну из переменных заменяют соответствующими реализациями из обучающей выборки [14]:

$$f(x) = \sum_{x_i \in A \cup B} r^j K(x_i, x). \quad (7)$$

Было доказано, что эти представления эквивалентны. В установлении этого факта существенную роль играет теорема Мерсера [13], дающая необходимые и достаточные условия того, что потенциальная функция как симметричное ядро интегрального оператора порождает некоторую полную ортонормированную систему функций. Вопрос, каким представлением пользоваться, решался на практике по-разному: в случае, когда имелась предварительная информация о системе функций  $\{\varphi_i(x)\}$ , в которой представимо решающее правило, использовалось представление (5). В случае отсутствия такой информации целесообразным считалось использование представления (7), как более общего.

Заметим, что в силу неравенства (6) требуется, чтобы разделяющая функция была «более гладкой» (имела «более узкую полосу спектра»), чем сама потенци-

альная функция. Несмотря на эти требования метод потенциальных функций отличается универсальностью, сохраняя большую широту класса функций, среди которых ищется решающее правило. Так, например, в случае конечного числа точек обучающей выборки в евклидовом пространстве  $X$ , как правило, используется потенциальная функция в виде гауссовой функции от расстояния:

$$K(x, y) = e^{-\alpha^2(x,y)} \text{ или } K(x, y) = \frac{1}{1 + \alpha R^2(x, y)}, \quad (8)$$

где  $R(x, y)$  — расстояние между точками  $x$  и  $y$  в пространстве  $X$ ,  $\alpha$  — свободный параметр. Легко показать, что если ни одна из точек в  $X$  не принадлежит одновременно двум классам, то за счет выбора значения параметра  $\alpha$  всегда можно обеспечить разделимость предъявленных точек обучающей выборки с помощью решаемой функции (7).

Более того, практика использования метода потенциальных функций часто указывает на необходимость ограничивать универсальность этого метода для обеспечения большей «прогностической мощи» выстраиваемого решающего правила. В этой связи отметим важный теоретический результат, полученный в ходе разработки теории потенциальных функций. Для случая так называемых симметрических пространств удалось сформулировать представление о достаточной «гладкости» потенциальной функции: расматриваемая как ядро интегрального оператора потенциальная функция при определенных (проверяемых) условиях обеспечивает свойство так называемой *улучшаемости* оператора, или, другими словами, свойство преобразовывать «плохие, вычурные» функции в «хорошие, гладкие». Было показано, что, во-первых, именно это свойство важно требовать от потенциальной функции при ее использовании для построения решающего правила; и, во-вторых, этим свойством обладают практически используемые типы потенциальных функций (например, в виде (8)) [14].

В настоящее время (по прошествии более 30 лет) та часть разработанной теории, которая связана с выбором потенциальных функций, все еще остается актуальной. Особенно в связи с появлением новых задач обучения распознаванию образов, когда наблюдаемые объекты задаются не как наборы параметров (точек линейного векторного пространства), а как точки метрического пространства. Она актуальна также и в связи с появлением новых, так называемых «ядерных» методов построения решающих правил распознавания, а также оптимальных методов, в первую очередь метода опорных векторов В. Н. Вапника [15].

Одной из главных целей разработки теории потенциальных функций было создание теоретически обоснованного аппарата обучения распознаванию образов для разработки нового типа «обучающихся» систем анализа и управления в самых

разных прикладных областях. Эта цель объясняет, почему в разработанной теории такое большое место уделено построению и обоснованию рекуррентных процедур обучения, т. е. таких процедур, для которых анализируемые точки (вместе с указанием их принадлежности к классам) появляются последовательно во времени. Например, если появляющиеся точки ассоциируются с векторными характеристиками состояния технической системы, то последовательное появление точек описывает «траекторию ее состояния», а сопровождающие индексы классов могут характеризовать различные важные для практики группы состояний. Состояния могут группироваться, например, по шкале «аварийности»: нормальные, предаварийные, аварийные; или по шкале качества конечного продукта: высокий, средний и низкий уровень брака; или по другим шкалам. Во всех таких процессах не только естественно, но и необходимо строить систему таким образом, чтобы она могла научиться распознаванию групп состояний «в ходе нормальной эксплуатации системы», а это возможно только с помощью рекуррентных процедур.

Общая форма такой процедуры для решающей функции, которая была в центре исследований метода потенциальных функций [14], имеет вид (9-а) для машинной реализации (потенциальная функция в «свернутом» виде) и (9-б) для перцептронной реализации (потенциальная функция в виде разложения по  $\{\Phi_i(x)\}$ ):

$$f^{n+1}(x) = q^n f^n(x) + r^n K(x_{n+1}, x) \quad (9-а)$$

$$\tilde{c}_i^{n+1} = q^n \tilde{c}_i^n + r^n \psi_i(x_{n+1}), \quad i = 1 \div n. \quad (9-б)$$

Здесь  $q^n$  и  $r^n$  — некоторые числовые последовательности, удовлетворяющие специальным ограничениям [14];  $f^{n+1}(x)$  и  $f^n(x)$  — значения соответственно  $(n+1)$ -го и  $n$ -го приближений решающей функции в точке  $x$ ;  $\tilde{c}_i^{n+1}$  и  $\tilde{c}_i^n$  — значения соответственно  $(n+1)$ -го и  $n$ -го приближений  $i$ -го коэффициента в разложении (5) для решающей функции (при этом предполагается, что это разложение имеет конечное число членов  $N$ ).

В простейшем случае, когда предполагается, что классы разделимы, все  $q^n = 1$ , а  $r^n$  — это последовательность из «0» и «1», причем  $r^n = 1$  только тогда, когда построенное к  $n$ -му шагу приближение решающей функции  $f^n(x)$  неправильно классифицирует новую  $(n+1)$ -ю точку обучающей последовательности  $x_{n+1}$ .

Недостатком машинной реализации (9-а) является необходимость запоминания всех точек обучающей последовательности, показанных до  $n$ -го шага включительно, а также всех значений величин  $q^j, r^j$   $j = 1 \div n$ . Поэтому число шагов

алгоритма (9-а), которое можно реализовать на вычислительной машине, зависит от объема ее памяти.

Основным же недостатком перцептронной реализации (9-б) является предположение о разложимости решающей функции в конечный ряд. Эффективность алгоритма (9-б) в большинстве случаев зависит от того, насколько большим можно выбрать число  $N$ , а это при реализации алгоритма на вычислительной машине опять упирается в объем ее памяти (на каждом шаге необходимо помнить значения  $N$  коэффициентов разложения решающей функции).

Отметим, что итерационный процесс обучения (9-б) называют перцептронной реализацией алгоритма, поскольку он в точности совпадает со способом итерационной коррекции весов нейронов — пороговых функций в перцептрон на этапе его обучения.

Первый вопрос, возникающий при изучении любой реализации рекуррентного алгоритма (9), — это вопрос его сходимости. Результаты исчерпывающего теоретического изучения этой проблемы, включая вид экстремизируемого функционала, условия и типы сходимости, оценки скорости сходимости, изложены в работах [16–18].

Второй вопрос: что можно сказать о результате работы алгоритма (9) в случае, когда решающая функция  $f(x)$  по каким либо причинам не может быть представлена разложением (5) (например, неудачно выбрана система функций  $\{\varphi_i(x)\}$  или слишком мало число  $N$  из-за недостаточного объема памяти используемого компьютера)? Удалось показать, что в этом случае алгоритмы метода потенциальных функций строят «разумные» приближения решающей функции  $f(x)$  [14]. В частности, Б. М. Литваков показал, что в рассматриваемом случае при достаточно общих условиях выстраиваемая в силу алгоритма (9) последовательность  $f^n(x)$  при  $n \rightarrow \infty$  стремится к функции  $\tilde{f}(x)$ , которая в определенном смысле является наиболее близким приближением функции  $f(x)$  [19].

Следует подчеркнуть, что алгоритмы метода потенциальных функций типа (9) могут использоваться не только в задачах распознавания, но и для решения широкого класса задач восстановления сложных многомерных функций. В частности, в [20] рассмотрена задача идентификации статического объекта в процессе нормальной эксплуатации. Э. М. Браверман обобщил эту задачу на случай динамического объекта, описываемого дифференциальным уравнением [21].

Говоря кратко и на неформальном языке, можно охарактеризовать метод потенциальных функций как методологию построения и теоретического исследования «обучающихся» процедур распознавания и классификации при максимально широких условиях, при этом ориентированных на возможность использования феномена обучения в динамических системах управления и обеспеченных тщательной проработкой рекуррентных процедур обучения.

### 3. Методы автоматической классификации

Автоматическая классификация, распознавание образов без учителя, самообучение, кластерный анализ — это разные названия одной и той же способности многих биологических объектов, близкой к распознаванию образов, способности к самообучению, к формированию новых понятий.

Как уже говорилось выше, впервые задача автоматической классификации как задача самообучения (т. е. в рамках направления «распознавание образов») была поставлена Ф. Розенблатом в 1957 г. (работа опубликована в 1959 г. [2]). Более того, вначале перцептрон Розенблатта был предназначен для работы только в режиме самообучения. В 1960 г. была опубликована работа Э. М. Бравермана [5], в которой был предложен геометрический подход к изучению устройств распознавания (в том числе и перцептрона) и показаны недостатки перцептрона как самообучающегося устройства. И только гипотеза компактности, с ее наглядной геометрической интерпретацией, объяснила, почему самообучение в принципе возможно. Такой подход стал основным при формулировке задач автоматической классификации, разработке и теоретическом исследовании алгоритмов ее решения в лаборатории М. А. Айзермана.

Именно М. А. Айзерман увидел в этом специальном режиме обучения новое качество управляющих систем — способность автономно группировать наблюдаемые объекты (или события) в классы «подобных». Полученные классы и являются новыми понятиями, выработанными в режиме самообучения. После формирования этих классов появляется возможность рассматривать любой вновь появляющийся объект с точки зрения новых понятий (новой классификации), т. е. отвечать на вопрос — к какому из новых классов этот объект принадлежит. В 1962 г. М. А. Айзерман и Э. М. Браверман предложили сосредоточиться на моделировании процессов автоматического формирования понятий (автоматической классификации) А. А. Дорофееву, в ту пору ещё студенту МФТИ. А. А. Дорофеев занялся этими исследованиями не только с большим интересом, но и с большим энтузиазмом, сумев вовлечь в постоянную дискуссию всю группу по распознаванию образов в лаборатории М. А. Айзермана. Одновременно с изучением «базовой» процедуры, основанной на перцептронной итерационной схеме перестройки весов потенциальных функций, он разработал процедуру так называемого иерархического кластерного анализа, который в настоящее время является одной из наиболее широко используемых процедур автоматического обнаружения «необычных устойчивых образов» в современных больших базах данных (стремительно развивающаяся в настоящее время область, которая на Западе называется «data mining»).

Несколько позже А. А. Дорофеев обнаружил, что аналоги предложенных им иерархических процедур встречались в некоторых специальных прикладных работах. Тем не менее, рассмотрение их с общих позиций выявления неизвестной структуры экспериментальных данных было систематически проанализировано впервые именно в лаборатории М. А. Айзермана.

Настоящий раздел посвящен описанию результатов исследований в лаборатории М. А. Айзермана методов и алгоритмов автоматической классификации.

**Содержательная постановка задачи.** Пусть исследуется некоторое множество  $l$  объектов. Предположим, что все объекты разделены по своим свойствам на  $r$  классов, причем объекты с близкими свойствами попадают в один и тот же класс, а с существенно различными — в разные классы. Кроме того, будем предполагать, что каждый такой объект характеризуется значениями некоторого заранее выбранного набора из  $k$  параметров  $\{x^{(1)}, \dots, x^{(k)}\}$ , причем предполагается, что этот набор достаточно полно характеризует свойства исследуемых объектов, которые необходимо учитывать при их классификации. Введем в рассмотрение  $k$ -мерное пространство параметров  $X$ , в котором  $i$ -й оси соответствуют значения параметра  $x^{(i)}$ , т. е.  $j$ -му объекту в пространстве  $X$  соответствует точка  $x_j = (x_j^{(1)}, \dots, x_j^{(k)})$ . В соответствии со сделанными выше предположениями, близким в пространстве  $X$  точкам будут соответствовать объекты с близкими свойствами, т. е., как правило, объекты из одного и того же класса. Тогда задачу автоматической классификации можно поставить как задачу разбиения пространства  $X$  на такие  $r$  областей, чтобы близкие точки исходной выборки, как правило, попадали в одну и ту же область. Для случая конечной выборки задача сводится к задаче выделения в  $k$ -мерном пространстве параметров  $X$   $r$  изолированных, «компактных» групп точек исходной выборки.

На базе такой содержательной постановки задачи в 1960–1965 гг. в лаборатории М. А. Айзермана был разработан ряд алгоритмов автоматической классификации, которые можно отнести к разряду эвристических, когда или не формализован критерий качества классификации, или не доказано, что алгоритм экстремизирует какой либо формальный критерий [22–24]. Как уже говорилось выше, всю работу по разработке и теоретическому исследованию методов распознавания в лаборатории по поручению М. А. Айзермана курировал Э. М. Браверман, которому принадлежат практически все основные идеи как по разработанным в лаборатории алгоритмам распознавания, так и по методам их теоретического исследования.

В качестве примера эвристического алгоритма итерационного типа рассмотрим алгоритм «индексация» [22]. Далее для простоты будем считать, что класси-

фикация бесконечной выборки последовательно поступающих точек  $x_1, x_2, \dots, x_j, \dots$   $k$ -мерного пространства  $X$  производится на 2 класса —  $A$  и  $B$ . В простейшем случае первые две точки являются начальными условиями, т. е. точка  $x_1$  принадлежит классу  $A$ , а точка  $x_2$  — классу  $B$ . Введем в рассмотрение индекс  $\rho(x_j)$  точки  $x_j$ , определяющий ее принадлежность к тому или иному классу, а именно:

$$\rho(x_j) = \begin{cases} 1, & \text{если } x_j \in A, \\ -1, & \text{если } x_j \in B. \end{cases} \quad (10)$$

Тогда  $\rho(x_1) = 1$ , а  $\rho(x_2) = -1$ . Алгоритм определяется рекуррентно.

Пусть проиндексировано  $l$  точек  $x_1, x_2, \dots, x_l$ . Обозначим через  $A_l$  множество точек, которые к  $(l+1)$ -му шагу отнесены к классу  $A$ , а через  $B_l$  — к классу  $B$ . Тогда  $(l+1)$ -я точка индексируется по формуле

$$\rho(x_{l+1}) = \text{sign}\{K(x_{l+1}, A_l) - K(x_{l+1}, B_l)\}, \quad l = 2, \dots, n, \dots \quad (11)$$

Здесь, как обычно  $\text{sign}(y) = 1$ , если  $y \geq 0$ , и  $\text{sign}(y) = -1$  в противном случае, а  $K(x, C)$  — некоторая заранее выбранная мера близости точки  $x$  к конечному множеству точек  $C$  в пространстве  $X$ . Обычно в качестве такой меры используется нормированная сумма значений соответствующих потенциальных функций [24]:

$$K(x, C) = \frac{1}{n_C} \sum_{x_j \in C} K(x, x_j), \quad (12)$$

где  $n_C$  — число точек в множестве  $C$ , а функция  $K(x, x_j)$  выбирается как некоторая падающая функция расстояния между точками  $x$  и  $x_j$ , например, в виде (8).

В [22] показано, что поверхность, разделяющая классы  $A$  и  $B$  в пространстве  $X$ , перемещается в процессе индексации к такой поверхности, которая разделяет «сгущения» точек.

При автоматической классификации конечного множества из  $n$  точек процедура индексации может использоваться для «зацикленной» последовательности  $x_1, x_2, \dots, x_n, x_1, x_2, \dots, x_n, x_1, \dots$ . Адаптированный для этого случая алгоритм (он называется «Переиндексация») сходится за конечное число шагов (циклов) [24].

В качестве примера эвристического алгоритма параллельного типа рассмотрим иерархический алгоритм автоматической классификации «объединение» [24]. Пусть необходимо произвести классификацию  $n$  точек  $x_1, \dots, x_n$  на  $r$  классов. Алгоритм задается рекуррентно. Пусть к  $l$ -му шагу алгоритма все точки расклассифицированы на  $r_l$  непересекающихся классов, обозначим множество точек  $j$ -го класса через  $A_j$ . На  $l$ -м шаге все точки классифицируются на  $r_l - 1$  классов, для чего два ближайших в определенном смысле класса объединяются в один. В [24]

в качестве меры близости двух классов (двух конечных множеств точек)  $C$  и  $D$  предлагается использовать величину

$$K(C, D) = \frac{1}{n_C n_D} \sum_{x_i \in C} \sum_{x_j \in D} K(x_i, x_j), \quad (13)$$

где  $n_C$  и  $n_D$  — число точек во множествах (классах)  $C$  и  $D$  соответственно.

Такое объединение продолжается до тех пор, пока число классов не будет равно заданному —  $r$ . В качестве начальной можно использовать любую классификацию на  $r_0$  классов при  $r_0 > r$ . Если  $n$  не очень велико, то можно взять  $r_0 = n$ , т. е. в каждом классе начальной классификации будет по одной точке из исходного множества. Однако если  $n$  достаточно велико, то для получения начальной классификации необходимо использовать более экономные по компьютерным ресурсам алгоритмы, например, алгоритм «спектр» [24].

**Формальная постановка задачи.** Впервые формальная постановка задачи автоматической классификации была сделана, по-видимому, М. И. Шлезингером в 1963 г. (работа опубликована в 1965 г. [25]). Он сформулировал критерий качества разбиения следующего общего вида:

$$R = \sum_{j=1}^r p_j \iint_{A_j A_j} S(x, y) P(x|j) P(y|j) dx dy, \quad (14)$$

где  $S(x, y)$  — потери от отнесения точек  $x$  и  $y$  к классу  $A_j$ ,  $P(x|j)$  — условная плотность распределения вероятностей в классе  $A_j$ ,  $p_j$  — априорная вероятность класса  $A_j$ . Однако далее он рассматривал только случай конечного классифицируемого множества точек с квадратичной функцией потерь  $S(x, y) = (x - y)^2$ . В этом случае критерий (14) принимает вид средневзвешенной дисперсии точек в классах

$$R(r) = \sum_{j=1}^r \sum_{x_i \in A_j} (x_i - c_j)^2, \quad (15)$$

где  $c_j$  — центр тяжести точек в классе  $A_j$ .

Ради исторической справедливости отметим, что еще в 1957 г. применительно к экономическим данным точно такую же задачу для конечного числа точек на числовой оси рассматривал Фишер; более того, он предложил алгоритм ее точного решения, базирующийся на методе динамического программирования [26]. Интересно отметить, что метод динамического программирования был описан позже, чем в [26], так что Фишер наряду с новым методом кластеризации разработал и описал в [26] наиболее эффективный метод глобальной оптимизации.

На следующем этапе развития методов автоматической классификации в лаборатории М. А. Айзермана были введены в рассмотрение формальные критерии качества классификации и разработаны алгоритмы их экстремизации. Здесь следует выделить два случая — конечное или бесконечное множество классифицируемых точек. Первые работы относились к существенно более простому случаю конечного числа классифицируемых точек (к этому же случаю относится и упомянутая работа [25]). Был предложен целый ряд критериев качества классификации, базирующихся на характеристиках средней близости точек в классах и средней близости (удаленности) самих классов. Так в [24] был введен критерий  $I_1$  средней по классам меры близости точек в классах, в определенном смысле аналогичный (15)

$$I_1 = \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r K(A_i, A_i), \quad (16)$$

где  $K(A_i, A_i)$  определяется выражением

$$K(A_i, A_i) = \frac{2}{n_i(n_i - 1)} \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} K(x_i, x_j).$$

Здесь, как и ранее,  $K(x_i, x_j)$  — потенциальная функция, а  $n_i$  — число точек в классе  $A_i$ . Второй критерий  $I_2$  является средней мерой близости (удаленности) классов друг от друга

$$I_2 = \frac{2}{r(r-1)} \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r K(A_i, A_j), \quad (17)$$

где  $K(A_i, A_j)$  определяется выражением (13). Ясно, что классификация тем лучше, чем больше  $I_1$  и чем меньше  $I_2$ . В [24] был введен класс критериев  $I = f(I_1, I_2)$ , причем  $I$  должно увеличиваться с увеличением  $I_1$  и уменьшаться с уменьшением  $I_2$ . К такому классу относятся, например, критерии

$$I_3 = I_1 - qI_2, \quad I_4 = \frac{I_1}{I_2}, \quad I_5 = \frac{I_1 - qI_2}{I_1 + qI_2}, \quad (18)$$

где  $q$  — некоторая константа, корректирующая разномасштабность величин  $I_1$  и  $I_2$ .

Для экстремизации введенных критериев для конечного  $n$  был предложен алгоритм локальной оптимизации [24]. Пусть необходимо получить классификацию, доставляющую экстремум выбранному критерию  $J$ . Как и ранее, для простоты изложения будем считать, что классификация производится на два класса —  $A$  и  $B$ . Введем индекс  $p(x_j)$  точки  $x_j$ , определяемый формулой (10). Пусть получена некоторая начальная классификация (например, с помощью алгоритма «индекса-

ция»), т. е. все точки выборки проиндексированы. Затем производится циклическая процедура переиндексации точек по правилу:

$$p(x_j) = \text{sign}\{J(x_j \rightarrow A) - K(x_j \rightarrow B)\}, j = 1, \dots, n, 1, \dots, n, 1, \dots, \quad (19)$$

где  $J(x_j \rightarrow A)$  означает, что на этом шаге критерий  $J$  подсчитан для классификации, в которой точка  $x_j$  относится к классу  $A$ , а индексы всех остальных точек сохраняются неизменными с предыдущего шага. Легко показать, что алгоритм локальной оптимизации сходится за конечное число шагов, доставляя при этом экстремальное значение функционалу  $J$  [24].

Как уже говорилось выше, существование более сложным является случай бесконечной классифицируемой последовательности. Здесь можно использовать только рекуррентные алгоритмы. Первый рекуррентный алгоритм для такой последовательности был предложен и теоретически исследован Э. М. Браверманом [27], там же была доказана его сходимости. Критерий качества классификации (экстремизируемый функционал) и сам алгоритм формулируются на языке метода потенциальных функций [14], который, как уже говорилось выше, являлся основой практических всех алгоритмов распознавания образов и автоматической классификации, разработанных в лаборатории М. А. Айзермана. В спрямляющем пространстве  $Z$  (см. [14]) критерий качества, предложенный в [27], является частным случаем критерия (14) для квадратичной функции потерь и может быть записан в виде

$$K_1 = \int_A (z - z_A)^2 P(z) dz + \int_B (z - z_B)^2 P(z) dz = \frac{(M^A)^2}{p^A} + \frac{(M^B)^2}{p^B}, \quad (20)$$

где  $z_A$  и  $z_B$  — центры классов  $A$  и  $B$  соответственно,  $P(z)$  — функция плотности распределения вероятностей появления точек классифицируемой последовательности,  $M^A = \int_A z P(z) dz$  — первый ненормированный момент класса  $A$ , а  $p^A = \int_A P(z) dz$  — априорная вероятность класса  $A$  (нулевой ненормированный момент), для класса  $B$  аналогично.

В [27] была доказана важная теорема, позволяющая по виду аддитивного экстремизируемого функционала выбирать класс разделяющих поверхностей. В частности, для функционалов вида (20), зависящих только от первых ненормированных моментов, можно брать линейные разделяющие функции  $f(z) = (c, z) - a$ , где  $c$  и  $a$  — константы, определяющие разделяющую плоскость  $f(z) = 0$ . В [27] был предложен рекуррентный алгоритм нахождения значений  $c$  и  $a$ , и впервые для бесконечного случая была доказана его сходимости (для двух классов) к такой разделяющей плоскости, которая обеспечивает стационарное значение функционала (20).

В [28] предложены рекуррентные алгоритмы, являющиеся непосредственным обобщением алгоритма локальной оптимизации (17) на случай бесконечной последовательности. В этом случае аналоги критериев (16), (17) и  $I_1$  из (18) могут быть записаны как выпуклые функционалы от нулевых и первых ненормированных моментов. В [34] была доказана теорема (являющаяся обобщением теоремы Э. М. Бравермана [27]), в соответствии с которой оптимальные разделяющие функции для таких критериев можно также искать в классе линейных.

В середине 60-х годов для теоретического исследования задач распознавания образов с учителем стали использоваться методы стохастической аппроксимации [29]. Эти методы по своей сути являются оптимизационными, т. е. в явном виде формулируется функционал (критерий качества распознавания), экстремум которого и надо найти. Из необходимых условий экстремума (равенства нулю первой вариации функционала) следуют уравнения для свободных параметров функционала и коэффициентов разделяющих поверхностей. Для нахождения этих коэффициентов предлагалось использовать рекуррентные процедуры Роббинса–Монро [30].

В [31] была сделана попытка использовать методы стохастической аппроксимации и для случая автоматической классификации (расознавания образов без учителя). Однако оказалось, что, в отличие от задач распознавания образов с учителем, теоретическое исследование сходимости рекуррентных алгоритмов автоматической классификации невозможно проводить классическими методами стохастической аппроксимации ввиду невыпуклости экстремизируемого функционала [24].

**Вариационный подход.** Следующий период исследований задач автоматической классификации в лаборатории М. А. Айзермана был связан с так называемым вариационным подходом, т. е. рассмотрением уравнений, следующих из необходимых условий экстремума функционала качества классификации (равенства нулю первой его вариации). Теоретическую базу таких исследований зложил Э. М. Браверман, реализовав вариационный подход для конкретного критерия качества классификации (20) [27]. Эта работа была далее обобщена в нескольких направлениях Е. В. Бауманом и А. А. Дорофеевом (Е. В. Бауман начал свою научную карьеру, будучи студентом МГУ; он пришел в группу Э. М. Бравермана, чтобы заниматься исследованиями по автоматической классификации).

В работе [32] вариационный подход был реализован для следующего класса функционалов

$$\Phi_1 = p^A \varphi\left(\frac{M^A}{p^A}\right) + p^B \varphi\left(\frac{M^B}{p^B}\right), \quad (21)$$

где функция  $\varphi$  — выпуклая функция, удовлетворяющая ограничениям достаточного

общего вида. Критерий (20) является частным случаем (21). В [32] был предложен рекуррентный алгоритм максимизации функционала (21) и доказана его сходимость для произвольного числа классов.

В работе [33] был предложен рекуррентный алгоритм экстремизации функционала типа (17), не входящего в класс (21):

$$K_2 = -(M^A, M^B), \quad (22)$$

и была доказана его сходимость для произвольного числа классов.

**Размытая классификация.** Начиная с работы [34], исследование задачи автоматической классификации проводится для случая размытой классификации, когда вместо характеристических функций классов вводятся функции принадлежности к классу. Другими словами, размытая классификация задается  $r$ -мерной вектор-функцией  $H(x) = (h_1(x), \dots, h_r(x))$ , где  $h_i(x)$  — функция принадлежности  $x$  к  $i$ -му классу. Функция  $H(x)$  удовлетворяет следующим условиям:  $H(\bullet) \in L_2(X, P)$  и для любого  $x$  значение  $H(x)$  принадлежит некоторому ограниченному множеству  $V$  пространства значений вектор-функции  $H(x)$ , т. е.  $H(x) \in V \subseteq R^r$ . За счет выбора ограничивающего множества  $V$  можно получить различные типы размытости [35]. Рассмотрим их более подробно. Обычно множество  $V$  задается в виде ограничений на функции принадлежности.

1) Четкая классификация:

$$V_1: h_i \in \{0, 1\}. \quad (23)$$

В этом случае отнесение объекта к тому или иному классу однозначно.

2) Размытая классификация:

$$V_2: 0 \leq h_i(x) \leq 1, i = 1, \dots, r, \quad \sum_{i=1}^r (h_i(x))^2 = 1. \quad (24)$$

В данном случае каждый объект в оптимальной классификации может принадлежать с ненулевым весом всем классам.

3) Классификация с размытой границей:

$$V_3: 0 \leq h_i(x) \leq 1, i = 1, \dots, r, \quad \sum_{i=1}^r (b - h_i(x))^2 = rb^2 + (b-1)^2. \quad (25)$$

Этот случай является промежуточным между предыдущими случаями: оптимальная классификация выделяет в пространстве  $X$  области однозначного отне-

снения к одному из классов, а между ними оказываются зоны неоднозначного отнесения, т. е. размываются только границы классов. Для простоты изложения ограничимся случаем, когда число классов равно двум. Множество  $V$  в этом случае представляет собой дугу окружности с центром в точке  $(b, b)$ , соединяющую точки  $(0, 1)$  и  $(1, 0)$ , а для оптимальной классификации получаются три следующих правила:

$$\text{А) если } \frac{(x - \alpha_1)^2}{(x - \alpha_2)^2} \leq \frac{(b-1)^2}{b^2}, \text{ то } h_1(x) = 1, h_2(x) = 0,$$

$$\text{Б) если } \frac{(x - \alpha_1)^2}{(x - \alpha_2)^2} \geq \frac{b^2}{(b-1)^2}, \text{ то } h_1(x) = 0, h_2(x) = 1;$$

$$\text{В) если } \frac{(b-1)^2}{b^2} < \frac{(x - \alpha_1)^2}{(x - \alpha_2)^2} < \frac{b^2}{(b-1)^2}, \text{ то } h_1(x) > 0, h_2(x) > 0.$$

Таким образом, в этом случае действительно размывается лишь граница классов, причем, чем больше значение параметра  $b$ , тем меньше область, в которой отнесение точек к классу неоднозначно.

В работе [34] был рассмотрен критерий качества классификации существенно более общего вида, чем (27), а именно:

$$\Phi_2 = \Phi_2(\mu(H)), \quad (26)$$

где  $\Phi$  — выпуклый функционал,  $\mu(H) = (\mu(p), M_i; i = 1, \dots, r)$ ,  $r$  — число классов. Значительная часть известных критериев качества классификации точек евклидова пространства является частным случаем (26).

В [34] предложен алгоритм максимизации критерия (26) и доказана его сходимость к стационарному значению (для случая строго выпуклого, дважды непрерывно дифференцируемого функционала (26)).

В [35] был рассмотрен еще более широкий класс критериев качества классификации, а именно, рассматривался произвольный выпуклый функционал  $\Phi_3 = \Phi_3(H)$  от вектор-функции  $H(x)$ . Было показано, что к этому классу относятся не только подавляющее большинство известных критериев качества автоматической классификации (в том числе (26) и функционалы в неметрических шкалах), но и широкий класс функционалов, используемых в других задачах анализа данных (кусочная аппроксимация сложных зависимостей, экстремальная группировка параметров, диагонализация матрицы связи и др.).

Для исследования вида оптимальной размытой классификации в [35] вводится понятие опорной размытой классификации для произвольного линейного функ-

ционала  $F(H)$

$$H_F(x) = \underset{H}{\operatorname{arg\,max}} (F(x), H). \quad (27)$$

Показано, что если  $F$  — субградиент функционала  $\Phi$  в точке  $H$ , то  $\Phi(H_F) \geq \Phi(H)$ .

Доказана теорема о том, что оптимальная размытая классификация принадлежит классу опорных классификаций.

Этот результат позволяет построить итерационный алгоритм максимизации функционала  $\Phi = \Phi_1$ . Основу алгоритма составляют два правила: правило нахождения опорной классификации по данному линейному функционалу  $\Phi(H)$  и правило нахождения по результатам классификации такого функционала, который был бы субградиентом исходного функционала  $\Phi$ . Рассмотрим алгоритм более подробно.

Выбирается некоторая начальная классификация  $H^0$ . Далее процесс строится итерационно.

Пусть на  $q$ -м шаге построена классификация  $H^q$ . На  $(q+1)$ -м шаге находится произвольный (если их несколько) субградиент  $F_q$  функционала  $\Phi$  в точке  $H^q$  (если функционал дифференцируем, то ищется градиент функционала). По  $F_q$  строится опорная классификация  $H^{q+1} = H_{F_q}$ .

В результате работы алгоритма получают последовательность классификаций  $H^0, H^1, \dots, H^q, \dots$  и соответствующую последовательность субградиентов  $F_0, F_1, \dots, F_q, \dots$

Доказана теорема о сходимости этого алгоритма.

**Размытая классификация с фоновым классом.** Во многих задачах классификационного анализа приходится классифицировать объекты одинаково далекие от всех классов, возникающие, например, при грубых ошибках наблюдений или при неправильно выбранном числе классов (заниженном по отношению к истинному). В [36] был введен в рассмотрение специальный класс, в пределах которого не учитывается близость объектов друг к другу и который был назван фоновым. При наличии фонового класса размытая классификация задается вектор-функцией  $H(x) = (h_0(x), h_1(x), \dots, h_r(x))$ , где  $h_0(x)$  — функция принадлежности  $x$  к фоновому классу, а  $h_i(x)$  —  $i$ -му нефоновому классу соответственно.

При исследовании размытой классификации с фоновым классом в дополнение к уже рассмотренным выше трем типам размытости появляются новые варианты. Для фильтрации грубых ошибок наблюдений вводятся два специальных вида размытости. Для того чтобы размытыми были лишь обычные классы, а фоновый класс был четким, необходимо выбрать тип размытости для обычных классов, а

затем множество  $V$  сконструировать из двух частей  $V^{(0)}$  и  $V^{(1)}$  ( $V = V^{(0)} \cup V^{(1)}$ ), так чтобы  $V^{(0)}$  соответствовало однозначному отнесению объекта к фоновому классу ( $h_0(x) = 1$ ), а  $V^{(1)}$  задавалось бы с помощью ограничения  $h_0(x) = 0$  и выбранных ограничений на функции принадлежности обычных классов  $h_1(x), \dots, h_r(x)$ . Таким образом, вводятся следующие типы размытости.

4) *Размытая классификация с четким фоновым классом:*

$$V_4 = V_4^{(0)} \cup V_4^{(1)}; V_4^{(0)}: h_0(x) = 1; h_i(x) = 0; i = 1, \dots, r. \quad (28)$$

$$V_4^{(1)}: h_0(x) = 0; 0 \leq h_i(x) \leq 1, i = 1, \dots, r; \sum_{i=1}^r (h_i(x))^2 = 1.$$

Использование ограничения  $V_4$  приводит к тому, что фоновый класс четкий, а разбиение на обычные классы размытое.

5) *Классификация с размытыми границами между обычными классами и четким фоновым классом:*

$$V_5 = V_5^{(0)} \cup V_5^{(1)}; V_5^{(0)}: h_0(x) = 1; h_i(x) = 0, i = 1, \dots, r. \quad (29)$$

$$V_5^{(1)}: h_0(x) = 0; 0 \leq h_i(x) \leq 1, i = 1, \dots, r; \sum_{i=1}^r (a - h_i(x))^2 = ra^2 + (a-1)^2.$$

6) *Классификация с четкими обычными классами и размытым фоном.*

Для того чтобы в оптимальной классификации размытость была лишь между фоном и обычными классами, а между классами были четкие границы, вводится функция принадлежности ко всем обычным классам  $\tilde{h}(x) = \sum_{i=1}^r h_i(x)$  и ограничения накладываются на  $h_0(x)$  и  $\tilde{h}(x)$ , как на функции принадлежности для классификации на два класса. Тогда размытость будет между фоновым и объединенным классом, а внутри объединенного класса объект будет относиться к тому классу, к которому он ближе (четкая классификация):

$$V_6: 0 \leq h_0(x) \leq 1; 0 \leq \tilde{h}(x) \leq 1; (h_0(x))^2 + (\tilde{h}(x))^2 = 1. \quad (30)$$

В этом случае размытость возможна лишь между фоновым классом и каждым из обычных классов.

7) Границы между обычными классами — четкие, а между обычным классом и фоновым — размытые:

$$V_i: 0 \leq h_i(x) \leq 1; 0 \leq \tilde{h}(x) \leq 1; (a - h_i(x))^2 + (a - \tilde{h}(x))^2 = a^2 + (a - 1)^2. \quad (31)$$

В последние годы область применения методов автоматической классификации и других методов прикладной статистики расширилась настолько, что появилось новое направление, получившее весьма общее название «анализ данных». Это направление, в отличие от традиционных статистических методов, требующих некоторой вероятностной модели (задача достаточно трудная, а иногда и принципиально неразрешимая) предназначено для «разведочного» анализа многомерных массивов сложноорганизованных данных [37].

**Кусочная аппроксимация сложных зависимостей.** В конце 60-х годов в лаборатории М. А. Айзермана интенсивно велись работы по использованию разработанных алгоритмов автоматической классификации для решения целого ряда прикладных задач. В процессе решения некоторых из них появились новые постановки задач анализа данных. Самой интересной как с теоретической, так и с прикладной точки зрения оказалась задача кусочной аппроксимации сложных зависимостей. Исторически она вначале формулировалась как задача идентификации статической характеристики некоторого технологического объекта (процесса), функционирующего в нескольких режимах. Дадим более подробно содержательную постановку этой задачи.

Рассмотрим технологический объект, состояние которого достаточно точно описывается вектором значений контролируемых входных параметров  $x = \{x^{(1)}, \dots, x^{(n)}\}$ ,  $x \in X$ , где  $X$  — пространство входных параметров. Обычно это характеристики сырья, параметры технологического процесса (температуры, давления, расход и концентрация активных и пассивных агентов и т. п.). Эффективность работы объекта определяется значениями выходного параметра  $y$  (производительность, показатель качества продукции, технико-экономический показатель и т. п.). Необходимо идентифицировать статическую характеристику объекта, другими словами моделью объекта является функциональный преобразователь  $y = F(x)$ , где  $F(x)$  — неизвестная функция. Обычно такая идентификация проводится в процессе нормальной эксплуатации объекта в стационарном режиме, т. е. требуется по значениям векторов входных параметров  $x_1, \dots, x_n$ , которые появляются в соответствии с заранее не известной функцией распределения вероятностей  $P(x)$ , и соответствующим значениям выходного параметра  $y_1, \dots, y_n$ , построить такую аппроксимацию  $y = \tilde{F}(x)$ , чтобы заданный критерий качества аппроксимации

$J$  принимал экстремальное значение. Обычно таким критерием является величина остаточной дисперсии у относительно аппроксимирующей функции  $\tilde{F}(x)$ , т. е. функционал вида

$$J = \int_X [y - \tilde{F}(x)]^2 dP(x). \quad (32)$$

Существует целый ряд методов решения этой задачи — метод наименьших квадратов, метод максимального правдоподобия, классические алгоритмы регрессионного и корреляционного анализа, процедуры типа стохастической аппроксимации и т. д. Все эти методы предполагают априорный выбор класса аппроксимирующих функций  $\tilde{F}(x, \alpha)$ , который обычно задается параметрически — с помощью векторного параметра  $\alpha$ .

В практических задачах объем имеющегося статистического материала жестко ограничивает число оцениваемых параметров с точки зрения статистической достоверности получаемых результатов. А это означает, что использование сложных функций  $\tilde{F}(x, \alpha)$ , в которых требуется оценивать большое число параметров, невозможно на ограниченном статистическом материале. Однако в процессе анализа реальных объектов было замечено, что во многих случаях статическая характеристика хотя и является сложной функцией во всей допустимой области изменения вектора входных параметров, может быть представлена как совокупность достаточно простых функций  $F_j(x)$  в пределах отдельных областей  $B_j$  пространства  $X$ . Другими словами, статическая характеристика сложного вида может быть представлена как совокупность достаточно простых «кусков».

Это означает, что аппроксимируемая функция  $y = F(x)$  может быть представлена в виде  $y = \sum_{j=1}^r h_j(x) F_j(x)$ , где  $h_j(x)$  — функции принадлежности областей  $B_j$ , на которые разбивается пространство  $X$  (или область определения функции  $F(x)$ ). Вид  $h_j(x)$  определяется выбранным типом размытости, например, соотношением (23) для четкого разбиения или (24) — для размытого.

Аналогично определяется вид аппроксимирующей функции

$$\tilde{F}(x, \alpha) = \sum_{j=1}^r h_j(x) \tilde{F}_j(x, \alpha). \quad (33)$$

В этом случае функционал (32) имеет вид

$$J = \sum_{j=1}^r \int_X h_j(x) [y - \tilde{F}_j(x, \alpha)]^2 dP(x). \quad (34)$$

Для нахождения по статистическим данным аппроксимирующей функции (33), минимизирующей значение функционала (34), в лаборатории М. А. Айзерма-

на были разработаны специальные методы кусочной аппроксимации, существенно использующие алгоритмы автоматической классификации. Первые публикации на эту тему касались задач контроля качества сложных изделий (кусочно-постоянная или ступенчатая аппроксимация) [38] и идентификации статической характеристики промышленного объекта (кусочно-линейная и кусочно-полиномиальная аппроксимация) [39]. Исчерпывающее описание алгоритмов решения последней задачи содержится в брошюре [40].

Алгоритмы кусочной аппроксимации можно условно разделить на одноэтапные и двухэтапные. В одноэтапных алгоритмах поиск оптимального (в смысле (34)) разбиения  $\{B_j\}$ ,  $j = 1 + r$  и соответствующих локальных аппроксимаций  $\bar{F}_j(x, a)$ ,  $j = 1 + r$  производится одновременно. В двухэтапных — предполагается, что область значений входных параметров в пространстве  $X$ , соответствующих одному и тому же режиму функционирования объекта, является достаточно компактным кластером. Поэтому вначале производится автоматическая классификация выборочных значений входных параметров, которая порождает разбиение пространства  $X$  на области  $B_j$ , соответствующие различным режимам функционирования объекта. На втором этапе для фиксированного разбиения находятся оптимальные локальные регрессии  $\bar{F}_j(x, a)$ ,  $j = 1 + r$ .

Наибольший интерес с точки зрения приложений представляют рекуррентные алгоритмы кусочной аппроксимации, поскольку они позволяют проводить идентификацию объекта в реальном времени (в режиме нормальной эксплуатации). Кроме того, на базе рекуррентных алгоритмов достаточно просто реализовать адаптивные схемы идентификации, позволяющие отслеживать медленные изменения статической характеристики объекта (например, в нефтехимии они происходят за счет старения катализатора). Такие алгоритмы были разработаны на базе вариационного подхода [40, 58]. Однако теоретический анализ сходимости таких алгоритмов сопряжен с существенными трудностями, которые удалось преодолеть только после доказательства того, что задача кусочно-линейной аппроксимации является частным случаем задачи автоматической классификации [41].

Для задач кусочной аппроксимации была предложена оригинальная иерархическая схема одновременного поиска наборов информативных переменных и локальных аппроксимаций, названная методом иерархической кусочной аппроксимации [42]. Идея этого метода состоит в следующем. Разбиение пространства входов  $X$  на области  $B_j$  подразумевает, что эти области соответствуют различным режимам функционирования объекта. А это, в свою очередь, может означать, что для каждого режима может быть свой набор информативных входных переменных. Другими словами в таком анизотропном случае информативные переменные необходимо искать для каждой области  $B_j$  независимо. Подобное рассуждение

справедливо не только для всего пространства  $X$ , но и для каждой области  $B_j$  (каждый режим функционирования объекта может распадаться на подрежимы) и т. д. В итоге иерархическая кусочная аппроксимация может быть представлена как следующая итерационная процедура.

Пусть дана выборка значений входных и выходной переменных  $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ .

1. В исходном пространстве входов  $X$  находятся информативное подпространство  $X_0^{(0)}$ , обеспечивающее наилучшую (в смысле (34)) кусочную аппроксимацию искомой зависимости  $F(x)$ , т. е. в  $X_0^{(0)}$  находится разбиение  $\{B_{0j}\}$ ,  $j = 1 + r$  и соответствующие локальные аппроксимации  $\bar{F}_j(x, \alpha)$ ,  $j = 1 + r$ .

2. Для каждой из найденных областей  $B_{0j}$  ставится задача, сформулированная в пункте 1 (для соответствующей части исходной выборки).

3. Итерация пунктов 1 и 2 продолжается до тех пор, пока не выполнится одно из двух условий:

- если информативное подпространство для некоторой области  $B_j$  совпадает с информативным подпространством для разбиения на предыдущем шаге, то эта область в дальнейших итерациях не участвует, а соответствующая локальная аппроксимация  $\bar{F}_j(x, \alpha)$  считается окончательной;
- если статистическая значимость оценок коэффициентов локальной модели  $\bar{F}_j(x, \alpha)$  для области  $B_j$  становится меньше заданного порога, то эта область в дальнейших итерациях не участвует (в простейшем случае итерации для области  $B_j$  прекращаются, если число точек в ней становится меньше заданного).

В процессе решения прикладных задач, связанных с аппроксимацией сложных зависимостей, было замечено, что для многих объектов в промышленности, экономике, геологии и т. д. искомая зависимость  $y = F(x)$  имеет следующую структуру: на фоне некоторой, как правило, простой зависимости  $y = f(x)$  (основная закономерность, тренд, тенденция и т. д.) в отдельных (аномальных) областях  $B_j^*$  пространства  $X$  (но не обязательно во всех) наблюдаются существенные отклонения от  $f(x)$ . Другими словами, искомую функцию  $F(x)$  в таких случаях целесообразно представлять как композицию двух функций — глобальной составляющей  $f(x)$  и локальных функций отклонения от нее  $F_j^*(x)$  в аномальных областях  $B_j^*$ . В этом случае аппроксимирующую функцию  $\bar{F}(x)$  следует искать в

виде:  $\bar{F}(x, \alpha) = f(x, \alpha) + \sum_{j=1}^r \epsilon_j^*(x) \bar{F}_j^*(x, \alpha)$ , где  $\epsilon_j^*(x)$  — характеристическая функция аномальной области  $B_j^*$  (принимает значение 1 только для точек этой области). Задача нахождения такой функции была названа задачей комбинированной кусочной аппроксимации [43]. В лаборатории М. А. Айзермана были разработаны

алгоритмы комбинированной кусочной аппроксимации, существенно использующие процедуры кусочно-линейной аппроксимации [43].

#### 4. Моделирование зрительного восприятия и распознавание сложных зрительных образов

С самого начала исследований в области распознавания образов, когда одной из главных задач являлось осмысление того, почему и как работает перцептрон, М. А. Айзермана в одинаковой степени интересовали два вопроса:

- как построить машину, способную обучаться распознаванию образов, в самой общей трактовке этого термина,
- как можно с позиций специалиста по теории управления организовать изучение процессов обучения распознаванию в живых системах.

Как решался первый из этих вопросов в лаборатории М. А. Айзермана, было сказано в предыдущих разделах. В данном разделе мы остановимся на исследованиях, проводившихся в лаборатории по моделированию распознавания образов в живых системах.

М. А. Айзерман понимал, что при изучении живых систем управления (а процесс восприятия он рассматривал как важнейший элемент процесса управления) невозможно устанавливать какие-либо точные факты без обращения к конкретным системам (в отличие от задачи построения искусственной системы обучения распознаванию). Поскольку чисто исторически распознавание зрительных образов более всего занимало ученых на первом этапе исследований в этой области, и поскольку именно вокруг зрительных образов более всего шла дискуссия о перспективности того или иного подхода к распознаванию, в частности, шла интенсивная критика в адрес гипотезы компактности, то М. А. Айзерману и его «команде» волей-неволей приходилось прежде всего анализировать задачи распознавания зрительных образов. Свою роль здесь сыграло и то обстоятельство, что зрительное восприятие окружающего мира играет существенную роль в жизни выших животных. Кроме того, моделирование этого восприятия имеет большой прикладной интерес. Словом, в качестве специальной области, для которой решено было заняться «настоящим моделированием», было выбрано зрительное восприятие. К этому времени «подоспели» главные идеи, легшие в основу работы. Так, в частности, очень своевременной оказалась публикация книги А. Л. Ярбуса по физиологии движений глаза человека при рассмотрении им зрительных образов [44]. На основе изучения экспериментальных фактов, приведенных в этой книге, Э. М. Браверман и И. Б. Мучник построили спекулятивную (умозрительную) модель зрительного восприятия, основную часть которой составлял специальный

комбинаторно-поисковый механизм. В этом механизме так называемые точки фиксации взора [44] соответствуют этапу выделения на исходном «большом» изображении локальных «изображений-окошек», видимых в соответствующей точке фиксации как бы через «окошко» относительно небольшого размера. И, конечно, немедленно встал вопрос: какие образы (классы изображений) распознает зрительная система в окошках, выделяемых точками фиксации?

Было хорошо известно из физиологических опытов на мозге лягушки, что в зрительной зоне имеются нервные клетки, которые избирательно реагируют на такие особые изображения, как «граница между черным и белым». Одни из таких клеток более чувствительны к изображениям, в которых эта граница проходит вертикально, другие, наоборот, — к изображениям, в которых эта граница проходит горизонтально, третьи, особо чувствительны к границе, имеющей наклон в 45 градусов. Более того, физиологи смогли различить нервные клетки, которые специфически реагируют на границу перехода с черного на белое, от клеток, которые аналогично реагируют только на границу перехода с белого на черное.

С учетом последнего замечания легко было представить себе, что на базе указанных клеток, реагирующих по-разному на направление перехода с черного на белое, можно в дальнейшем различать и «производные» фигуры типа «черных тонких линий на белом фоне» или ещё более сложные. И хотя для таких сложных фигур специальные клетки не искали экспериментально, представление, что механизм зрительного восприятия легко реализовать с помощью «подходящей системы из нервных клеток», рассматривалось как само собой разумеющееся. Другими словами, найденные специфические клетки интерпретировались многими специалистами по зрительному восприятию как «базовые» клетки, задающие врожденный словарь «терминов-эталонов», из которых можно строить любые другие изображения.

Однако для М. А. Айзермана такое объяснение «природы образов», распознаваемых зрительной системой, выглядело неубедительно. Во-первых, известные опыты касались специальной реакции нервных клеток на одно неизменное изображение: совершенно неизвестно, как нервная клетка, реагирующая особенным образом на ту или иную границу черного и белого, изменяла бы свою реакцию при изменении формы границы. Ведь важнейшая особенность распознавания — это способность относить к одному классу хотя и похоже, но все-таки различные (т. е. не в точности одинаковые) объекты. Далее, в разных задачах возникают различные системы образов, подлежащие распознаванию. Таким образом, в процессе жизнедеятельности возникают все новые и новые задачи, каждая из которых требует распознавания новой системы образов. Поэтому казалось неправдоподобным, чтобы все образы всех возможных задач были «заготовлены в мозгу» зара-

нее. Гораздо более естественным было предположить, что зрительная система животных непрерывно учится распознаванию новых и новых образов. И, таким образом, она может поддерживать «в рабочем состоянии» решающие правила распознавания только тех систем образов, изображения-представители которых «часто» появляются на её входе «в текущем периоде времени».

Основываясь на таких весьма общих «содержательных» соображениях, Э. М. Браверман и И. Б. Мучник предложили новый тип систем распознавания зрительных образов — «самообучающиеся» системы, в которых как самостоятельные подсистемы используются блоки, реализующие по крайней мере два различных процесса самообучения. Один из этих блоков «коллекционирует» большое число отбираемых по специальному принципу «информативных фрагментов», выделяемых из исходных больших изображений. Необходимость в выделении таких фрагментов сразу связали с упомянутой выше особенностью зрительного восприятия — основное время восприятия соответствует «остановкам» взора в точках фиксации. Подчеркнем, что здесь речь идет о случае, когда распознаванию подлежат большие изображения, а выделяемые информативные фрагменты необходимы лишь для построения некоторого «стандартизированного представления» о подлежащих распознаванию больших изображениях. Другими словами, одна из главных ролей этих специальных фрагментов заключается в обеспечении механизма «стандартизованного» сопоставления изображений, отличающихся не только размером и локализацией этого образа на растре, но и формой представленного образа, включая трудно формализуемые показатели «пропорций» составляющих его элементов. В чем же состоит процесс обучения, связанный с информативными фрагментами? По мере накопления фрагментов этот процесс строит и обновляет их классификацию, используя для этого тот или иной алгоритм самообучения (постулируется, что начальная, «врожденная» классификация выделенных фрагментов нет). В результате такой автоматической и перестраиваемой классификации исходные большие изображения получают важную характеристику для стандартного сравнения: какие классы выделенных информативных фрагментов представлены на рассматриваемом изображении.

Описанная схема возможного механизма зрительного восприятия сыграла важную роль в развитии дальнейших работ по распознаванию, выполненных в лаборатории М. А. Айзермана. Во-первых, она показала принципиальную «декомпозирующую» роль, которую может играть модель самообучения в задачах распознавания «сложных» образов, сводя этот процесс к распознаванию простых образов. Во-вторых, она указала на конкретную реализацию этого упрощения для систем зрительного восприятия — в виде механизма выделения специальных фрагментов изображения, по-видимому, тем или иным образом связанных с точ-

ками фиксации взора («по-видимому», так как никаких специальных опытов, подтверждающих это представление, на тот момент не проводилось). И, наконец, эта схема обозначила новую проблему в задаче распознавания зрительных образов — проблему разработки модели, реализующей «универсальную» способность зрительной системы выделять на изображениях для классификации не все возможные фрагменты, а только небольшое их число, достаточное для решения новой задачи распознавания (фрагменты, которые выше были названы информативными).

И. Б. Мучник предложил подобную модель анализа изображения, которая базировалась на представлении, что быстрое движение глаз по всему изображению и фиксация взора в небольшом числе очень маленьких его участков играет решающую роль в процессе зрительного восприятия. Он построил модель, работающую как поисковая система, которая, рассматривая фрагменты изображения, оптимизирует некоторую неспецифическую функцию «информативности». Причем процесс этот реализует локальную процедуру оптимизации, фиксируясь на наиболее информативных фрагментах. Был реализован простейший вариант такой модели, когда с поисковой системой связывается одно единственное фрагмент-изображение в виде «эталонного окошка» симметричного «расфокусированного» пятна зачерненности, а в качестве функции информативности используется та или иная характеристика различия между эталонным окошком и фрагментом изображения, над которым окошко находится в данный момент поиска [45]. Система стремится искать на изображении участки, соответствующие локальным минимумам такой функции. Легко понять, что участки изображений, отыскиваемые таким образом, должны хорошо соответствовать фрагментам, на которых «форма» исходного изображения «резко меняется». Таковыми являются, например, перекрестия линий, концы линий, и другие «нерегулярности» функции зачерненности изображения. Компьютерные эксперименты показали, что таким образом действительно можно выделять фрагменты, существенные для описания изображений. При этом результаты применения алгоритмов автоматической классификации к множеству таких фрагментов показали также, что классы получаются существенно привязанными к конкретным примерам изображений, выбранным для обучения [45, 46].

Интересные результаты, полученные в машинных экспериментах по проверке эффективности описанной выше модели, натолкнули на мысль о целесообразности проведения специальных физиологических и психологических экспериментов, которые бы подтвердили или опровергли наличие у животных основных элементов описанной выше модели распознавания зрительных образов. Взглянул на эту работу Н. В. Завалишин. Он разработал оригинальную установку для исследования движения глаз человека, позволяющую определять и запоминать с высокой точностью координаты этих движений и совмещать их с местоположением фигур,

представленных на изображении. Это был существенный шаг вперед по сравнению с качественным анализом движений глаза, результаты которого могли служить лишь основой для выдвижения гипотез о механизме зрительного восприятия, но не давали базы для проверки этих гипотез.

Уже в первых компьютерных экспериментах И. Б. Мучник обратил внимание на то, что его модель поиска локального экстремума выбранной функции информативности с помощью эталонного окна имеет характерную особенность. Эта особенность состоит в том, что при выделении на изображении элемента фигуры «конец линии» модель в качестве координат этого конца отмечает координаты точки, смещенной внутрь линии. Было показано, что эта особенность носит принципиальный характер, — без такого смещения модель не может работать. Были изучены зависимости этого смещения от размера окна и характера распределения заочерненности в окне. Аналогичное смещение модель давала при фиксации вершины угла, образованного двумя прямолинейными лучами.

Н. В. Завалишину решил проверить, насколько эти особенности поисковой системы с эталонным окном воспроизводятся в поведении живой системы, управляющей движением глаз человека. Из расчетов с моделью было ясно, что этот эффект достаточно слабый, и он не может быть зарегистрирован с помощью известной техники регистрации движения глаз. Это обстоятельство, а также убежденность как М. А. Айзермана, так и других участников исследований по распознаванию образов в лаборатории, в принципиальной важности таких экспериментов, придали Н. В. Завалишину дополнительные силы для разработки установки, возможности которой были совсем не очевидны до ее испытания. В этой связи стоит отметить, что у Н. В. Завалишина к тому времени уже был значительный опыт построения специальных установок для выявления механизмов управления в живых системах (см. статью о работах по физиологии управления движениями в настоящем сборнике). Кроме того, он уже использовал представления о роли специальной поисковой функции (так называемой «функции неприятности», введенной А. В. Малишевским) для организации физиологических экспериментов по проверке гипотезы, связанной с механизмом управления дыхательной системой.

Кстати, было бы очень интересно узнать, имеется ли какая-то связь между этими двумя совершенно разными моделями; насколько нам известно, в 70–80-е годы, когда эти работы проводились, М. А. Айзерман неоднократно указывал на эту аналогию. Однако «руки не доходили» до ее проверки, и так и не дошли. Представляется, что все эти обстоятельства помогли Н. В. Завалишину преодолеть авторитет предыдущих исследователей, опыт которых свидетельствовал о практической невозможности проведения точных количественных экспериментов по анализу движений глаз человека. Интересно, что даже сегодня, по прошествии 25

лет, техника такого уровня точности строится индивидуально, со специальной ориентацией на конкретные эксперименты.

Созданная установка позволила Н. В. Завалишину убедительно показать, что модель эталонного окна очень хорошо отражает самые существенные особенности движений глаз [47]. Более того, она позволила открыть другие совершенно неизвестные роли, которые играет это движение в обеспечении зрительного восприятия. В частности, впервые был описан и экспериментально изучен зрительный механизм «сравнения величин углов», которое человек способен осуществлять, что называется, на глаз [48]. Считалось, что это сравнение осуществляется глубинными мозговыми структурами зрительной системы. Оказалось, что предложенная модель анализа изображений, базирующаяся на движении глаз, «забирает на себя» эту функцию. Дело в том, что модель эталонного окна, как выяснилось, работает совершенно по-разному при варьировании размера окна. Причем при больших размерах важными для распознавания оказываются не только минимумы функции информативности, но и ее максимумы. Н. В. Завалишин показал, что и минимумы, и максимумы этой функции располагаются в сравниваемых фигурах углов именно в тех точках, где регистрируются точки фиксации взора при осмотре этих фигур в опытах, в которых от испытуемого требовалось сравнивать углы на глаз [48].

Вспоминается в этой связи забавный эпизод. М. И. Шлезингер, известный специалист по распознаванию, о котором уже упоминалось выше, при одном из своих посещений лаборатории М. А. Айзермана узнал об этих исследованиях и немедленно решил их опровергнуть. Его утверждение сводилось к тому, что человек, осматривая изображение, волен проводить осмотр так, как ему захочется. Ему казалось совершенно неправдоподобным, чтобы задача сравнения углов «смогла заставить человека» сделать точно по две точки фиксации в каждом сравниваемом углу. Тогда ему предложили быть испытуемым и постараться «нарушить» это правило. Он с энтузиазмом согласился. Каково же было его удивление, когда сразу после эксперимента ему показали изображения движений его глаз, наложенных на анализируемое изображение, и он увидел, что он поступал в точности так, как было предписано моделью, и вопреки тому, как он хотел управлять движением своих глаз. Для понимания этого эпизода следует отметить, что такие опыты по сравнению углов проводились в условиях очень короткого времени, вполне достаточного, чтобы результат сравнения был всегда правильным, но недостаточного, чтобы испытуемый успел подумать, куда переместить свой взор и, кроме того, осуществить это перемещение.

Базовые исследования по изучению движений глаз позволили Н. В. Завалишину построить и экспериментально проверить интересные модели, объясняющие

многие известные зрительные иллюзии, предложить новые иллюзии, разработать рекомендации по созданию удобных для чтения шрифтов, прицелов для оружия, конструированию циферблатов и табло измерительных приборов, а также планированию расположения приборов на операторских панелях [49].

М. А. Айзерман, глубоко интересуясь как моделированием процессов распознавания в живых системах, так и возможностями применения этих моделей в технике, всячески популяризировал работы Н. В. Завалишина в своих многочисленных выступлениях как внутри страны, так и за рубежом. Во время одной из своих встреч с известным психологом академиком Леонтьевым Марк Аронович рассказывал об опытах по регистрации движений глаз человека при сравнении величины углов. Леонтьев отреагировал на это интересным замечанием: «Еще один-два таких факта, и я приду к выводу, что основную работу по изучению внешнего мира мозг осуществляет на периферии, а его глубинные структуры только интегрируют и записывают результаты этой работы». М. А. Айзерман воспринял это замечание как чрезвычайно высокую оценку исследований, выполненных Н. В. Завалишиным.

## 5. Прикладные работы

Сосредоточившись на многие годы на теоретическом изучении задач распознавания образов, Марк Аронович никогда не забывал о необходимости выявления сугубо практических задач, для которых эти новые, только создаваемые методы могли бы быть единственным средством их решения. В настоящее время, 40 лет спустя, такое направление мысли кажется естественным. В 60-е годы перестрон был единственным примером обучающейся машины (и к тому же плохо изученным). Сейчас имеется большое число примеров машин и программ для компьютеров, которые способны учиться, накапливать новый опыт, извлекать новые знания из больших баз данных. Написано много книг по теории обучающихся машин. Квалификационная специальность «теория обучающихся машин» является одной из самых популярных в компьютерных науках.

Примерно к 1968–1970 гг. в лаборатории М. А. Айзермана сложилась не только достаточно целостная методология возможных прикладных применений обучающихся машин, но и было разработано хорошее программно-алгоритмическое обеспечение, реализующее эту методологию [50]. Наступило время решения прикладных задач.

Проведенные в этом направлении работы можно разделить на две большие группы. В первую входят работы, связанные с построением различных прогнозных моделей или моделей поддержки принятия решений. В разработке этих моделей используется «объективный» критерий качества в виде, например, числа оши-

бок построенной прогнозирующей модели. Во вторую — работы, связанные с построением «описательных» моделей, базирующихся, в основном, на методах автоматической классификации.

Прежде чем описывать практические результаты, отметим, что большая их часть, в том числе и для прогнозных моделей, получена с существенным привлечением методов автоматической классификации. Можно даже сказать, что в результате решения конкретных прикладных задач была разработана общая технология анализа статистических данных о сложных объектах. Чтобы понять логику и структуру этой технологии, следует рассмотреть несколько конкретных примеров ее использования (наиболее полная коллекция таких примеров, взятых из разных приложений, приведена в книге [51]).

**Прогнозные модели.** Идея применения обучающихся программ, способных строить эффективные медицинские диагностические правила, возникла сразу у многих исследователей, разработавших новые алгоритмы обучения. Она, конечно, обсуждалась и в лаборатории М. А. Айзермана. Понимая большую важность построения машинных процедур медицинской диагностики, Марк Аронович, тем не менее, гораздо больше интересовался разработками обучающихся программ для решения других медицинских задач. А именно, его интересовал процесс формирования новых медицинских знаний, возможность совершенствования этого процесса за счет использования обучающих систем.

Одной из наиболее интересных работ, выполненных в этом направлении, было исследование по созданию методики индивидуального планирования лечения для больных раком гортани в условиях так называемого сочетанного лечения, когда на первом этапе опухоль облучается, а на втором этапе она либо удаляется хирургическим путем, либо ее разрушают облучением [52].

Индивидуальное планирование состояло в выборе после первого этапа лечения варианта перехода ко второму этапу. Такой выбор должен производиться на основе оценки состояния конкретного больного после первого этапа (как общего его состояния, так и состояния опухоли). В практике российского Института онкологии, с которым проводилось это исследование, задача решалась консилиумом врачей.

В процессе обсуждения этой задачи с врачами возникла идея разработки машинного метода формирования сообщения о больном, также содержащего сравнительный анализ состояния больного и заключение, какое продолжение лечения более перспективно (и почему). Было предложено обсуждать на заседаниях консилиума два сообщения: лечащего врача и компьютерное. Для выполнения этой работы врачи подняли историю болезни более 800 человек. На базе этих данных с

использованием методов автоматической классификации параметров было сконструировано 5 обобщенных ранговых индексов уровня «прогрессирования болезни и защитных возможностей организма».

Сопоставление комбинаций их значений с отдаленными результатами состояния больных позволило построить «модель врачебного мышления», которая была способна создавать аргументированное решение о выборе схемы лечения, причем форма аргументации была привычной для врача. Ключевыми для создания такой модели явились возможности разработки указанных обобщенных индексов. Оказалось, что каждый из них просто фиксировал интегрированное интуитивное знание врачей, которое они используют на «пред-заключительных обсуждениях», когда обобщенные аргументы анализа представляют в виде качественных словесных характеристик типа: уровень толерантности опухоли (к радиооблучению), уровень злокачественности основного патологического процесса (на рассматриваемый период времени) и т. д. Именно использование таких обобщенных и одновременно понятных врачу терминов позволило делать очень компактный сравнительный анализ состояний больного до и после первого этапа лечения. По этой же причине предлагаемое компьютером решение воспринималось как строго аргументированное. Вместе с тем, поскольку предлагаемое решение компьютера базировалось исключительно на анализе конкретной статистики и никак не использовало общих закономерностей онкопатологических процессов, с его заключением врачи не всегда могли согласиться.

Интересно, что обсуждение машинного заключения в течение восьми месяцев 1976 г. было обязательным на всех консилиумах индивидуального планирования лечения больных раком гортани. Более того, Российское министерство здравоохранения выпустило специальную методическую разработку, с помощью которой можно было получать такое заключение «вручную». Оно обязало все клиники России, имеющие таких больных, в качестве эксперимента использовать эту методику в течение 6 месяцев и прислать результаты испытаний в Министерство, чтобы сделать сводное заключение.

В это время Эммануил Маркович Браверман, будучи тяжело больным пациентом одной из таких клиник, принимал активное участие в написании статьи [52] и интенсивно работал над книгой [51].

Результаты этого масштабного эксперимента, охватившего 157 клиник с разбором более 1000 больных, были для того времени ошеломляющими. Всего в четырех случаях заключение модели было ошибочным (ошибка оценивалась через отдаленный исход), причем в трех из них с ошибочным заключением были согласны врачи. Более того, в 97 случаях, когда врачи не приняли заключение модели, их заключение было ошибочным (во всех остальных 899 случаях заклю-

чения модели и врачей совпали и были правильными). Эта последняя цифра представляется наиболее интересной, доказывающей «судобство и профессиональную конкурентоспособность» модели [52].

Идея построения обобщенных индексов оказалась перспективной и при исследовании профессионального заболевания пылевым бронхитом, где в рамках разработки методики функциональной диагностики этого заболевания было обследовано 217 таких больных по 169 параметрам. На базе 59 из этих параметров было образовано 11 индексов, достаточных как для дифференциальной диагностики больных пылевым бронхитом (среди сходных заболеваний), так и для прогнозирования состояния больных. Оказалось, что остальные 110 параметров были не информативными [53].

Много прикладных прогнозных моделей было получено в лаборатории М. А. Айзермана с использованием методов кусочной аппроксимации. Это работы по идентификации сложных технологических процессов [39, 40, 42, 54] и контролю качества дорогостоящих изделий [38], в основном уже отмеченные в третьем разделе. Сюда же относятся работы по прогнозированию характеристик надежности технических объектов, например, мощных электронных приборов [55]; по синтезу систем управления промышленными объектами [56–58]; по построению локально-нормативных моделей управления организационными системами [59]; по сбору и анализу экспертной информации [60]; по методам кусочной аппроксимации многомерных кривых и их использованию в медицине [61]; по использованию методов комбинированной кусочной аппроксимации в нефтехимии и нефтепереработке [43] и для прогнозирования тяжести состояния больных [62].

**Описательные модели.** Первые описательные модели относятся к построению различных систематик (формальных классификаций), которые либо сравнивались с уже имеющимися классификациями для доказательства эффективности формальных методов, либо непосредственно использовались для аналитической работы в соответствующей естественнонаучной области [63]. В качестве примеров подобных приложений, выполненных в лаборатории М. А. Айзермана, отметим работу по построению методами автоматической классификации систематики минералов (на примере минералов группы пирохлора-микролита) [64] и классификации детей по морфо-функциональным признакам [65].

С начала 70-х годов в лаборатории М. А. Айзермана были разработаны методы и алгоритмы группировки объектов достаточно общей природы [66], в определенном смысле объединяющие как методы автоматической классификации объектов, так и методы автоматической классификации параметров (экстремальная группировка параметров) [67]. В это же время была разработана специальная ме-

тодология анализа больших массивов информации, названная лингвистическим подходом [68]. Такая методология позволяет в процессе анализа классифицировать объекты и параметры одновременно. На базе этих методов и алгоритмов был разработан пакет прикладных программ (ППП) «Типолог», с помощью которого был решен целый комплекс задач социальной типологии и регионального изучения сельского сектора национальной экономики. В общей сложности в этом исследовании приняло участие более 15 человек, а по времени оно захватило более 11 лет. Наиболее важные результаты этого исследования собраны в двух книгах [69,70], всего же по нему было опубликовано более 70 работ. Отметим только один из результатов: из более чем 700 социально-экономических критериев уровня развития сельскохозяйственного сектора областей и республик Советского Союза было сконструировано 27 комплексных критериев. На их основе был построен «Социальный Атлас сельскохозяйственного сектора СССР», представляющий собой набор из 27 карт территории страны, каждая из которых наглядно, количественно точно и в обобщенной форме показывала неравномерности экономического развития различных областей и республик. Он давал принципиальную возможность для рационального распределения ресурсов в процессе планирования комплексного социального развития регионов страны.

Другой большой цикл прикладных исследований, связанный с описательными моделями в социологии, был нацелен на решение задачи построения представительной выборки респондентов для проведения исследований, охватывающих население страны или ее крупного региона. Наиболее полно технология построения таких выборок описана в книге [71]. Интересно, что разработанная методика, практически не изменяясь, «живет» до настоящего времени: панели для современных исследований общественного мнения в России строятся на базе методики, описанной в этой книге.

ППП «Типолог» на протяжении 15–20 лет непрерывно совершенствовался как с точки зрения увеличения размерности массивов обрабатываемой информации, так и с точки зрения использования более эффективных алгоритмов. В середине девяностых годов была разработана интерактивная человеко-машинная система обработки больших массивов информации нового поколения «Аналитик», позволявшая существенно расширить возможности классификационного анализа сложнорегулируемых данных [72].

В качестве примера использования системы «Аналитик» отметим работу по созданию как типологических (описательных), так и прогностических моделей для задачи управления региональным здравоохранением [73].

## 6. Заключение

Работы, начатые М. А. Айзерманом в 1959–1960 гг. с желанием разобраться, как работает перцептрон, очень скоро образовали новое научное направление — «обучающиеся системы». Конечно, оно формировалось не только усилиями М. А. Айзермана и его учеников, но их работы были среди тех, которые заложили фундаментальные основы этого направления. Период оформления направления охватывает приблизительно 8–10 лет. Примерно к 1970 г. базовая группа идей этого направления была сформулирована и в основном исследована. Начался период практического освоения новой науки.

На этом этапе Марк Аронович хотел не столько иллюстрировать возможности нового направления на практике (он понимал, что такая работа так или иначе будет выполнена), сколько найти общую методологию применения новых методов в самых разных приложениях, в первую очередь там, где возникают вопросы прогнозирования, планирования, принятия решений и управления.

Он сразу оценил, какие новые возможности предоставляет разработка методов автоматической классификации параметров (наряду с методами автоматической классификации объектов). Возможность комбинированной классификации объектов и параметров открывала реальный путь разработки интеллектуальных автоматических систем, позволяющих анализировать сложноорганизованные данные и скрытые в них закономерности с высокой эффективностью и одновременно на доступном пользователю-прикладнику языке.

Разработка указанной общей методологии была организована в лаборатории М. А. Айзермана в виде четырех групп работ:

1. Разработка базовых процедур — «кирпичиков» анализа сложных данных, в частности, алгоритмов автоматической классификации объектов и параметров, визуализации результатов и т. д.
2. Построение типовых технологий анализа — технологических цепочек, составленных из таких «кирпичиков» и предназначенных для решения часто встречающихся прикладных задач.
3. Построение моделей сложных скрытых зависимостей для типовых прикладных задач.
4. Создание соответствующего программного обеспечения и развитого человеко-машинного интерфейса.

Эту методологию Э. М. Браверман назвал «методологией анализа структурных данных». Ее разработка также заняла примерно 10 лет. В конце 80-х годов Марк Аронович отошел от этих исследований, увлекшись новым научным направлением — теорией выбора вариантов. Несмотря на это, он всегда находил

время бывать на семинарах, где докладывались результаты этих исследований, и участвовать в дискуссиях о возможных путях их развития. К 90-м годам накопилось много новых идей в области «интеллектуального» анализа данных. Появилась возможность построения совершенно новых теоретических моделей. В их выявлении и разработке активно проявили себя коллеги и ученики М. А. Айзермана. Сам он, к сожалению для нас, в этих разработках уже не участвовал. И это была не случайность, а некоторая особенность его натуры.

М. А. Айзерман занялся изучением перцептрона и привлек к этим исследованиям целую группу своих учеников и коллег, так как эта частная задача позволила ему увидеть качественно новые пути, как он говорил, «для расширения возможностей автоматов». Марк Аронович как-то естественно сочетал две, казалось бы, несовместимые страсти. Первая из них — страсть быть «пионером-первопроходцем», т. е. заниматься исследованиями в совершенно новых и перспективных научных направлениях (он гениально умел их распознавать). И вторая — страсть популяризатора, он стремился объяснить всем, насколько интересны, увлекательны и «обречены на успех» научные исследования в областях, актуальность и новизну которых он усмотрел. Казалось бы, если кто-то уверовал в возможность получения быстрого и значительного успеха в новой перспективной области, он должен не «распространяться» об этих возможностях, а сначала получить основные результаты и только потом популяризировать их ценность. Однако Марк Аронович всегда делал это одновременно.

Истинная мотивация этого, наверное, никогда не будет раскрыта полностью. Он сам не оставил никаких объяснений этому феномену, мы можем лишь высказывать свои догадки на этот счет. Возможно, эта мотивация была следствием замечательной особенности его характера: воспринимать условия «жесткого соревнования» в науке как единственно возможные нормальные условия. Такие соревновательные условия несли для Марка Ароновича важный «сигнал обратной связи» — согласятся ли другие ученые, что исследования в новом научном направлении могут принести в недалеком будущем результаты, существенные и важные для разных «смежных» областей. Марк Аронович относился к тому редкому типу ученых, который умеет организовать настоящее коллективное обсуждение вариантов важных стратегических решений, когда для достижения значимых результатов необходимо сконцентрировать усилия как свои, так и своих коллег.

Возможно и совсем другое объяснение: Марк Аронович был из тех людей, для которых наука составляла основную ценность; она служила ему и способом познания жизни, и средством существования, и главным мерилом самооценки. Кроме того, он свято верил, что научный прогресс играет ключевую роль в развитии общества. Он знал, что может многих увлечь своим видением перспектив

развития науки, своим умением оценивать влияние новых научных результатов на развитие национальной экономики, общества в целом. И он использовал свой дар, пытаясь обратить внимание научной общественности на его же предвидения того, где лежат будущие научные успехи, и как они могут повлиять на реальную жизнь. Конечно, он представлял себе риск того, что другие научные коллективы могут подхватить его оригинальные идеи и обогнать его коллектив по результатам, а надо сказать, что для Марка Ароновича это было совсем не безразлично. Тем не менее, цена правильного выбора перспективного научного направления и личного его участия в этом выборе была для него выше получения им того или иного конкретного научного результата.

Марк Аронович не только ценил и умел, но и любил управлять наукой. Он хорошо понимал, что для него единственной возможностью реализовать эту любовь было прямое «публицистическое» обращение авторитетного ученого к широкой научной общественности (при всех его заслугах карьера руководителя в науке была ему «заказана» просто в силу невозможности таковой практически для любого непартийного еврея в Советском Союзе).

## Литература

1. Rosenblatt F. The Perceptron: A probabilistic model for information storage and organization in the brain. *Psychological Review*, № 65, 1958.
2. Rosenblatt F. Two theorems of statistical separability in the Perceptron (Symposium on the Mechanization of Thought Processes, England, November, 1958). In: «Mechanization of Thought Processes», vol. 1, H. M. Stat. Office, London, 1959.
3. Rosenblatt F. On the convergence of reinforcement procedures in simple perceptrons. Report № VG-1196-G-4. Cornell Aeronautical Laboratory, Buffalo, NY, 1960.
4. Rosenblatt F. Perceptron simulation experiments. *Proceedings of the Institute of Radio Engineers*, vol. 48, № 3, 1960.
5. Браверман Э. М. Некоторые вопросы построения машин, классифицирующих объекты по не заданному заранее признаку. *Автоматика и телемеханика*, № 10, 1960.
6. Браверман Э. М. Опыт по обучению машины распознаванию зрительных образов. *Автоматика и телемеханика*, № 3, 1962.
7. Бонгард М. М. Проблема узнавания. М.: Наука, 1971.
8. Аркадьев А. Г., Браверман Э. М. Обучение машины распознаванию образов. М.: Наука, 1964.
9. Башкиров О. А., Браверман Э. М., Мучник И. Б. Алгоритмы обучения машин распознаванию зрительных образов, основанные на использовании потенциальных функций. *Автоматика и телемеханика*, № 5, 1964.
10. Кобрицкая О. Я., Колесова И. В., Кучина Е. В., Мучник И. Б. Опыт по формированию различения компактных множеств изображений. В кн. «Самообучающиеся автоматические системы», Труды I Всесоюзной конференции по теории и практике построения самонастраивающихся систем. М.: Наука, 1966.

11. Завалишин Н. В. Гипотеза о распределении точек фиксации взора при просмотре изображений. Автоматика и телемеханика, № 12, 1968.
12. Айзерман М. А., Браверман Э. М., Розоноэр Л. И. Проблема обучения машин распознаванию внешних ситуаций. В кн.: «Самообучающиеся автоматические системы». Труды I Всесоюзной конференции по теории и практике построения самонастраивающихся систем. М.: Наука, 1966.
13. Михлин С. Г. Лекции по интегральным уравнениям. М.: Физматгиз, 1959.
14. Айзерман М. А., Браверман Э. М., Розоноэр Л. И. Метод потенциальных функций в теории обучения машин. М.: Наука, 1970.
15. Yarnik V. N. Statistical Learning Theory. New York: John Wiley & Sons, 1998.
16. Браверман Э. М., Розоноэр Л. И. Сходимость случайных процессов в теории обучения машин I. Автоматика и телемеханика, № 1, 1969.
17. Браверман Э. М., Розоноэр Л. И. Сходимость случайных процессов в теории обучения машин II. Автоматика и телемеханика, № 2, 1969.
18. Литваков Б. М. О сходимости рекуррентных алгоритмов обучения распознаванию образов. Автоматика и телемеханика, № 1, 1968.
19. Литваков Б. М. Экстремальный подход к определению условий сходимости алгоритмов метода потенциальных функций. Автоматика и телемеханика, № 9, 1969.
20. Айзерман М. А., Браверман Э. М., Розоноэр Л. И. Метод потенциальных функций в задаче восстановления характеристик функционального преобразователя по случайно наблюдаемым точкам. Автоматика и телемеханика, № 12, 1964.
21. Браверман Э. М. Восстановление дифференциального уравнения объекта в процессе его нормальной эксплуатации. Автоматика и телемеханика, № 3, 1966.
22. Браверман Э. М., Дорофеев А. А. Эксперименты по обучению машины распознаванию образов без поощрения. В кн.: «Самообучающиеся автоматические системы», Труды I Всесоюзной конференции по теории и практике построения самонастраивающихся систем, М.: Наука, 1966.
23. Дорофеев А. А. Алгоритмы автоматической классификации. Автоматика и телемеханика, № 12, 1971.
24. Дорофеев А. А. Алгоритмы обучения машины распознаванию образов без учителя, основанные на методе потенциальных функций. Автоматика и телемеханика, № 10, 1966.
25. Шлезингер М. И. О самопроизвольном различении образов. В кн. «Читающие автоматы», Киев: Наукова Думка, 1965.
26. Fisher W. D. On grouping for maximum homogeneity. American Statistical Association Journal, vol. 53, 1958.
27. Браверман Э. М. Метод потенциальных функций в задаче обучения машины распознаванию образов без учителя. Автоматика и телемеханика, № 10, 1966.
28. Дорофеев А. А. Алгоритмы автоматической классификации, основанные на методе потенциальных функций, и их практическое использование. В кн. «Вопросы технической кибернетики», М.: Наука, 1968.
29. Цыпкин Я. З. Адаптация, обучение и самообучение в автоматических системах. М.: Институт проблем управления, 1965.
30. Лосилов Н. В. Методы стохастической аппроксимации. Автоматика и телемеханика, № 4, 1966.
31. Цыпкин Я. З., Кельманс Г. К. Рекуррентные алгоритмы самообучения. Техническая кибернетика, № 5, 1967.

32. Бауман Е. В., Дорофеев А. А. Вариационный подход к задаче автоматической классификации для одного класса аддитивных функционалов. Автоматика и телемеханика, № 8, 1978.
33. Бауман Е. В. Исследование сходимости одного класса алгоритмов автоматической классификации. В кн. «Моделирование и управление в развивающихся системах», М.: Наука, 1978.
34. Бауман Е. В., Дорофеев А. А. Рекуррентные алгоритмы автоматической классификации. Автоматика и телемеханика, № 3, 1982.
35. Бауман Е. В. Методы размытой классификации (вариационный подход). Автоматика и телемеханика, № 12, 1988.
36. Бауман Е. В., Кузин М. Г. Метод построения размытой классификации с фоновым классом. В кн.: «Методы сбора и анализа сложноразнообразных данных». М.: Институт проблем управления, 1991.
37. Бауман Е. В., Дорофеев А. А. Классификационный анализ данных. В кн. «Избранные труды Международной конференции по проблемам управления», т. 1. М.: СИНТЕГ, 1999.
38. Дорофеев А. А., Торосович И. Ш. Применение методов автоматической классификации данных в задаче контроля качества изделий. Стандарты и качество, № 4, 1967.
39. Дорофеев А. А., Касавин А. Д., Торосович И. Ш. Применение методов автоматической классификации для построения статической модели объекта. Автоматика и телемеханика, № 2, 1970.
40. Рабман Н. С., Дорофеев А. А., Касовин А. Д. Идентификация технологических объектов методами кусочной аппроксимации. М.: Институт проблем управления, 1977.
41. Бауман Е. В. Сведение задачи кусочно-линейной аппроксимации к задаче автоматической классификации. В кн. «Моделирование и оптимизация сложных систем управления». М.: Наука, 1981.
42. Dorofeyuk A., Kasavin A. Hierarchical piecewise approximation method in identification of complex plants. In: Identification and System Parameter Estimation. Part 3, North Holland PC, Amsterdam, 1978.
43. Ахмед С. А., Дорофеев А. А., Моесумов В. Г. Методы комбинированной кусочной аппроксимации и их приложения. В кн. «Анализ данных и экспертные оценки в организационных системах». М.: Институт проблем управления, 1985.
44. Ярбус А. Л. Роль движений глаз в процессе зрения. М.: Наука, 1965.
45. Мучник И. Б. Алгоритмы формирования локальных признаков для зрительных образов. Автоматика и телемеханика, № 10, 1966.
46. Мучник И. Б. Формирование языка описания зрительных образов. В кн. «Автоматический анализ сложных изображений». М.: Мир, 1969.
47. Завалишин Н. В. Гипотеза о распределении точек фиксации взора при просмотре изображений. Автоматика и телемеханика, № 12, 1968.
48. Завалишин Н. В., Мучник И. Б. Модель зрительной оценки величины угла. Автоматика и телемеханика, № 4, 1971.
49. Завалишин Н. В., Мучник И. Б. Модели зрительного восприятия и алгоритмы анализа изображений. М.: Наука, 1974.
50. Дорофеев А. А., Лумельский В. Я. Реализация алгоритмов обучения распознаванию образов «без учителя» на ЭВМ. В кн. «Алгоритмы обучения распознаванию образов». М.: Сов. радио, 1973.
51. Браверман Э. М., Мучник И. Б. Структурные методы обработки эмпирических данных. М.: Наука, 1983.

52. Браверман Э. М., Демидов В. П., Киселева Н. Е., Мучник И. Б., Ольшанский В. О. Индивидуальное планирование лечения больных раком гортани с помощью математической модели. Журнал ушных, носовых и горловых болезней, № 1, 1979.
53. Мальцева Л. М., Кольчин С. С., Маххасьян Л. И., Мучник И. Б., Киселева Н. Е. Факторный анализ состояния больных пылевым бронхитом. В кн. «Современные методы диагностики, лечения и профилактики профессиональных заболеваний». М.: Минздрав РСФСР, 1983.
54. Вальтер Б. В., Дорофеев А. А., Касовин А. Д., Торговицкий И. Ш. Анализ химико-технологических процессов методами автоматической классификации данных. Теоретические основы химической технологии, т. 4, № 4, 1970.
55. Dorofeyuk A., Zhitikh I. Piecewise approximation method in predicting the reliability of electron devices. In: Preprints of papers 3-d symposium on reliability in electronics. Hungary, Budapest, Relectronics, 1973.
56. Баумштейн И. П., Дорофеев А. А., Торговицкий И. Ш. Методы автоматической классификации в задаче управления статическим объектом. В кн. «Адаптация. Самоорганизация». М.: Наука, 1970.
57. Дорофеев А. А., Касовин А. Д., Софиев А. Э., Торговицкий И. Ш. Применение метода классификации данных и аналитического моделирования для построения алгоритма управления процессами полимеризации. В кн. «АСУ непрерывными технологическими процессами в химии, нефтехимии, металлургии и энергетике». М.: ЦНИИКА, 1973.
58. Дорофеев А. А., Ибрагимов Ш. Д., Мамедов А. А., Мовсумов В. Г. Алгоритмы построения кусочной модели для адаптивного управления технологическими процессами. Приборы и системы управления, № 8, 1979.
59. Бауман Е. В., Дорофеев А. А., Чернявский А. Л. Метод построения локально-нормативных моделей управления на основе алгоритмов классификации. В кн. «Экспертные оценки в задачах управления». М.: Институт проблем управления, 1982.
60. Дорофеев А. А. Методы автоматической классификации в задачах получения экспертной информации. В кн.: «Статистика. Вероятность. Экономика», Ученые записки по статистике, т. 49. М.: Наука, 1985.
61. Дорофеев А. А., Дмитриев А. Г. Методы кусочной аппроксимации многомерных кривых. Автоматика и телемеханика, № 12, 1984.
62. Атаев С. А., Бауман Е. В., Дебринов А. Д., Дорофеев А. А. Использование методов комбинированной кусочной аппроксимации в задаче прогнозирования тяжести состояния больных (на примере язвенной болезни). Медицинский реферативный журнал, раздел XXII, № 1, 1983.
63. Браверман Э. М., Дорофеев А. А., Лумельский В. Я. Применение методов распознавания образов без учителя в естественно-научных исследованиях. В кн. «Адаптивные системы. Распознавание образов», Труды международного симпозиума ИФАК по техническим и биологическим аспектам управления. М.: Наука, 1971.
64. Бугаец А. Н., Дорофеев А. А., Мацак А. П., Серова Л. Л. Использование алгоритмов автоматической классификации объектов в задаче систематики минералов. Автоматика и телемеханика, № 6, 1968.
65. Лумельский В. Я., Семенова Л. К. Применение методов распознавания образов для изучения развития двигательных качеств у детей. В кн. «Материалы X Всесоюзной научной конференции по физиологии, биомеханике и биохимии мышечной деятельности», т. 2. М.: Наука, 1968.

66. Браверман Э. М., Дорофеев А. А., Лумельский В. Я., Мучник И. Б. Диагонализация матрицы связи и выявление скрытых факторов. В кн. «Проблемы расширения возможностей автоматов», вып. 1. М.: Институт проблем управления, 1971.
67. Браверман Э. М. Методы экстремальной группировки параметров и задача выявления существенных факторов. Автоматика и телемеханика, № 1, 1970.
68. Браверман Э. М., Киселева Н. Е., Мучник И. Б., Носиков С. Г. Лингвистический подход к задаче обработки больших массивов информации. Автоматика и телемеханика, № 11, 1974.
69. Развитие сельских поселений. Под ред. Заславской Т. И., Мучника И. Б. М.: Статистика, 1976.
70. Социально-демографическое развитие села. Под ред. Заславской Т. И., Мучника И. Б. М.: Статистика, 1980.
71. Мучник И. Б., Петренко Е. С., Силицын Е. Э., Ярошенко Т. М. Территориальная выборка в социологических исследованиях. М.: Наука, 1980.
72. Бауман Е. В., Дорофеев А. А. Методика структурного анализа данных на базе системы «Аналитик». М.: Институт проблем управления, 2000.
73. Бауман Е. В., Дорофеев А. А., Чернявский А. Л., Медик В. А. Методы типологического анализа в задачах регионального управления (на примере областного здравоохранения). В кн. «Управление большими системами», Материалы международной научно-практической конференции. М.: СИНТЕГ, 1997.

## В ПОИСКАХ АДЕКВАТНОГО ЯЗЫКА ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ПРИНЦИПОВ УПРАВЛЕНИЯ В ЖИВЫХ СИСТЕМАХ

Е. А. Андреева, И. Б. Мучник

### Физиологические эксперименты в стенах технического института

Организация исследований, проводимых на стыке наук, даже в современных условиях достаточно сложна. Например, исследования, о которых пойдет речь, требуют одновременного участия на ключевых ролях специалистов по теории управления, по физиологии и медицине, а также экспериментальной базы современной физиологической лаборатории. Тем более удивительными представляются сегодня работы М. А. Айзермана с группой его сотрудников, посвященные физиологии управления в живых системах. Они начались почти 40 лет назад и успешно развивались на протяжении более 30 лет. И все это жило в институте, разрабатывающем только технические системы управления.

Марк Аронович Айзерман заинтересовался принципами управления в живых системах в начале 60-х. У многих, даже хорошо знавших его ученых это вызвало удивление. На фоне его замечательных исследований по пневматическим системам управления, получения Ленинской премии (по тому времени высшей государственной оценки научного результата) и мирового признания его достижений в области теории автоматического регулирования Марк Аронович вдруг резко меняет направление своих интересов. И не просто меняет, но и заражает своим новым интересом многих своих сотрудников и учеников. Необходимо отметить царившую в Институте автоматике и телемеханике уникальную атмосферу научной свободы, соревнования и кооперации, которая очень благоприятствовала работе таких ученых, каким был Марк Аронович. Эта атмосфера поддерживалась традициями, созданными основателями института. Марк Аронович был одним из 12 первых

сотрудников института, активным участником создания этих традиций. Он хорошо понимал их важность для формирования новой научной организации. Сотрудник института имел очень широкие возможности инициативы, организации обсуждения новой, даже на первый взгляд странной идеи. Более того, он имел реальные возможности провести поисковую работу, получить подтверждение своей идеи, и, тем самым, веские аргументы, чтобы эта идея стала официально утвержденной темой его работы. На протяжении многих десятков лет работы в институте Марку Ароновичу не раз приходилось отстаивать эти традиции, убеждая молодежь, что они не потеряли ценность и для «нового» времени, когда наука стала «индустриальной», требующей большого числа участников и жестко ориентированной на решение конкретных практических задач. «Если это наука, она требует идей. Идеи, в свою очередь, требуют личностей, которые могут творить только в условиях, когда каждый имеет право на инициативу», — этот лейтмотив много раз звучал в выступлениях Марка Ароновича.

Марк Аронович обладал замечательной способностью чувствовать перспективность новых идей, независимо от того, исходили ли они от известного авторитета или были предложены молодыми неизвестными специалистами. Особенно чутким он был к идеям управления, возникающим на стыке разных научных дисциплин. Он не боялся вникать в новую область науки, если находил в этой области перспективную идею. Как он приходил к этому, как подмечал перспективную идею в «незнакомой» науке, — это всегда было загадкой и неожиданностью для окружающих. В этом отношении очень поучительна история возникновения и развития исследований систем управления в живых организмах, которые показали, что он, специалист по техническим системам управления, может ставить и решать актуальные биологические проблемы.

Для проведения работ этого направления М. А. Айзерман очень быстро организовал специальную группу по «бионике», которая состояла, в основном, из инженеров-физиков, специалистов в области автоматического управления, одного физиолога и одного врача. Состав группы был полностью молодежным, большую часть ее составляли студенты-дипломники МФТИ. Марк Аронович сумел создать в группе обстановку увлеченности и энтузиазма. Проводились семинары, на которые приглашались лучшие физиологи страны. Возникали горячие споры, происходило ознакомление с новой литературой, обсуждались конкретные постановки задач и их экспериментальное осуществление. Казалось, что специалисты по теории управления в союзе с физиологами и врачами смогут быстро справиться с поставленными задачами. Но все произошло не совсем так, и проводимые исследования растянулись на долгие и интересные годы.

В течение этих лет изменялось мировоззрение, отклонялись некоторые начальные, кажущиеся теперь наивными постановки задач, менялись и формулировались новые, разрабатывались новые методы исследований.

С самого начала поворота к биологическим системам Марк Аронович хотел охватить как можно более широкий спектр вопросов управления — это и оптимизационные механизмы обеспечения жизнедеятельности отдельного организма или коллектива организмов, механизмы обучения классификации внешних ситуаций и управления системами с очень большим числом степеней свободы. Будучи специалистом в теории управления техническими системами, он открыл для себя, что адекватным языком изучения принципов управления в живых системах является язык биологических экспериментов. Это понимание полностью ломало представление о том, как инженер должен изучать систему управления. Оно означало, что привычные исследования, когда сначала конструируется уравнение, моделирующее рассматриваемый процесс, а затем подстраиваются параметры уравнения, чтобы модель хорошо аппроксимировала экспериментальные графики этого процесса, не адекватны для изучения принципов управления в живых системах. Для многих интересных принципов управления адекватная модель задается и оценивается непосредственным экспериментом на биологическом объекте. Например, оказалось, что можно заставить рыб в аквариуме равномерно заполнять определенный объем, так чтобы свет от лампы, поставленной у одной стенки аквариума, совсем не был виден со стороны другой стенки (или, по крайней мере, был сильно ослаблен). Это согласованное поведение рыб достигалось путем болевого воздействия, оказываемого одновременно на всех животных (оно было реализовано с помощью пропуска электрического тока через аквариум: чем хуже рыбы заполняли выбранный объем, тем больше было электрическое напряжение тока). Чем важен этот эксперимент? Прежде всего тем, что он четко фиксирует феномен: коллектив рыб способен работать согласованно для достижения общей цели — снятия причины болевого воздействия. И это при условии, что задача для рыб была новой. Как же работал механизм управления, обеспечивший относительно устойчивое состояние с практически отсутствующим болевым воздействием? Может быть, этот эксперимент доказывает, что рыбы могут переговариваться в экстремальных ситуациях и вырабатывать согласованное поведение? Теоретически такую возможность исключить нельзя. В связи с этим вопросом интерес представляют количественные характеристики эксперимента. Оказалось, что график колебаний тока, который носил явно статистический характер, имел не только большую дисперсию, но и случайный характер изменений тренда. Более того, визуальное наблюдение за перемещениями рыб показало, что никакая рыба отдельно не вырабатывала какой-то устойчивой тенденции локализовать свои перемещения

в том или ином участке «целевого» района. Вместе эти наблюдения позволили сформулировать «отрицательную» гипотезу: рыбы, скорее всего, не переговариваются в процессе минимизации общего болевого воздействия и, насколько было возможно зафиксировать визуально, не обнаруживают каких-либо специфических индивидуальных приспособлений. Их целесообразная деятельность — это проявление некоторого вероятностного «целесообразного» поведения всего коллектива рыб, работающего как целостный механизм. Содержание этого механизма эксперимент не раскрыл, но указал на возможность его существования. Группа Айзермана много обсуждала и старалась придумать такой целостный механизм. Идея, что он реализуется за счет того, что каждая рыба научается занимать какое-то свое положение, так что в итоге случайным образом они вместе закрывают соответствующую часть пространства, не прошла. Как было сказано, тщательные визуальные наблюдения за отдельными рыбами не позволили подтвердить эту идею. И вот из этой трудной, можно сказать, безнадежной ситуации Марк Аронович делает конструктивные выводы: проблема, с его точки зрения, заключалась в том, чтобы искать такие параметры индивидуального поведения рыб, которые рыбы «могут» целенаправленно менять, а экспериментатор — легко фиксировать. Например, он высказывал соображение, что таким параметром могло бы быть пространственное распределение вероятностей скоростей перемещений данной конкретной особи в объеме аквариума. В этом случае, по его мнению, рыбы легко могли бы адаптировать эти распределения индивидуально, ориентируясь только на свои болевые ощущения, не «договариваясь» между собой. В качестве другого такого параметра, который рыбы могли измерять индивидуально и которым могли, что не менее важно, управлять индивидуально так, чтобы уменьшать общее болевое воздействие, он предлагал рассмотреть «пучок света», падающий на конкретную рыбу. «Она должна перемещаться таким образом, чтобы поддерживать интенсивность этого пучка достаточно высокой», — говорил он. Однако ни он, ни его коллеги не смогли придумать решающий эксперимент, который бы доказал, уточнил или опроверг предположение, что отмеченные два параметра есть как раз те параметры, которые непосредственно измеряются рыбами-индивидами для реализации управления, обеспечивающего подавление общего болевого воздействия. Поняв, что детальный анализ управления в такой «системе-коллективе» весьма затруднителен, Марк Аронович стал искать другой пример живой системы, для которой было бы проще вести изучение механизмов управления. Очень быстро нашлась хорошая подсказка: изучающая двигательную активность человека группа физиологов и математиков, руководимая Израилем Моисеевичем Гельфандом, Михаилом Львовичем Цейтлиным и Николаем Александровичем Бернштейном, широко обсуждала феномен согласованной работы многих десятков мышц в различных движениях, например, для

поддержания человеком устойчивой вертикальной позы. Анализ этих исследований показал, что для инженерного изучения механизмы управления мышечной системой очень удобны, так как значительная информация о работе отдельной мышцы содержится в сигнале ее общей электрической активности. Такая активность легко измеряется непосредственно наложением на поверхность кожи макроэлектродов. Это верно для большинства крупных мышц, многие из которых участвуют в организации жизненно важных движений. Группа М. А. Айзермана приняла решение изучать управление в живых системах на примере управления движениями у развитых животных и человека. Этот выбор оказался удачным: большая часть всей дальнейшей многолетней работы строилась как исследования управлений движениями. Именно в этих исследованиях Марк Аронович и его группа «научились читать», как работают живые системы управления, нашли для этого адекватный язык.

Конечно, прямых и законченных ответов на многие поставленные вначале вопросы получить не удалось. Это касается, в основном, вопросов о возможности применения новых принципов управления в технике. Но было получено и много нового, как в разработке методов исследования, так и в обнаружении ранее неизвестных фактов и в создании модельных представлений о механизмах управления мышцами и их реализациях в норме и в патологии.

Полученные результаты имели и практическое применение. Например, разработанный метод спектрально-статистических оценок электрической активности мышц был успешно использован в неврологической клинике в целях дифференциальной диагностики и управления лечением, а также послужил основой для создания новых тестов определения доклинической реакции человека на облучение различного рода физическими полями в малых дозах.

Цель данной статьи — воссоздать картину развития этих исследований. Изложение идей и экспериментов дается почти в хронологическом порядке, так как ход работы обычно диктовал новые эксперименты; в свою очередь, последние обычно были источниками новых идей. Проведенные исследования могут быть представлены в виде трех этапов, каждому из которых соответствует отдельный круг задач.

Первый, начальный этап касается задач управления мышечной активностью при поддержании неизменных заданных значений параметров, таких как минимум болевого раздражения, усилие мышц или суставный угол и некоторых других параметров, зависящих от мышечной активности.

Второй этап связан с вопросами управления простейшими односуставными движениями.

Третий, конечный этап касается вопросов двигательной, в основном треморной патологии.

Мы не ставим своей целью детальное описание этих работ. Его можно найти в специальных публикациях, список которых с краткой аннотацией приведен в конце статьи. Более того, мы не даем ссылок на эти работы по ходу текста, чтобы не отвлекать внимание от логики развития исследования. По этой же причине мы не отмечаем по ходу текста сотрудников лаборатории, участвовавших в этих работах, а также многочисленных соратников, учеников и ученых из других организаций, работавших совместно с Марком Ароновичем в этих исследованиях. В конце статьи приложена «историческая справка», в которой даны ссылки на работы, изложенные в статье, и списки сотрудников лаборатории с указанием тем, в которых они принимали участие. Там же представлен список сотрудников других организаций, работавших совместно с Марком Ароновичем по этой тематике.

### 1. Управление мышечной активностью при поддержании заданных значений параметров

Марк Аронович решил прежде всего рассмотреть, как в живых системах решаются простейшие с инженерной точки зрения задачи управления мышечной активностью при поддержании заданных значений параметров как в естественных, так и в искусственно созданных условиях. Для изучения систем управления мышечной активностью в естественных условиях была выбрана система поддержания неизменных значений напряжения мышц в условиях изометрии или неизменной позы суставного луча. В качестве системы, работающей в искусственно созданных условиях, рассматривалась система с замыканием животного внешним контуром обратной связи, с помощью которого активность мышц могла изменять и поддерживать минимум раздражения.

#### 1.1. Электрическая активность мышц и ее связь с усилием, развиваемым мышцей в изометрических условиях

Для описания процесса управления мышечной активностью в перечисленных выше системах возникла необходимость создать условия, при которых значение напряжения мышцы можно количественно измерять по ее электрической активности, а также найти параметр, численное значение которого можно количественно связать с величиной суставного угла. Марк Аронович считал эту задачу принципиально важной, так как без возможности количественного описания специфики реализации процесса нельзя сказать, как он осуществляется. Хотя регистрация общей электрической активности мышц (электромиограммы, ЭМГ) не вызывала затруднений, количественная оценка усилий, создаваемых мышцей, оказалась серьезной проблемой. Особые сложности получения такой оценки возникли при про-

ведении хронических экспериментов на наркотизированных животных и в работе с людьми в качестве испытуемых. Возникла необходимость в разработке специальной методики, которая позволяла бы без какого-либо вмешательства в организм животного оценивать усилие, создаваемое мышцей. Были изучены физиологические работы, в которых исследовалась взаимосвязь между общей электрической активностью мышцы и развиваемым ею усилием в изометрическом случае, когда сустав жестко зафиксирован. Было выяснено, что эта взаимосвязь изучалась ранее только в условиях острого эксперимента и рассматривалась только в диапазоне низких частот (верхняя граница 1 Гц). Такое ограничение не позволяло исследовать управление мышечной активностью при изменении суставных углов во всем возможном для суставов диапазоне частот. В связи с этим возникла необходимость определить взаимосвязь между ЭМГ и усилием мышцы в диапазоне частот с верхней границей не менее 20 Гц. Это, в свою очередь, потребовало организации и проведения специальных экспериментов. Первая серия таких экспериментов проводилась в условиях острого опыта на препарированной наркотизированной кошке, мышечная активность которой вызывалась специально организованным болевым раздражением. При этом осуществлялась одновременная регистрация усилия исследуемой мышцы (с помощью тензодатчика) и ее ЭМГ. Точнее, регистрировался преобразованный сигнал ЭМГ, играющий роль аппроксимационной модели величины мышечного усилия. Путем детектирования и фильтрации сигнала ЭМГ был сформирован искомый аппроксимирующий сигнал. Он представлял своего рода огибающую ЭМГ (ОЭМГ). Предположение о возможности такой аппроксимации основывалось на самых простых физических представлениях о работе мышц. Эти представления состояли в следующем:

- 1) Величина усилия, создаваемого мышцей, в основном определяется амплитудой ее электромиографического сигнала.
- 2) Соответствие между изменением амплитуды электрического сигнала и величиной усилия из-за инерционности мышцы необходимо рассматривать в диапазоне частот не более 20 Гц.

Очевидно, что при таких предположениях характеристикой усилия, создаваемого мышцей, является не сигнал самой ЭМГ, а сигнал, запись которого имеет вид огибающей ЭМГ с частотой не более 20 Гц. Такой сигнал технически может быть получен путем выпрямления (детектирования) ЭМГ с последующей фильтрацией.

Соответствие между кривой изменения во времени усилия, развиваемого мышцей, и сформированной таким образом ОЭМГ было удовлетворительным во всем диапазоне частот до 20 Гц. Следует подчеркнуть, что конкретные параметры фильтрации варьировались от эксперимента к эксперименту, даже когда экспери-

менты повторялись на одном и том же животном. Марк Аронович заподозрил в этой возможности варьировать параметр фильтрации принципиальную особенность живых систем управления. Животное каждый раз вновь решает задачу определения того параметра, значение которого должно быть неизменным, и эффективность решения этой последней задачи достигается за счет параллельного рассмотрения сразу многих вариантов фильтрации исходной ЭМГ. Однако эти интересные предположения о природе неопределенности параметров фильтрации с целью выработки сигнала, постоянное значение которого есть цель управления, не рассматривались Марком Ароновичем как гипотезы, которые следует проверять. Он указывал на них для подчеркивания специфики живых систем управления, рассматривая и оценивая их лишь как рабочие догадки. Вместе с тем, сам факт варьирования модели аппроксимации величины усилия мышцы, опирающейся на регистрацию ее электрической активности (макроэлектродом) он относил, как отмечалось выше, к принципиальным характеристикам механизма управления. С точки зрения физиологии это означало также, что исходно регистрируемая макровеличина электрической активности рассматривалась как биологически значимая переменная, по которой мозг животного следит за состоянием распределения усилий на мышцах. Марк Аронович придерживался именно этой точки зрения, но никогда не спорил с оппонентами, утверждающими, что электрическая активность мышц есть лишь сопровождающий сигнал некоторого неизвестного параметра, за которым в действительности следит мозг. Он также не считал интересным с точки зрения изучения механизмов управления экспериментально изучать этот вопрос — какой именно сигнал «рассматривает» мозг в качестве управляемого. Заметим, что в 60-е годы аналогичные споры велись относительно природы нервного сигнала: экспериментальное изучение поведения нервной системы базировалось на анализе электрической активности нервных клеток, но эта активность долго рассматривалась лишь как вспомогательная характеристика «собственно нервного» сигнала. Со временем, однако, стало ясно, что измеряемый электрический сигнал и есть настоящий информационный нервный сигнал.

Вторая серия экспериментов проводилась на человеке, находящемся в естественных условиях (без какого-либо хирургического вмешательства). Для этого был сконструирован специальный датчик, позволяющий испытуемому, слегка оттянув, повернуть на небольшой угол сухожилие одной из мышц локтевого сустава. При этом, как и в остром эксперименте с кошкой, в этой серии экспериментов проводилась одновременная регистрация кривой изменения во времени усилия мышцы и ОЭМГ (ОЭМГ была получена с использованием фильтра, пропускающего частоты до 20 Гц). Результаты этих экспериментов подтвердили, что в качестве силовой характеристики мышцы может быть использована ОЭМГ.

1.2. *Управление мышечной активностью при поиске и поддержании минимума болевого раздражения (простейший поисковый механизм, ППМ)*

После того, как стало понятно, с каким параметром можно связать величину усилия мышцы, появилась возможность конструировать эксперименты по анализу собственно механизмов управления. В качестве первого исследования в этом направлении был предложен эксперимент по изучению процессов поиска и поддержания мышечной активностью минимума болевого раздражения. Для исследований был создан контур с замыканием животного внешней обратной связью, так чтобы уровень подаваемого на животное болевого раздражения зависел от усилия исследуемых мышц (в качестве животных использовались белые крысы). Для создания такого контура обратной связи у подопытного животного наожными электродами отводилась ЭМГ, которая затем преобразовывалась в ОЭМГ. Сигнал ОЭМГ подавался на вход нелинейного функционального преобразователя, имеющего экстремальную характеристику. В ходе исследований экспериментатор имел возможность изменять вид этой характеристики. Сигнал с выхода преобразователя модулировал по амплитуде специально подбираемый высокочастотный сигнал, который подводился к испытуемому животному в качестве болевого стимулирующего воздействия.

Мозг животного не имел какой-либо предварительной информации о том, от активности какой мышцы зависит болевое раздражение и надо ли увеличить или уменьшить активность выбранной экспериментатором мышцы, чтобы удерживать это раздражение на минимальном уровне или вблизи него. Конечно, предполагалось, что животное сможет решить эту задачу. Главный вопрос состоял в том, каким конкретно образом будет осуществляться поиск и удержание минимума болевого раздражения.

Результаты исследований процессов управления мышечной активностью в таком контуре, полученные при многократном повторении опытов с большим количеством животных, показали, что подопытное животное способно отыскивать и поддерживать минимум болевого раздражения. Это происходит при замыкании контура обратной связи как по одной мышце, так и по двум одновременно включенным мышцам. Животное способно не только отыскивать и поддерживать минимум болевого раздражения, но и отслеживать его при изменении во времени экстремальной характеристики функционального преобразователя. (Линию перемены во времени минимума характеристики функционального преобразователя в дальнейшем будем называть минорантой.)

Изучение процесса поиска минимума болевого раздражения выявило сразу несколько интересных фактов:

- (1) реакцией животного на болевое раздражение является «общее вздрагивание», проявляющееся в виде всплесков ОЭМГ на всех мышцах (практически, конечно, анализировалось поведение только крупных поверхностно расположенных мышц; каждый всплеск ОЭМГ на каждой мышце сопровождался быстрым ее напряжением с последующим более медленным спадом этого напряжения, расслаблением мышцы; жесткая связь в периодах всплесков между поведением ОЭМГ и напряжением мышцы является еще одним важным подтверждением возможности отождествлять эти две величины);
- (2) всплески ОЭМГ возникают каждый раз, когда болевой стимул, нарастая, достигает некоторого порогового уровня;
- (3) амплитуды всплесков ОЭМГ, в том числе амплитуды всплесков на соответствующей мышце, никак не коррелируют с величиной болевого стимула; их изменение во времени носит случайный характер;
- (4) моменты начал этих всплесков у разных мышц совпадают.

Перечисленные факты позволили составить следующие модельные представления о механизме, осуществляющем поиск и поддержание минимума болевого раздражения в контуре обратной связи:

1. Сигнал о болевом раздражении посылается ко всем мышцам одновременно.
2. Величина болевого раздражения (и соответствующего сигнала) несущественна; важно только сообщение, что это раздражение превышает некоторый порог.
3. Если имеется сообщение, что величина болевого раздражения превысила порог, на всех мышцах одновременно возникают случайные по величине всплески ОЭМГ.

Этот механизм был назван Марком Ароновичем простейшим поисковым механизмом (сокращенно ППМ).

Простейший поисковый механизм имеет три особенности:

Во-первых, животному, замкнутому в такой контур обратной связи, нет никакой необходимости «выбирать» и «знать», к какой мышце надо послать сигнал. Сигнал направляется ко всем мышцам одновременно.

Во-вторых, мозг животного не должен уметь вычислять, какой величины сигнал должен поступать на мышцы. Этот сигнал может иметь любую величину и вызывать случайную, но одновременно возникающую реакцию всех мышц. Эта реакция, названная М. А. Айзерманом всплеском, имеет вид быстрого нарастания величины ОЭМГ с последующим ее спадом.

В-третьих, процесс управления таким поиском осуществляется только лишь выбором моментов возникновения всплесков ОЭМГ. Эти моменты наступают тог-

да, когда величина раздражающего стимула достигает порога, который всегда расположен вблизи минимума болевого раздражения. Таким образом осуществляется поддержание уровня ОЭМГ несколько меньшего, но близко расположенного к значению ОЭМГ в точке минимума.

Итак, животному, находящемуся в контуре с экстремальной зависимостью раздражающего стимула от мышечной активности, для поиска и поддержания минимума болевого раздражения необходимо только ощущать достижение порога раздражения и реагировать на него общим «вздрагиванием» (всплеском), возникающим каждый раз в момент достижения уровня этого порога. Такой простой, но эффективный процесс поиска, наблюдаемый в искусственно созданной системе, в дальнейших исследованиях послужил основой для понимания механизмов, осуществляющих поиск и поддержание необходимых для живого организма параметров в естественных системах управления мышечной активностью.

### 1.3. Управление мышечной активностью при поддержании заданного уровня усилия мышц и неизменной позы суставного угла

Исследование систем управления мышечной активностью в процессе поддержания заданных значений напряжения мышц в изометрии или величины суставного угла было начато с разработки специальной установки. Эта установка позволяла испытуемому наблюдать на экране осциллоскопа сдвигающуюся точку, положение которой определялось либо величиной напряжения исследуемой мышцы, либо величиной суставного угла. При этом проводилась запись ОЭМГ и прямого измерения усилия, создаваемого исследуемой мышцей. Для прямого измерения усилия мышцы использовался, как и ранее, тензодатчик. Необходимость прямого измерения была связана с двумя обстоятельствами: как уже отмечалось, выбор параметров фильтрации, обеспечивающих хорошую аппроксимацию усилия мышцы, требовал такого измерения хотя бы в начале эксперимента; кроме того, необходимо иметь в виду, что возможность использования ОЭМГ как измерителя этого усилия была, строго говоря, лишь рабочей гипотезой, справедливость которой необходимо было каждый раз подтверждать заново. В случае поддержания позы суставного угла дополнительно записывалась кривая изменения величины суставного угла, так называемая механограмма (МГ).

Даже в простом случае управления мышечной активностью одновременно могут участвовать несколько механизмов управления. Действия этих механизмов накладываются друг на друга и затрудняют выявление именно того механизма, который является основным при осуществлении конкретно выполняемой двигательной задачи. Возникла необходимость для каждого отдельного случая попы-

таться создать такие условия, при которых проявление основного механизма превашировало бы над другими. Было предложено проводить специальную тренировку испытуемых на точное поддержание заданного параметра. Это делалось для того, чтобы по возможности убрать одновременное проявление других механизмов управления, действия которых направлены на иные цели или связаны с актом менее точного поддержания мышечного усилия, допускающего большие отклонения. Перед началом проведения экспериментов испытуемый проходил серию тренировок на точное поддержание либо уровня напряжения исследуемой мышцы, либо величины суставного угла. Тренировка состояла в удержании светящейся точки в пределах небольшой зоны на экране осциллоскопа. Размеры зоны определялись величиной возможных отклонений напряжений мышц или суставного угла от заданных значений. В процессе тренировки величина зоны уменьшалась, достигая, в конце концов, такого значения, при котором продолжающиеся далее тренировки уже не могли повысить точность удержания светящейся точки. В процессе эксперимента тренируемый испытуемый получал задание удерживать светящуюся точку в пределах зоны, достигнутой им во время тренировки.

Анализ полученных записей ОЭМГ исследуемых мышц при поддержании заданного уровня напряжения показал, что картина изменений ОЭМГ по всей группе исследуемых мышц данного сустава носит всплесковый характер. Эти всплески происходят с частотой примерно 10 Гц. Всплески возникают на всех мышцах одновременно в момент, когда усилие, создаваемое исследуемой мышцей, падает, и скорость падения его достигает некоторого порога. Величина всплесков определяется уровнем поддерживаемого напряжения и имеет случайный разброс относительно этого уровня. Аналогичная картина возникает в экспериментах при поддержании, опять же тренируемым испытуемым, неизменного положения суставного угла. Испытуемый, так же как и в предыдущем опыте, получает задание удерживать светящуюся точку, на этот раз определяемую величиной суставного угла, в пределах малой зоны осциллоскопа. Записи ОЭМГ и МГ, проведенные для двух антагонистических групп мышц, показали:

- (1) суставной угол совершает почти гармонические колебания с амплитудой 1–2 градуса и с частотой примерно 10 Гц;
- (2) обе группы мышц-антагонистов работают всплесками;
- (3) моменты начала всплесков четко коррелируют с кривой изменения суставного угла; всплески начинаются каждый раз, когда абсолютная величина угловой скорости, нарастая, достигает некоторого порогового значения; при этом всплеск мышц-агонистов, как и предполагалось, начинается при положительной, а антагонистов — при отрицательной угловой скорости.

(4) каждый раз, когда происходит всплеск агонистов, на антагонистах также наблюдается всплеск, но меньшей, чем у агонистов, величины, и наоборот.

При повторении тех же опытов, но с отключением сигнала обратной связи на мышцы (так называемая деафферентация мышц, которая достигалась за счет кратковременного пережатия сосудов), характер корреляции всплесков с записью суставного угла в общих чертах сохранялся, но всплески мышц-агонистов и антагонистов стали примерно равными по величине и происходили одновременно, т. е. исчезала поочередность больших всплесков. Как следствие, кривая изменения суставного угла перестала быть регулярной. Ликвидация этой поочередности при деафферентации свидетельствует о том, что сам факт возникновения всплеска не связан как-либо с сигналами обратной связи (физиологи называют их афферентными сигналами). Они играют основную роль лишь в организации поочередности всплесков мышц-антагонистов. Таким образом, в этой естественной системе управления мышечной активностью при поддержании неизменного напряжения мышцы или суставного угла мы видим такую же картину процесса поиска и поддержания заданного значения, как и в искусственно созданной системе, организованной с помощью замыкания животного обратной связью. В обоих случаях поддержание заданного состояния мышцы или положения суставного угла достигается с помощью регулирования моментов возникновения всплесков. Эти моменты возникают каждый раз, когда величина параметра, который минимизируется (в опытах на человеке — скорость падения усилия или абсолютная скорость суставного угла, а в опытах на животных — болевой стимул), нарастая, достигает некоторого порогового значения.

Полученные результаты позволили предположить, что хорошо известные в физиологии десятигерцовые колебания малой амплитуды, наблюдаемые при поддержании заданного значения усилия и позы суставного угла и называемые нормальным физиологическим тремором, имеют важное значение для управления.

Рассмотренные здесь режимы управления вполне укладываются в представление о «простейшем поисковом механизме», сформулированное ранее при исследовании искусственно созданной системы с замыканием животного обратной связью с болевым раздражением.

Создалась возможность обобщить и расширить представление о ППМ на случаи управления мышечной активностью, в которых целью управления является поддержание неизменного уровня усилия, создаваемого мышцей, или заданной величины суставного угла.

Отметим еще одно важное наблюдение, полученное в ходе этих исследований: поддержание заданного усилия мышцы или величины суставного угла всегда сопровождалось 10-герцовыми колебаниями усилия мышц или суставного угла

малой амплитуды, которые физиологи называют нормальным физиологическим тремором. Выделенная нами ОЭМГ, четко коррелируя с десятигерцовыми колебаниями усилия мышцы и суставного угла, также колеблется с частотой около 10 Гц. По нашим представлениям, именно ОЭМГ в условиях поддержания заданных значений усилия мышцы и суставного угла играет основную управленческую роль, в то время, как наблюдаемая в спектрах ЭМГ десятигерцовая составляющая не имеет четкой привязки к тем или иным процессам управления. Эта десятигерцовая составляющая спектра ЭМГ по своему происхождению может быть совсем не связана с десятигерцовой составляющей ОЭМГ. Запись ОЭМГ отражает сигнал амплитудной модуляции ЭМГ, и источник этой амплитудной модуляции может вовсе не зависеть от источника сигнала ЭМГ. Это еще раз подтверждает важность выбора в исследованиях именно сигнала ОЭМГ и его содержательное управленческое отличие от ЭМГ. Это отличие в какой-то степени может объяснить, почему традиционная физиология, рассматривая только ЭМГ, не могла усмотреть управляющую роль десятигерцового тремора.

Обсуждение роли 10-герцовой компоненты спектра ОЭМГ будет продолжено в следующем разделе, где, в частности, механизм поиска изучается в условиях изменения величины, подлежащей минимизации.

#### 1.4. *Обобщенный простейший поисковый механизм и его роль в задачах отслеживания меняющейся цели*

##### 1.4.1. *Общесистемные спекуляции вокруг ППМ*

В предыдущем разделе было показано, что процессы поддержания постоянного усилия мышцы или величины суставного угла управляются по существу одним и тем же ППМ. Из теории регулирования известно, что если целью регулирования является поддержание некоторой числовой характеристики системы на заданном уровне, величина отклонения этой характеристики является основным параметром управления. В описанных выше экспериментах роль такого параметра играл так называемый раздражающий стимул. В искусственной системе раздражающим стимулом было болевое раздражение, а в естественных системах — скорость нарастания отклонения от заданного значения либо усилия, либо суставного угла. Андрей Витальевич Малишевский предложил для описания различных случаев такого рода рассматривать гипотетическую функцию, связанную с отклонением от цели, причем эта функция «начинает действовать» только после того, как ее значение превысило некоторое пороговое значение. А. В. Малишевский назвал ее Н-функцией (функцией неприятности). Нет необходимости знать способ вычисления зна-

чений этой функции, чтобы использовать её для анализа физиологических экспериментов по изучению механизмов управления в живых системах. Необходимо лишь предполагать её существование и иметь качественное, весьма общее, описание ее структуры. В частности, предполагалось, что Н-функция зависит от двух типов сигналов. С одной стороны, она зависит от сигналов, поступающих «сверху» и задающих цель поддержания соответствующего режима. С другой стороны — от сигналов обратной связи, которые идут от чувствительных элементов мышц и суставов, несущих информацию о величинах усилия мышцы и угла сустава (эти элементы физиологи называют рецепторами). Предполагалось, и это принципиально важно, что сигналы, поступающие на Н-функцию в процессе управления, могут изменять во времени её характер, например, перемещать положение ее минимума. Тогда с помощью механизма ППМ мышечная активность, изменяя моменты всплесков, будет отслеживать и это перемещение по траектории движения минимума (миноранте). Механизм ППМ, который был сформулирован на основании опытов по поддержанию животным минимума болевого раздражения, дополненный понятием об «универсальной» Н-функции, порождающей раздражающий стимул (который, в свою очередь, превышая порог, является причиной субъективного ощущения «неприятности»), дает целостную и достаточно полную картину описания процессов управления в живых системах, наблюдаемых при поддержании заданных значений величин, определяющих цель.

#### 1.4.2. Тремор как основа работы ППМ

Отметим, что основная для нашего рассмотрения проблема, как осуществляется управление, обеспечивающее поддержание постоянства усилия мышцы или величины суставного угла, всегда была в центре внимания «классической» физиологии движения. Вместе с тем необходимо также подчеркнуть, что физиологов в этой проблеме интересовало больше всего описание самого движения. Для получения этого описания ставилось большое количество весьма изобретательных экспериментов, в частности, разрабатывались (и по сей день продолжают совершенствоваться) специальные установки, позволяющие очень точно регистрировать пространственные изменения величины угла кистевого сустава в процессе заданного периодического движения плеча руки при фиксированном положении локтя. При этом, хотя опыты часто ставились так, что цель движений испытуемому формулировалась, она рассматривалась лишь как инструкция, позволяющая получать сопоставимые описания движений от разных испытуемых. Задача выявить механизмы управления, строго говоря, не ставилась. Конечно, она очень интересовала физиологов, но у них не было той развитой системы требований, которые обычно предъявляет специалист по теории управления, когда ставит вопрос о «раскрытии»

механизма управления в системах, для которых по той или иной причине этот механизм неизвестен. Физиологи обычно ограничивались построением тех или иных гипотез о возможном механизме управления, базируясь на детальном обсуждении полученных очень подробных описаний «траекторий» движений. Разбираемый пример задачи анализа движений при поддержании заданной величины усилия мышцы или суставного угла являет собой хорошую иллюстрацию к этой особенности физиологического подхода к проблеме. Многие исследователи объясняли и объясняют процесс поддержания постоянного значения суставного угла работой сервосистемы, в основе которой лежит обратная связь, образованная петлей так называемого стреч-рефлекса (этот рефлекс есть весьма общая, хорошо изученная реакция организма, которая состоит в усилении активности мышц в ответ на растяжение этой мышцы). При этом нормальный физиологический тремор трактуется как результат автоколебаний в сервосистеме, обусловленный задержкой в замкнутом контуре обратной связи. Эта интерпретация предлагается и принимается без экспериментов, явно указывающих на наличие этих автоколебаний. Весьма примечательно, что Норберт Винер, познакомившись с вышеописанной гипотезой, принял ее без критики, не заметив, что она использует хорошо разработанное понятие, позволяющее провести экспериментальную проверку указанной интерпретации. Физиолог П. Мертан высказал аналогичную гипотезу о сервосистеме, в которой управление осуществляется путем воздействий  $\gamma$ -мотонейронов, изменяющих реакцию стреч-рефлекса. Во всех этих гипотезах тремор есть характеристика несовершенства сервомеханизма управления: если бы этот механизм был более совершенным, тремор мог бы не наблюдаться вовсе. Из предыдущих разделов, где описывается и обсуждается ППМ, легко вывести совершенно другую характеристику роли тремора в управлении движениями мышц. Он есть просто неотъемлемое свойство ППМ: дискретный (всплесковый) характер ППМ и его зависимость от значений Н-функции, на которую он завязан контуром обратной связи, по необходимости приводит к колебательному поведению отклонений управляемых величин, а тот факт, что в этих колебаниях сильно проявляется 10-герцовая составляющая, является следствием того фундаментального факта, что информационно значимый сигнал электрической активности (ОЭМГ), на базе которого удалось выявить всплесковый характер механизма управления, всегда имеет сильно выраженную 10-герцовую составляющую. Критически настроенный читатель может заметить, что наше объяснение происхождения тремора и объяснение, привлекающее стреч-рефлекс как возможную основу механизма управления, в некотором смысле похожи: в обоих случаях тремор можно рассматривать как индикатор несовершенства системы. Однако, увидев это сходство, тот же читатель не сможет не обратить внимания на различие: в нашем объяснении это несовер-

шенство есть принципиальное свойство самого механизма управления (чтобы совершенство убрать, необходимо поменять весь механизм), в то время как в объяснениях, базирующихся на представлениях о сервосистеме, оно есть лишь следствие «выбранных» параметров системы (и ниоткуда не видно, что эти параметры нельзя перестроить). Что касается Марка Ароновича, то он в принципе был не согласен рассматривать тремор как индикатор несовершенства системы. Наоборот, он увидел в нем некоторую основу механизма управления. Заметим, что Марк Аронович в своей работе по физиологии управления очень последовательно придерживался принципа «не спешить выдвигать гипотезы при изучении механизмов управления в живых системах: их нужно подсмотреть в подходящем эксперименте, а не угадывать (все равно не угадаешь)». Свои соображения он предлагал на обсуждение только внутри группы и то лишь как возможные варианты новых экспериментов. Мы не можем сейчас по памяти точно воспроизвести его мысли. Поэтому ниже мы описываем их скорее как некоторую концепцию, экспериментальное подтверждение которой, к сожалению, не было реализовано как специальное исследование. Вместе с тем, мы уверены, что следующие разделы, в которых рассматриваются живые системы управления в гораздо более сложных условиях, дают серьезные аргументы в пользу этой концепции. Кратко она заключается в следующем.

Управление мышечной активностью в задачах поддержания заданных значений усилия мышц и суставных углов осуществляется механизмом ППМ, в котором тремор (всплескового происхождения) играет главную роль, являясь основным средством управления. Именно с помощью тремора, т. е. всплесков мышечной активности, осуществляется управление процессом поддержания уровня усилия мышц и суставного угла. При этом петля стреч-рефлекса не имеет непосредственного отношения к созданию всплесков, т. е. тремора. Она участвует в управлении, но выполняет при этом не основную роль. С помощью стреч-рефлекса создается, как можно предположить, лишь очередность всплесков у мышц-антагонистов. При поддержании заданного уровня усилия мышц (изометрия) петля стреч-рефлекса может вообще не участвовать.

В механизме ППМ остался не выясненным вопрос о природе десятигерцовой частоты тремора. По этому поводу в нашей группе было много предположений и гипотез, основанных на известной нам информации об  $\alpha$ - и  $\gamma$ -мотонейронных пулах, о десятигерцовых двигательных единицах, об их статистических распределениях и многое другое. Но компьютерный просмотр всех этих гипотез, который проводили старший научный сотрудник нашей лаборатории С. Г. Новиков и аспирантка Е. Пуцилло, не объяснил наличие именно десятигерцовой частоты. Возмо-

но, эта частота связана с видом Н-функций, и тогда без представления о том, где и какой нейромышечной организацией она представлена, объяснить десятигерцовый характер тремора затруднительно.

В заключение обсуждения 10-герцовой компоненты в сигнале, отклонение которого отслеживает управляющая система, обратим внимание на другую физиологическую систему организма, для которой эта компонента тоже существенна. Мы имеем в виду хорошо известный и изученный феномен выраженности 10-герцовой компоненты в сигналах общей электрической активности мозга, так называемой электроэнцефалограммы (ЭЭГ). Она четко проявляется в этих сигналах, независимо от того, с какого участка мозга они отводятся. Известно, что эта компонента практически исчезает, когда человек сосредотачивается на каком-то предмете или идее (когда он «включает» внимание; наоборот, при расслаблении внимания эта компонента опять проявляется). Вопрос о связи этой компоненты в нашем сигнале ОЭМГ и в ЭЭГ очень интересен. К сожалению, нам не удалось придумать эксперименты для анализа этой связи, хотя возможность такой работы очень занимала Марка Ароновича.

Представление о ППМ как механизме поддержания постоянных значений управляющих параметров было применено также для описания более важных для обеспечения «естественной жизни» процессов: механизма регуляции акта дыхания и поддержания вертикальной позы человека. Исследование механизма регуляции дыхания проводилось на базе изучения дыхательного акта на диафрагмальной мышце кролика. Было показано, что диафрагмальная мышца также работает всплесками со случайной амплитудой с выраженной 10-герцовой компонентой. Нижние точки всплесков располагались по миноранте, которая хорошо аппроксимируется участками горизонтальных и наклонных прямых. На протяжении дыхательного акта наблюдается один горизонтальный и один наклонный участок. Горизонтальный участок соответствует выдоху, а наклонный — вдоху. Картина мышечной активности при поддержании вертикальной позы также, как во всех предыдущих случаях, носила всплесковый характер. Момент возникновения всплесков определяется достижением порога Н-функцией, который создается ощущением «падаю». В создании асимметрии активности у разных групп мышц, по-видимому, играет роль петля стреч-рефлекса.

## 2. Управление простейшими односуставными движениями

В число задач анализа управления «динамическими объектами» входили исследование процессов управления мышечной активностью при изменении напряжения мышц в условиях изометрии и при выполнении простейших односуставных

движений. Мы поставили кавычки, так как, несмотря на то, что все объекты в организме динамические, удобно отличать системы, поддерживающие неизменными управляемые параметры (называя их статическими, как это принято в теории управления), от систем, отслеживающих заданную траекторию управляемого параметра. В основном, рассматривались движения, совершаемые в одной плоскости сустава, называемые далее плоскими. Меньше исследовались пространственные движения, происходящие в двух плоскостях сустава. Плоские движения изучались при выполнении медленных движений с предельно малыми скоростями, а также — быстрых с максимально большими скоростями. Пространственные — только с максимально большими. Медленные движения интересовали нас с точки зрения возможности изучения управления мышечной активностью в процессе перехода от выполнения задач статики к задачам динамики. Выбор максимально быстрых движений объяснялся попыткой выделить деятельность основного механизма, создающего этот вид движений, и освободить его от проявлений других механизмов, действующих одновременно с основным. При выполнении максимально быстрых движений многие другие механизмы не успевают подключаться и потому не создают постороннего шума.

### 2.1. Медленные плоские движения и два режима мышечной активности

Опыты по исследованию системы управления мышечной активностью при выполнении движений проводились на испытуемых, предварительно тренированных на точное поддержание позы суставного угла (диапазон угловых скоростей 1–10 град/с). Анализ записей ОЭМГ и соответствующих изменений суставных углов показал, что при переходе от точного поддержания угла к движению со скоростями от 1 до 6 град/с сохраняется всплесковый режим работы мышц. Однако ППМ модифицируется. Во-первых, вместо случайного поведения амплитуд всплесков (не влияющих на управление, как это имело место при поддержании неизменных управляемых параметров) на мышцах, тянущих в сторону увеличения суставного угла, происходит определенное возрастание всплесков. Кроме того, между всплесками появляется четко просматриваемый постоянный фон активности, который непрерывно заполняет промежутки между всплесками. При этом возрастание скорости движения приводит к увеличению этого постоянного фона. При скорости 6–8 град/с амплитуда фона «догоняет» всплески. В результате последние становятся плохо различимыми. Этот процесс увеличения амплитуды фона имеет ярко выраженную монотонную зависимость от скорости суставного угла (с увеличением скорости суставного угла амплитуда фона неизменно возрастает). При скорости 10 град/с всплески исчезают, сливаясь с активностью, заполняю-

щей промежутки. ОЭМГ приобретает вид графика непрерывной активности, амплитуда которой практически не меняется. При этом у мышц не тянущей группы полностью сохраняется обычная картина всплескового режима. Всплески сохраняют свою характерную 10-герцовую компоненту во всем диапазоне угловых скоростей (вплоть до 10 град/с, когда на тянущей мышце всплески исчезают, замещаясь полностью непрерывным фоном). Если продолжать опыт и просить испытуемого перемещать суставной угол с большей скоростью, то на тянущей группе мышц с увеличением скорости будет наблюдаться возрастание теперь уже величины фона непрерывной активности. Возникает новая закономерность: на тянущей группе мышц величина фона непрерывной активности строго монотонно зависит от скорости суставного угла. Эта зависимость сохраняется неизменной вплоть до предельно большой скорости движения суставного угла. Не тянущие мышцы в условиях больших скоростей ведут себя так же как тянущие при малых скоростях: амплитуда всплесков и выраженность 10-герцовой компоненты в частотной характеристике их следования сохраняют параметры «стандартного» ППМ. Более того, ППМ сохраняется и с возрастанием скорости суставного угла. В то же время между всплесками появляется описанный выше фон непрерывной активности, точно так же, как это имело место на тянущей группе мышц в условиях малых скоростей суставного угла. Когда скорости становятся близкими к предельно большому, фон непрерывной активности полностью заполняет промежутки между всплесками и на не тянущих мышцах, и всплески становятся неразличимыми. Тот факт, что механизм управления мышцами в условиях периодических движений оказался более сложным, нежели механизм поддержания постоянных значений управляемых параметров, заставил нас исследовать эти механизмы в различных условиях ограничений управляемых движений. В частности, было показано, что если движение производится при дополнительном напряжении мышцы, то происходит рост активности, как непрерывной у тянущей группы мышц, так и всплесковой — у не тянущей. Более детальный анализ был проведен для изучения характера активности мышц в случае изометрии, когда суставной угол жестко закреплён, а изменяется лишь напряжение мышц. Во время предварительной тренировки испытуемый получал задание медленно перейти от одного уровня постоянного напряжения к другому. Такой переход повторялся несколько раз со все возрастающей скоростью перехода. При этом каждый раз, но в этом случае на всех мышцах сустава одновременно, возникала такая же картина мышечной активности, какую мы наблюдали только на тянущих мышцах, при медленных движениях суставного угла. У нетренированного испытуемого все эти изменения носят такой же характер, но не так четко выражены. Описанные картины изменения мышечной активности в периодических движениях суставного угла позволяют сделать вывод:

всплесковый характер активности мышц связан с поддержанием позы суставного угла или уровня напряжения мышц (режим статики), а непрерывный — с движением суставного угла или с процессом нарастания напряжения мышц (режим динамики).

Тот факт, что наиболее четко это прослеживается у тренированных испытуемых, Марк Аронович интерпретировал совершенно неожиданно: в периодических движениях следует выделять целенаправленную компоненту, обеспечивающую требуемое движение, и «лишние движения», проявлением которых является фон непрерывной активности. Очень косвенно эта интерпретация подтверждается тем, что фон проявляется тем больше, чем быстрее движения. ППМ, как механизм «правильной» компоненты, просто «не успевает» за целью. Именно поэтому, считал Марк Аронович, «забывание фоном всплесков» существенно сильнее проявлялось у нетренированных испытуемых. Тренированные, по его мысли, специально обучаются ликвидировать лишние движения, выполняемые непрерывной активностью и не связанные с процессом точного поддержания и отслеживания неизменной позы суставного угла. Именно поэтому у хорошо тренированных испытуемых всплесковая активность может быть прослежена вплоть до очень больших скоростей. Вместе с тем, Марк Аронович считал важным подчеркнуть «необходимость лишних движений»: без них целенаправленные движения не могут осуществляться, так как «цель ППМ» заключается в поддержании неизменных значений усилий мышцы. Можно сказать, что непрерывный фон создает возможность изменения значений, постоянство которых ППМ обеспечивает, в то время как некоторый механизм более высокого уровня, контролирующий выполнение задачи движения, реализует этот контроль просто за счет отслеживания уровня непрерывного фона. Приведенная «умозрительная» интерпретация, как будет видно из дальнейшего, послужила основанием для анализа механизмов управления мышцами у людей с двигательными нарушениями или осуществляющих двигательную деятельность в опасных средах. В заключение, для удобства анализа дальнейших экспериментов, суммируем основные факты, приведшие к этой интерпретации управления периодическими движениями отдельного сустава:

1) для движения используются два режима активности мышц — всплесковый (статический) и непрерывный (динамический);

2) движение или изменение напряжения мышц возникает тогда, когда на статический режим накладывается динамический;

3) во время движения суставного угла на не тянущих мышцах статический режим сохраняется очень долго, пока в процессе увеличения скорости движения всплески полностью не растворяются в непрерывном фоне;

4) картина этого «подавления» всплесков фоном непрерывной активности сильно «затягивается и смазывается» по мере тренировки испытуемого (у более тренированного, как уже говорилось, всплески подавляются гораздо позже, чем у менее тренированного).

## 2.2. Максимально быстрые плоские и пространственные движения

Среди различных типов движений, которые осуществляет человек, «главными», наиболее сложными являются движения, которые он может выполнять произвольно, по своему усмотрению. Они так и называются «произвольными движениями». Чтобы изучить способы управления мышечной активностью при выполнении этих движений, необходимо было придумать новые эксперименты, которые, с одной стороны, позволили бы охарактеризовать роль ППМ и непрерывного фона в их реализации, а с другой — выявить специфические механизмы (или, по крайней мере, особенности) управления этими движениями. Для выяснения подобных закономерностей были выбраны максимально быстрые движения. Из плоских движений это были бросковые, однократные и многократные циклические движения, а также периодические качания с максимальной частотой. Из пространственных движений — бросковые, совершаемые по прямым и дугам, по-разному ориентированным в пространстве.

### 2.2.1. Плоские бросковые движения

Бросковым движением мы называем предельно быстрый перевод суставного угла из одного заданного положения в другое. Изучение этого типа движений проводилось путем сопоставления ОЭМГ, полученной при ничем не затрудненном выполнении этого движения, с ОЭМГ движения, осложненного внешней внезапной остановкой. Эта остановка могла производиться в разные моменты двигательного акта, вплоть до «затормаживания» движения еще до момента его начала. В этом последнем случае испытуемый получал команду «выполнить движение», не подозревая, что оно не может быть произведено. Проведенный анализ экспериментальных результатов, полученных в этих исследованиях при различных «пробах» с остановкой движения, позволил сделать следующие выводы. Перед выполнением движения мозг человека формирует по крайней мере три типа команд. Первая команда задает чередование длительностей всех элементов движения и величину первых всплесков мышечной активности. Вторая команда задает новую «уставку», определяющую новое положение суставного угла. Третья команда задает величину непрерывного фона активности, необходимую для осуществления определяемых второй командой изменений уставок суставного угла. Уточним, что речь

идет о бросковых движениях определенной заранее амплитуды, которую испытуемый должен выдерживать. При этом общие внешние условия не осложнены никакими затрудняющими ограничениями. В этих обстоятельствах четко прослеживалась зависимость успешности выполнения задачи от уровня тренированности испытуемого. Мы трактовали эту зависимость как «накопление опыта» у испытуемого в выполнении описанных выше команд. Сформировав эти команды, испытуемый запускает их в соответствующий момент времени, и движение реализуется. Можно предположить также наличие «сопровождающей» обратной связи, обеспечивающей коррекцию траектории в процессе движения (при варьировании описанных выше остановок была возможность «искажать» заданное движение и тем самым фиксировать процесс корректировки этих искажений).

### 2.2.2. Однократные и многократные циклические движения

Однократным циклическим движением будем называть быстрый перевод сустава из одного положения в другое и обратно. Движения, повторяющиеся многократно такие циклы, будем называть многократными циклическими движениями. Испытуемый выполнял движение по команде экспериментатора. Аналогично изучению бросковых движений, данное исследование также проводилось с помощью проб-остановок, осуществляемых в разные моменты времени и в разных фазах движения, в том числе и после команды «движение», но до момента, когда оно фактически началось. Эти исследования показали, что циклические движения, по способу управления мышечной активностью, могут быть представлены как последовательность бросковых движений. Причем перед каждым бросковым движением (до его выполнения) на мышцы поступают три описанных выше команды (читатель может заметить, что термин «команда» здесь, как и выше, где он был введен, используется для фиксации события, которое зарегистрировано выделением той или иной особенности на ОЭМГ; термин подчеркивает, что речь идет о таком изменении в поведении мышцы, которое приближает движение к цели и поэтому по необходимости могло произойти только в ответ на некоторый управляющий сигнал). Для первого броска эти команды формируются до начала броскового движения, когда мышцы еще находятся в состоянии поддержания заданного исходного положения суставного угла, а для последующих — в процессе движений суставного угла, в так называемой «допороговой фазе» (или, говоря другими словами, в новых бросковых движениях, так же как и в первом броске, команды приходят с опережением момента начала нового цикла, в состоянии, когда суставной угол занял новое положение). Если команды поступают в «послепороговую» фазе, то последующий цикл не образуется.

### 2.2.3. Максимально быстрые периодические движения

В этих опытах испытуемый получал задание предельно быстро качательным движением изменять величину суставного угла. В процессе установившихся качаний экспериментатор производил вынужденные и неожиданные остановки движения. Остановки были двух типов — длительные и кратковременные. Опыты с длительными остановками показали, что так же, как в случае с циклическими движениями, в течение некоторого времени после остановки продолжают появляться серии всплесков (вспышки активности), такой же ритмики, как при нормальном, не нарушенном остановкой, движении. Таких серий происходит не более трех, после чего возникает нормальная активность поддержания позы, величина которой больше на той мышце, на которой возник последний всплеск. Отличие этой ОЭМГ от той, которая возникает при остановках циклических движений, состоит только в том, что при периодических движениях не наблюдается разницы в активности в условиях «допороговой» и «послепороговой» остановки. В рассматриваемом случае эта разница явно видна. Если остановка была кратковременной (или даже «не слишком» длительной, так что не сильно нарушала траекторию движения), то после нее движение восстанавливалось полностью. Если же нарушение траектории движения было сильным, то движение прекращалось вообще. Таким образом в ходе исследований быстрых плоских движений были введены представления о различных типах дискретных команд, поступающих на систему управления быстрыми плоскими движениями. Важно, что несмотря на отсутствие информации о природе этих команд, мы можем говорить о том, что имеются специальные команды

- а) на «включение» изучаемого движения и на его торможение, которые определяют параметры активности мышц, создающие движение в нужном направлении и гасящие избыточную скорость;
- б) переводящие значение установки угла из исходного положения в новое;
- в) задающие степени повышения общего напряжения мышц на время выполнения движения.

Все эти команды программируются заранее до момента начала выполнения движения и создаются в процессе предварительного обучения испытуемого. Отсюда следует, что они не могут возникать на нижних уровнях системы управления, а должны зародиться на уровне центральной нервной системы.

### 2.3. Пространственные бросковые движения

Изучение пространственных бросковых движений, которые осуществляют либо по прямым, либо по дугам окружностей, по-разному ориентированным в

пространстве, проводилось на лучезапястном суставе. Этот сустав может двигаться в плоскости сгибания-разгибания и отведения-приведения. Запись активности мышц проводилась одновременно на группах разгибателей и сгибателей, а также группах отведения и приведения. Анализ полученных записей ОЭМГ показал, что если пространственные бросковые движения разложить по основным плоскостям, то на каждой из них возникнет картина распределения мышечной активности, соответствующая «нормальному» одиночному бросковому движению, произведенному только в этой плоскости. При этом наблюдается модуляция этой активности движениями суставного угла, происходящими в другой плоскости. Можно представить себе, что эти одновременные движения в двух плоскостях управляются независимо, а первоначальный сдвиг фаз между ними определяет форму пространственной траектории.

Разработанные методики экспериментов не дали возможности указать, в каких именно отделах центральной нервной системы рождаются описанные выше команды (такие методики ещё предстоит открыть), но они позволили функционально охарактеризовать элементы механизма управления, которые обеспечивают выполнение быстрых плоских и пространственных движений. Запрограммированная последовательность команд может задаваться по-разному. Для простых движений эта последовательность может задаваться как единая программа, которая запускается один раз и не зависит от дальнейшей реализации движения. Для сложных движений она может состоять из отдельных подпоследовательностей, из которых первая запускается желанием испытуемого, а запуск каждой следующей обусловлен достижением определенного промежуточного результата. Экспериментальные факты убеждают, что эти движения должны быть обеспечены также статическими и динамическими обратными связями, которые корректируют траекторию движений.

### 3. Спектрально-статистический метод анализа электрической активности мышц при треморной патологии

С самого начала исследований Марк Аронович хотел заниматься механизмами управления мышечной активностью как в норме, так и у больных с нейромышечной патологией. Он понимал, что в нормальной деятельности одновременно работают несколько различных механизмов. Поэтому он считал естественным существование болезней, причинами которых являются просто отключения тех или иных «базовых» механизмов (или другие, может быть не такие радикальные, нарушения этих механизмов). С этой точки зрения изучение патологий интересно

тем, что отключение части механизмов управления может приводить к освобождению проявлений других механизмов, работу которых в норме регистрировать затруднительно. М. А. Айзерман считал, что именно ОЭМГ, наблюдаемые в патологии, могут быть для задач управления более содержательными и интересными. Выбранная нами патология состояла в нарушениях, вызывающих неврологические заболевания с проявлениями патологического тремора, наблюдаемого при поддержании неизменной позы сустава. К таким заболеваниям относится болезнь Паркинсона и эссенциальный тремор. Работа проводилась совместно с Институтом неврологии АМН СССР в отделении нейрохирургии и в отделении нейрогенетики. Основным методом, используемым в этом цикле исследований, был спектрально-статистический анализ электрической активности мышц. Он был разработан специально для применения его в процессе проведения экспериментального исследования в реальном масштабе времени. Длину реализации ОЭМГ было решено ограничить 40 секундами, так как было выяснено, что превышение этого времени часто утомляет испытуемого и меняет характеристики его ОЭМГ. Поскольку оценки спектров для частот в диапазоне десяти герц при такой короткой длине реализации сигналов не могли быть достоверными, использовался приём усреднения этих оценок для повышения достоверности. Это, конечно, приводило к необходимости многократного повторения эксперимента. Именно, в процессе обследования испытуемого для каждого набора мышц проводилась обработка не менее 20 кусков сорокасекундных реализаций. В качестве главных характеристик спектра были выбраны амплитуда и частота пиков. Была написана программа, которая на каждой 40-секундной реализации спектра находит «пики» (в соответствии с заранее построенным формальным определением) и измеряет его основные характеристики, положение (частоту) и амплитуду. Обычно в одном обследовании испытуемого накапливался массив из не менее чем 50 спектров и соответствующий массив параметров пиков. В результате была возможность строить гистограммы параметров пиков как для групп испытуемых, так и, что более важно, для отдельного испытуемого.

#### 3.1. Нормальный физиологический тремор

Первая задача, которую поставил Марк Аронович в этом исследовании, заключалась в создании «портрета» состояния мышечной активности здорового человека в терминах оценок спектральных параметров ОЭМГ (более конкретно, в терминах гистограмм частот и амплитуд отмеченных выше пиков). Исследование проводилось для нормального физиологического тремора, наблюдаемого при поддержании позы суставного угла здоровым испытуемым. В дальнейшем такая характе-

ристикой использовалась для сравнения с аналогичными характеристиками больных треморными патологиями. Было установлено, в частности, что частотный разброс пиков здорового испытуемого находится в диапазоне 9–15 Гц, который мы назвали 10-герцовым (этот разброс воспроизводился на очень большом числе испытуемых).

С точки зрения анализа механизмов патологического тремора очень важно знать «локализацию» в структуре нервной системы источника активности, предопределяющего нормальный физиологический тремор (литература, как отмечалось выше, не дает определенного ответа на этот вопрос). Поскольку мы ограничили наши исследования схемой анализа «входо-выходных отношений» между физиологическими параметрами, была сделана попытка изучить корреляционные отношения между ними, предполагая, что «существенные» корреляции могут послужить подсказкой для определения локализаций источника тремора. Проводились специальные исследования, определяющие коэффициенты корреляции между пиковыми частотами пар мышц, расположенных в одном суставе, в симметричных суставах и разных суставах одной и той же стороны. Для случая нормального физиологического тремора анализ не выявил каких-либо значимых корреляционных зависимостей ни для одной из исследуемых пар мышц.

### 3.2. Тремор больных паркинсонизмом

Паркинсонизм является заболеванием центральной нервной системы, связанным с поражением некоторых областей головного мозга, локализация которых остается невыясненной. Клиническая картина паркинсонизма включает в себя проявления двигательных симптомов, которые состоят из патологического тремора, ригидности и акинезии. Патологический тремор, в отличие от невидимого на глаз нормального физиологического тремора, обнаруживается визуально в виде колебаний конечностей, головы или всего тела. Характерной частотой патологического тремора считается 5 Гц. Ригидность проявляется в патологическом сопротивлении пассивному растяжению мышц, а акинезия — в затруднении, испытываемом больным при попытке совершить произвольное движение. В соответствии с приведенными симптомами существуют три формы заболевания паркинсонизмом: дрожательная, ригидная и акинетическая. В чистом виде эти формы встречаются редко. Как правило, болезнь всегда носит смешанный характер, с некоторым преобладанием той или иной формы. Спектрально-статистический анализ мышечной активности (ОЭМП) проводился на больных паркинсонизмом в условиях поддержания неизменной позы сустава. Были получены гистограммы распределения пиковых частот для больных с преобладанием соответственно дрожательной, ригидной и

акинетической формы. Для больных дрожательной формой характерный вид гистограммы распределения пиковых частот определялся расположением ее в области частот от 3 до 5 Гц. Для больных с преобладанием ригидной формы гистограмма располагается в двух областях. Основная ее часть находится в области частот от 3 до 5 Гц, и сравнительно небольшая — в области 6–8 Гц. Для больных с преобладанием акинетической формы гистограммы распределения пиковых частот расположены в основном в области от 9 до 15 Гц, с небольшим представительством в области 6–8 Гц. Вместе с тем, было показано, что найденные диапазоны частот очень приблизительно характеризуют дифференциальный диагноз: для больных, имеющих частоту тремора в диапазоне частот 3–5 Гц, можно утверждать лишь, что имеет место или дрожательная, или ригидная форма патологии. Частота тремора, находящаяся в диапазоне от 6 до 8 Гц, может служить только достаточным признаком преобладания либо ригидной, либо акинетической формы. Появление пиков в области частот тремора от 9 до 15 Гц, т. е. в области нормального физиологического тремора, может служить основанием для диагностики акинетической формы паркинсонизма лишь при наличии другой симптоматики этой формы и, кроме того, подтвержденном врачом диагнозе паркинсонизма. Вместе с тем, полученные спектрально-статистические оценки состояния мышечной активности больных паркинсонизмом успешно использовались для управления стереотаксической операцией на базальных ганглиях мозга по поводу болезни Паркинсона.

Анализ коэффициентов корреляции, определяющих связи между пиковыми частотами в парных комбинациях мышц одного или разных суставов у больных с преобладанием дрожательной или ригидной формы, показал их резкое отличие от нормы. Такое отличие наблюдается для мышц одного сустава и мышц разных суставов одной стороны тела. Для этих мышц коэффициенты корреляции в случае болезни значительно превышают норму. С другой стороны, коэффициент корреляции между треморными частотами мышц симметричных одноименных суставов не отличается от нормы. Интересно, что результаты этого «сугубо прикладного» исследования дают некоторое основание для общего предположения: если и существует какой-либо источник «генерации» патологического тремора, то он должен быть локализован в двух разных нейронных структурах, влияющих отдельно на мышцы правой и левой стороны.

### 3.3. Эссенциальный тремор

Эссенциальный тремор — распространенное наследственное заболевание центральной нервной системы. В большинстве случаев оно сопровождается единственным симптомом — дрожанием, отличающимся у разных больных степенью

выраженности. Больные эссенциальным тремором по двигательной симптоматике схожи с больными паркинсонизмом, но эти два заболевания по своей этиологии и патогенезу совершенно различны и, как правило, требуют различных способов лечения. Оказалось, что спектрально-статистические характеристики мышечной активности (ОЭМГ) больных эссенциальным тремором в условиях поддержания неизменной позы сустава имеют очень большой разброс, так что для этих больных не удалось выделить характерных диапазонов спектральных параметров. Вместе с тем, удалось разделить больных на несколько групп таким образом, что каждую группу отдельно оказалось возможным охарактеризовать определенным типом спектральных оценок и в соответствии с ними разделить всех больных на несколько групп. Одна из этих групп представляла специальный интерес: по клинической симптоматике, она не отличалась от дрожательной формы паркинсонизма. По частотным характеристикам пиков ОЭМГ эти больные также не различались. Тогда были проанализированы коэффициенты корреляции между пиковыми частотами в парных комбинациях мышц больных паркинсонизмом и эссенциальным тремором. Анализ показал, что для всех групп больных эссенциальным тремором для мышц, расположенных в одном суставе, выявляется значимая связь между пиковыми частотами, — факт вполне аналогичный тому, который был установлен для больных паркинсонизмом. Различие между этими группами больных было в другом. В отличие от больных паркинсонизмом, корреляционных связей между пиковыми частотами в парных комбинациях мышц разных суставов для больных эссенциальным тремором не выявлялось. Было установлено также, что для больных эссенциальным тремором существует значимая корреляционная связь между частотами пар мышц, расположенных в одноименных суставах, — как для больных паркинсонизмом, как было указано выше, такая связь выявлена не была. Эти корреляционные связи было предложено рассматривать как дифференциальные диагностические признаки эссенциального тремора, в то время как связи между частотами пиков мышц, расположенных в разных суставах, — как дифференциальные диагностические признаки паркинсонизма. Обе группы признаков могут быть использованы для различения схожих случаев больных эссенциальным тремором и паркинсонизмом. Выявленные отличия позволяют высказывать предположения о том, что если и существуют единые механизмы, ответственные за «генерацию» патологического тремора, то их локализация различна при эссенциальном треморе и при паркинсонизме. Полученные характеристики состояния мышечной активности больных эссенциальным тремором нашли также другое применение: они позволили врачам-невропатологам объективно оценивать эффективность медикаментозного лечения и управлять этим лечением.

### 3.4. Тремор людей, подвергшихся воздействиям электромагнитных полей СВЧ-диапазона, радиации и ультразвука

Сотрудники НИИ гигиены труда и профзаболеваний АМН СССР проф., д.м.н. Л. Г. Охнянская и к.м.н. Н. А. Никифорова обратили наше внимание на некоторые аномалии, визуально обнаруженные ими в ЭМГ людей, подвергшихся воздействиям электромагнитных полей СВЧ-диапазона и радиации. Эти аномалии регистрировались субъективно «на глаз» и лишь в отдельных фрагментах ЭМГ. Весь наш предыдущий опыт указывал на целесообразность анализа этого феномена в терминах параметров ОЭМГ. Была сделана попытка с помощью спектрально-статистического метода объективно подтвердить обнаруженные отклонения. С этой целью было проведено обследование группы людей, добровольно подвергшихся электромагнитному облучению СВЧ-диапазона. Аналогичное исследование, определяющее влияние радиации на состояние мышечной активности, проводилось совместно с Институтом биофизики МЗ на базе 6-й клинической больницы. Было проведено обследование групп людей, находившихся некоторое время в зоне радиационных воздействий. Это были в основном ликвидаторы чернобыльской аварии. Исследование в дальнейшем было распространено и на большую группу постоянных работников некоторых АЭС. Аналогичное исследование проводилось для выяснения возможного влияния ультразвуковых воздействий на медработников, систематически использующих ультразвуковую аппаратуру.

#### 3.4.1. Реакция мышечной активности на электромагнитные воздействия СВЧ-диапазона

Электромагнитным воздействиям СВЧ-диапазона добровольно подверглись 5 человек — сотрудников Института гигиены труда и профзаболеваний. Облучение проводилось на базе этого Института. Оно происходило с частотой  $F = 2450$  МГц, мощностью  $W = 50$  мВт/см<sup>2</sup>, было локальным (воздействие осуществлялось только на кисти рук). Длительность облучения составляла 20 минут. Облучение каждого испытуемого повторялось 4 раза с промежутком в несколько дней. Обследование испытуемых проводилось до облучения, через час после, соответственно, 1-го, 2-го, 3-го и 4-го облучения. Анализ гистограмм распределения пиковых частот мышц лучезапястных и голеностопных суставов показал, что у всех испытуемых до облучения наблюдалась картина нормального физиологического тремора с частотами пика в области 9–15 Гц. После первого сеанса облучения у всех испытуемых происходил резкий сдвиг гистограммы распределения пиковых частот из области 9–15 Гц в область 15–40 Гц. После следующих сеансов облучения этот сдвиг сохранялся неизменным. Причем, несмотря на локальность облучения,

на гистограммах распределения пиковых частот мышц голениостопных суставов также наблюдаются аналогичные изменения. Это, по-видимому, может свидетельствовать о глобальности реакции организма. Дальнейшее обследование этих испытуемых, проведенное через год и два года после сеансов облучения, показало, что только у двух из них по прошествии двух лет картина мышечной активности нормализовалась. У остальных испытуемых произошедшие изменения сохранились. Подробное клиническое обследование облученных испытуемых не выявило никаких признаков облучения. Каких-либо субъективных жалоб от них также не поступало. Таким образом, были подтверждены наблюдения проф. Л. Г. Охнянской и Н. Никифоровой и достоверно определены признаки, характеризующие раннюю стадию нарушений, возникающих в результате облучения электромагнитным полем СВЧ-диапазона. Четкое отличие области расположения гистограммы распределения пиковых частот в норме и у людей, подвергавшихся облучению электромагнитным полем СВЧ-диапазона, может быть использовано для объективного диагностирования факта облучения.

#### 3.4.2. Реакция мышечной активности на радиационное облучение и ультразвуковые воздействия

На базе клиники Института биофизики МЗ СССР было проведено обследование двух групп облученных людей. Одну группу составляли люди, попавшие в аварию на ЧАЭС или участвующие в ее ликвидации. Все они перенесли острую лучевую болезнь разной степени и находились в клинике спустя 8–10 месяцев после облучения в период восстановления. Клиническая картина этих больных была разнообразна, и в их неврологическом статусе наблюдались отклонения. Вторая группа больных состояла из людей, также участвовавших в ликвидации последствий аварии на ЧАЭС, но подвергавшихся преимущественно внешнему облучению в дозах, не приведших к острой лучевой болезни. Исследование проводилось через 1,5–2 месяца после облучения. Клиническая картина этих больных была несколько меньше выражена, но некоторые изменения в неврологическом статусе также наблюдались. Сопоставление гистограмм распределения пиковых частот этих двух групп больных с гистограммами группы контрольной нормы показало, что у больных этих групп наблюдается такой же сдвиг расположения гистограмм из области низких частот 9–15 Гц в область высоких — 15–40 Гц, как и у испытуемых, подвергавшихся электромагнитным воздействиям СВЧ-диапазона. Каких-либо частотных отличий в расположении гистограмм 1-й и 2-й групп не наблюдалось. Из сказанного можно сделать вывод, что выделенные признаки возникают уже при слабой степени поражения, наблюдаемой при относительно небольших дозах радиации. Более того, они практически не зависят от уровня воз-

действия. Наиболее неожиданным явился факт, что совершенно аналогичные изменения наблюдались у группы медработников, постоянно использующих в своей деятельности ультразвуковую аппаратуру. Следует подчеркнуть, что все эти исследования о воздействии облучений на нервно-мышечную систему носили сугубо «прикладной» характер. Опираясь на разработанные характеристики, в терминах которых оказалось возможным описать механизмы управления мышцами у людей, работающих в нормальных условиях, удалось найти объективные критерии отличия нормальной работы этих механизмов от их работы в случае, когда организм подвержен пусть слабому, но глобальному вредному воздействию. Вместе с тем, важно подчеркнуть, что эти исследования, никак не раскрывая причин глубоких изменений в характере работы нервно-мышечной системы под влиянием глобального вредного воздействия, открыли конкретные специфические особенности работы механизмов управления (замену диапазона пиковых частот с 9–15 на 15–40 Гц). Как уже отмечалось, таким же способом были обследованы группы работников некоторых АЭС. Было проведено сопоставление результатов обследования, полученных для равных по численности групп «нормы» и людей, постоянно работающих на АЭС. Сопоставление показало, что в группе работников АЭС частота описанных выше отклонений гистограмм в область высоких частот была значительно больше, чем в группе «нормы». Это исследование дополнительно подтвердило выявленную зависимость описанных механизмов управления от глобальных вредных воздействий. Суммируя эти работы, можно сказать, что были выявлены объективные и ранние признаки реакции мышечной активности на воздействия физических полей различной природы. Возникла возможность оценивать и отслеживать состояния людей, находящихся или временно попавших под воздействия слабых электромагнитных, радиационных или ультразвуковых полей и, основываясь на этих оценках, опосредованно характеризовать состояние окружающей среды.

#### Историческая справка

В начале 60-х годов в круг интересов Марка Ароновича Айзермана вошли вопросы, связанные с процессами управления в живых организмах. Марк Аронович понимал, что специалисты в области теории управления, занимающиеся этими проблемами, могли бы внести свой вклад в определение того, как и по каким законам происходят процессы управления в живых организмах. Знание этих законов и механизмов их реализации могло бы быть полезным при разработке новых систем управления. Это и определило основную идею Марка Ароновича о необходимости изучения систем управления, заложенных в живых организмах, специалистами в

области управления и послужило началом развития нового направления работ в лаборатории.

В 1962 г. М. А. Айзерман создал в своей лаборатории так называемую «бионическую группу», которая должна была заниматься этими новыми для лаборатории вопросами.

В состав бионической группы вошли некоторые сотрудники лаборатории: Е. А. Андреева (физик), Г. Н. Жукова (инженер), И. Б. Мучник (физик), Л. А. Тененбаум (инженер-физик), Л. М. Захарова (врач), А. Б. Лысенко (физиолог), О. Е. Хуторская (лаборант). Кроме сотрудников лаборатории по новой тематике стали работать аспиранты Марка Ароновича: А. И. Лаурингсон, Е. Пуцилло, Н. С. Серопян, С. Н. Смирнова, Х. В. Тураханов, Е. И. Шафранова. К работе группы присоединилось много студентов-дипломников Московского физико-технического института. Из них по окончании Института остались сотрудниками лаборатории Н. В. Завалишин, А. И. Литвинцев, А. В. Малишевский, В. И. Чернов. Со временем состав группы несколько изменился. Менялась квалификация ее сотрудников, защищались дипломы, кандидатские и докторские диссертации. Марк Аронович на протяжении тридцатилетнего периода жизни группы всегда оставался ее основным идеологом и активным руководителем.

Начальный период работ бионической группы состоял в ознакомлении с новыми задачами и проблемами, связанными с системами управления в живых организмах. В этот период Марком Ароновичем проводились семинары, организовывались обсуждения и консультации с участием лучших специалистов как в области управления большими системами (И. М. Гельфанд, М. Л. Цетлин), так и в области физиологии и медицины (В. С. Гурфинкель, Р. С. Персон, М. А. Шик, А. Я. Коц, Э. И. Кандель, И. А. Иванова-Смоленская и многие другие). Работа этого периода позволила выбрать в качестве основной системы для дальнейших исследований систему управления мышечной активностью.

Работы по тремору проводились совместно с сотрудниками НИИ неврологии РАМН Э. И. Канделем и И. А. Ивановой-Смоленской. В работах по изучению влияния на тремор различного рода вредных воздействий внешней среды принимали участие сотрудники НИИ гигиены труда и профзаболеваний РАМН Л. И. Охнянская и Н. А. Никифорова и сотрудник Института биофизики МЗ Ф. С. Тарубаров.

Программное обеспечение всех работ бионической группы осуществлялось сотрудником лаборатории С. Г. Новиковым.

Результаты проведенных исследований работы изложены в публикациях, список которых с краткими аннотациями приложен к статье. Для каждого из этапов работы, в соответствии с тематикой обозначенных в статье разделов, приводим ссылки на публикации, указанные в списке.

Управление мышечной активностью при поддержании неизменных заданных значений параметров:

- 1.1. Электрическая активность мышц и ее связь с усилием, развиваемым мышцей в изометрических условиях [1].
- 1.2. Управление мышечной активностью при поиске и поддержании минимума болевого раздражения (простейший поисковый механизм, ППМ) [2–6].
- 1.3. Управление мышечной активностью при поддержании заданного уровня усилия мышц и неизменной позы суставного угла [7–9].
- 1.4. Обобщенный простейший поисковый механизм и его роль в задачах отслеживания меняющейся цели:
  - 1.4.1. Общесистемные спекуляции вокруг ППМ [10–15].
  - 1.4.2. Тремор как основа работы ППМ [16].

Управление простейшими односуставными движениями:

- 2.1. Медленные плоские движения и два режима мышечной активности [17].
- 2.2. Максимально быстрые плоские и пространственные движения:
  - 2.2.1. Плоские бросковые движения [18].
  - 2.2.2. Однократные и многократные циклические движения [19].
  - 2.2.3. Максимально быстрые периодические движения [19, 20].
- 2.3. Пространственные бросковые движения [21].

Спектрально-статистический метод анализа электрической активности мышц при треморной патологии:

- 3.1. Нормальный физиологический тремор [22–34].
- 3.2. Тремор больных паркинсонизмом [22–34].
- 3.3. Эссенциальный тремор [34–37].
- 3.4. Тремор людей, подвергшихся воздействиям электромагнитных полей СВЧ-диапазона, радиации и ультразвука:
  - 3.4.1. Реакция мышечной активности на электромагнитные воздействия СВЧ-диапазона [38].
  - 3.4.2. Реакция мышечной активности на радиационное облучение и ультразвуковые воздействия [39, 40].

## Литература

1. Захарова Л. М., Черное В. И. О соотношении между электрической активностью мышц и ее усилием в изометрических условиях. В кн. «Исследование процессов управления мышечной активностью». М.: Наука, 1970.

2. Захарова Л. М., Литвищев А. И. Поисковая активность мышцы в условиях замыкания ее искусственной обратной связью. Автоматика и телемеханика, № 11, 1966.
3. Захарова Л. М., Литвищев А. И. Поисковая активность мышцы в условиях замыкания ее искусственной обратной связью. Автоматика и телемеханика, № 5, 1968.
4. Захарова Л. М., Литвищев А. И. Исследование процесса управления мышцей в ходе поиска минимума болевого раздражения. В кн. «Исследование процессов управления мышечной активностью». М.: Наука, 1970.
5. Литвищев А. И. Поисковая активность мышц в условиях замыкания искусственной обратной связью по двум мышцам одновременно. Автоматика и телемеханика, № 3, 1968.
6. Литвищев А. И. Исследование процесса управления двумя мышцами в ходе поиска минимума болевого раздражения. В кн. «Исследование процессов управления мышечной активностью». М.: Наука, 1970.
7. Чернов В. И. Управление одной мышцей и парой мышц антагонистов в условиях точностного поиска. Автоматика и телемеханика, № 7, 1968.
8. Чернов В. И. Управление одной мышцей и парой мышц антагонистов при некоторых точностных задачах. В кн. «Исследование процессов управления мышечной активностью». М.: Наука, 1970.
9. Андреева Е. А., Захарова Л. М., Литвищев А. И., Чернов В. И. Всплеск мышц как элементарный акт мышечной деятельности. В кн. «Исследование процессов управления мышечной активностью». М.: Наука, 1970.
10. Айзерман М. А., Андреева Е. А. Простейший поисковый механизм управления скелетными мышцами. Автоматика и телемеханика, № 3, 1968.
11. Андреева Е. А., Тураханов Х. В., Хуторская О. Е., Чернов В. И. О связи составного тремора с процессом управления суставным углом. Автоматика и телемеханика, № 12, 1969.
12. Андреева Е. А., Тураханов Х. В., Чернов В. И. О связи суставного тремора с процессом управления суставным углом. В кн. «Исследование процессов управления мышечной активностью». М.: Наука, 1970.
13. Тененбаум Л. А. О законах поиска и управления в дыхательном акте. Автоматика и телемеханика, № 11, 1966.
14. Тененбаум Л. А. Об управлении периодическими движениями дыхательных мышц. В кн. «Исследование процессов управления мышечной активностью». М.: Наука, 1970.
15. Айзерман М. А., Андреева Е. А. О некоторых механизмах управления скелетными мышцами. М.: Институт автоматика и телемеханика, 1968.
16. Айзерман М. А., Андреева Е. А. О некоторых механизмах управления скелетными мышцами. В кн. «Исследование процессов управления мышечной активностью». М.: Наука, 1970.
17. Андреева Е. А., Чернов В. И. Управление плоскими движениями суставного угла. Автоматика и телемеханика, № 7, 1972.
18. Литвищев А. И., Серопян Н. С. Управление мышцами при выполнении некоторых произвольных движений с одной степенью свободы I. Автоматика и телемеханика, № 5, 1977.
19. Литвищев А. И., Серопян Н. С. Управление мышцами при выполнении некоторых произвольных движений с одной степенью свободы II. Автоматика и телемеханика, № 7, 1977.
20. Жукова Г. Н., Тененбаум Л. А., Шафранова Е. И. Методика пробы с остановкой в изучении процессов управления движениями. Автоматика и телемеханика, № 6, 1971.

21. Андреева Е. А., Тураханов Х. В., Чернов В. И. Организация пространственных бросковых движений в лучезапястном суставе. Автоматика и телемеханика, № 10, 1975.
22. Айзерман М. А., Андреева Е. А., Кандель Э. И., Тененбаум Л. А. Механизмы управления мышечной активностью. Норма и патология. М.: Наука, 1974.
23. Андреева Е. А., Шафранова Е. И. Система управления мышечной активностью при заболевании паркинсонизмом. Автоматика и телемеханика, № 4, 1975.
24. Андреева Е. А., Хуторская О. Е. Спектр оггибающей электромиограммы и его использование для анализа системы управления мышцами. Материалы VII Всесоюзного совещания по автоматическому управлению. Минск, 1977.
25. Хуторская О. Е. Спектральный анализ физиологического тремора человека при выполнении точностных задач. В кн. «Актуальные вопросы теории и практики управления». М.: Наука, 1977.
26. Хуторская О. Е. Использование метода спектрального анализа при изучении механизмов управления мышечной активностью человека в задачах поддержания позы. Автоматика и телемеханика, № 2, 1978.
27. Андреева Е. А., Хуторская О. Е. Спектральный анализ оггибающих электромиограмм и его применение для исследования процессов управления мышцами (норма и патология) I. Автоматика и телемеханика, № 9, 1977.
28. Андреева Е. А., Хуторская О. Е. Спектральный анализ оггибающих электромиограмм и его применение для исследования процессов управления мышцами (норма и патология) II. Автоматика и телемеханика, № 11, 1977.
29. Хуторская О. Е. Метод спектрального анализа для ранней диагностики и управления ходом операционного лечения болезни Паркинсона. В кн. «Моделирование и управление в развивающихся системах». М.: Наука, 1978.
30. Айзерман М. А., Андреева Е. А., Кандель Э. И., Хуторская О. Е. Спектр оггибающей ЭМГ и его использование для анализа системы управления мышцами в норме и патологии. Материалы II Всесоюзного симпозиума по клинической электромиографии. Тбилиси, 1976.
31. Андреева Е. А., Хуторская О. Е. Метод спектрального анализа оггибающей электромиограммы при исследовании двигательной активности человека в норме и патологии. Тезисы докладов III Всесоюзной конференции по биологической и медицинской кибернетике, т. I. М., 1978.
32. Андреева Е. А., Смирнова С. Н., Хуторская О. Е. Спектральные методы анализа электромиограмм в клинике двигательных нарушений. Автоматика и телемеханика, № 12, 1983.
33. Андреева Е. А., Кандель Э. И., Иванова-Смоленская И. А., Хуторская О. Е. Метод спектрального анализа ОЭМГ и его роль в изучении физиологического тремора. Журнал невропатологии и психиатрии им. С. С. Корсакова, № 7, 1986.
34. Кандель Э. И., Андреева Е. А., Смирнова С. Н., Хуторская О. Е., Иванова-Смоленская И. А. Изучение патогенеза тремора при паркинсонизме методом спектрального анализа ОЭМГ с помощью импеданса. Журнал невропатологии и психиатрии им. С. С. Корсакова, № 7, 1986.
35. Иванова-Смоленская И. А., Кандель Э. И., Андреева Е. А., Смирнова С. Н., Хуторская О. Е. Спектральный электромиографический анализ эссенциального тремора. Журнал невропатологии и психиатрии им. С. С. Корсакова, № 7, 1986.
36. Андреева Е. А., Иванова-Смоленская И. А., Кандель Э. И., Хуторская О. Е. Envelope EMG spectral analysis in the studies of physiological and pathological tremor. Electromyography and clinical neurophysiology, vol. 25, № 5, 1985.

37. Андреева Е. А., Хуторская О. Е. Спектральный метод анализа электрической активности мышц. М.: Наука, 1987.
38. Андреева Е. А., Смирнова С. Н., Хуторская О. Е. Метод выявления ранних признаков облучения у людей, подвергшихся воздействию электромагнитных полей СВЧ-диапазона. М.: Институт проблем управления, 1987.
39. Андреева Е. А., Тарубаров Ф. С., Хуторская О. Е., Смирнова С. Н., Чесалин П. В. Электромиографический метод выявления у людей ранних признаков реакции на радиационные воздействия. Физиология человека, т. 16, № 6, 1990.
40. Андреева Е. А., Смирнова С. Н., Тарубаров Ф. С., Хуторская О. Е., Чесалин П. В. Метод определения реакции нервно-мышечного аппарата человека на воздействие ионизирующей радиации. Тезисы докладов III Всесоюзной конференции. М., 1990.

### Аннотации

[1] Описываются результаты экспериментальных исследований, проведенных на животных и на человеке. Показано, что сигнал ОЭМГ, полученный путем детектирования с последующей фильтрацией сигнала ЭМГ, хорошо соответствует усилию мышц.

[2], [3], [4] Излагаются результаты экспериментального исследования механизма управления одной мышцей, от активности которой зависит уровень болевого раздражения, подаваемого на животное. Экспериментальные результаты хорошо описываются гипотезой о простейшем поисковом механизме (ППМ).

[5], [6] Излагаются результаты экспериментального исследования механизма управления двумя независимыми мышцами, от одновременной активности которых зависит уровень болевого раздражения, подаваемого на животное. Экспериментальные результаты хорошо описываются гипотезой о простейшем поисковом механизме (ППМ).

[7], [8] Излагаются результаты экспериментального исследования одной мышцы при точностном поддержании создаваемого ею усилия и пары мышц-антагонистов при точностном поддержании ими заданного значения суставного угла. Полученные результаты хорошо описываются гипотезой о простейшем поисковом механизме (ППМ).

[9] Предлагается методика обработки сигнала ЭМГ путем детектирования этого сигнала с последующей фильтрацией. Такая обработка показала, что работа мышц осуществляется всплесками и что основными параметрами управления мышечной активностью являются моменты возникновения этих всплесков, которые находят свое отражение в кривой изменения усилия.

[10] Приводится описание работы простейшего механизма (ППМ) при управлении скелетными мышцами.

[11], [12] Описываются эксперименты, подтверждающие, что десятигерцовая составляющая суставного тремора является основой управления суставным углом в условиях поддержания его неизменной величины. Высказано предположение о природе низкочастотных «блужданий» в суставном треморе.

[13], [14] Описываются эксперименты, проведенные на кроликах по изучению работы дыхательных мышц, которые позволили сделать вывод, что управление мышцами осуществляется иерархической системой. Эта система включает в себя по крайней мере три уровня управления. Первый уровень управления хорошо соответствует гипотезе о ППМ, определяя закон изменения объема грудной клетки, т. е. миоранты. Второй уровень управляет наклоном и моментами смены миорант. Третий уровень изменяет параметры второго уровня.

[15] Представлен обобщенный и расширенный материал по экспериментальным исследованиям управления скелетными мышцами (включая управление дыхательными мышцами и управление при поддержании вертикальной позы). Описаны обобщенные представления о механизме ППМ.

[16] Предлагается обзор экспериментальных результатов, на которые опираются представления о простейшем поисковом механизме (ППМ).

[17] Приводятся результаты экспериментального исследования процесса управления группой мышц при поддержании заданного значения суставного угла и организации его плоских движений. Высказываются предположения, что при организации плоских движений функционируют два управленческих механизма: один из них поддерживает тонус группы мышц путем всплесковой активности, а второй вызывает асимметрию развиваемого мышцами усилия, организует кинематический рисунок движения. При этом характер активности на тянущих мышцах из всплескового становится непрерывным. Наблюдаются два режима активности: статический всплесковый и динамический непрерывный.

[18] Описаны результаты экспериментальных исследований управления мышцами методом динамических проб при выполнении бросковых движений. Предложен механизм организации этих движений.

[19] Описаны результаты экспериментальных исследований управления мышцами методом динамических проб при выполнении максимальных быстрых однократных и многократных циклических движений. Предложен механизм организации этих движений.

[20] Описаны результаты экспериментальных исследований управления мышцами при выполнении периодических качаний. Для анализа результатов использован корреляционный метод.

[21] Приводятся результаты экспериментального исследования по организации пространственных бросковых движений, выполняемых по различным траекториям. Высказываются предположения, что в организации этих движений одновременно участвуют два механизма, каждый из которых организует бросковое движение по одной из степеней свободы.

[22] Приведен обзор результатов экспериментальных исследований некоторых механизмов управления произвольными и непроизвольными движениями человека в норме и патологии. Помимо экспериментальных фактов, приводятся гипотезы о механизмах управления этими движениями.

[23] Приведено сопоставление записей ЭМГ в норме и при паркинсонизме. Это сопоставление позволило перечислить ряд комплексов клинических симптомов, каждый из которых вызван лишь одним нарушением в системе управления мышцами, и определить возможность объективной оценки операционного лечения паркинсонизма.

[24] Приведен способ получения спектра мощности ОЭМГ и некоторые результаты его применения для описания электрической активности мышц в норме и при болезни Паркинсона.

[25] Приведены результаты спектрального анализа ОЭМГ физиологического тремора, полученные при выполнении точностных задач.

[26] Приведены результаты спектрального анализа ОЭМГ здорового человека при выполнении задач поддержания неизменной позы суставного угла.

[27] Приведены результаты применения спектрального метода анализа ОЭМГ. Получены объективные количественные характеристики электрической активности мышц в норме при выполнении задач поддержания неизменных значений усилия и суставного угла, а также при выполнении движений. С помощью введения новой характеристики активности, названной коэффициентом тремора, удалось объективно подтвердить сделанные ранее предположения о наличии двух режимов активности соответственно для статичи (всплески) и динамики (непрерывность). Эта характеристика оказалась весьма информативной при треморной патологии.

[28] Описывается возможность использования спектрального анализа ОЭМГ для ранней диагностики, оценок состояния и управления ходом хирургического лечения больных паркинсонизмом.

[29] Приводится описание использования спектрального метода для ранней диагностики и операционного лечения болезни Паркинсона.

[30], [31] Применение спектрального метода анализа ОЭМГ и его использование для изучения механизмов управления мышцами в норме и патологии.

[32] Представлен новый метод статистических оценок спектральных характеристик ОЭМГ мышц человека в процессе управления моторикой. Описывается применение этого метода в клинике двигательных нарушений.

[33] Описывается метод анализа электрической активности мышц, основанный на статистической обработке спектральных параметров ОЭМГ. Метод предназначен для исследования нормального и патологического тремора. Авторы приводят результаты применения метода для описания физиологического тремора, которое может служить стандартом для определения патологических нарушений.

[34] Приводится описание метода оценок состояния мышечной активности больного паркинсонизмом с помощью спектрально-статистических характеристик ОЭМГ.

[35] Приводится описание метода оценок состояния мышечной активности больного эссенциальным тремором с помощью спектрально-статистических характеристик ОЭМГ.

[36] Приводится описание метода оценок состояния мышечной активности здорового человека, больных паркинсонизмом и эссенциальным тремором с помощью спектрально-статистических характеристик ОЭМГ.

[37] Общее описание спектрально-статистического метода анализа электрической активности мышц и его применения в норме и патологии.

[38] Описывается метод статистических оценок спектральных параметров ОЭМГ, который позволяет выявить у людей ранние клинически не обнаруживаемые признаки облучения электромагнитными полями СВЧ-диапазона. Метод может быть использован для отработки защитных мероприятий для людей, работающих в соответствующих вредных средах, а также для наблюдения за динамикой состояния профбольных и их лечения.

[39], [40] Описан новый компьютерный метод выявления признаков реакции человека на радиационные воздействия. Результаты анализа показали, что: 1) выявляются статистически достоверные признаки, позволяющие отличить группы облученных людей от группы здоровых; 2) эти признаки наблюдаются преимущественно у людей, подвергшихся облучению в сравнительно небольших дозах.

## РАБОТЫ М. А. АЙЗЕРМАНА В ТЕОРИИ ВЫБОРА

Ф. Т. Алескеров

М. А. Айзерман занимался проблемами выбора начиная с 1974 г. и до самых последних дней своей жизни.

Теория выбора — это научное направление в рамках широкой проблематики принятия решений. Зарождение теории выбора принято относить к концу XVIII в., когда французские академики Борда и Кондорсе предложили свои процедуры коллективного принятия решений [60, 66]. Следующей вехой в развитии теории выбора стал 1951 г., когда К. Эрроу поставил и решил для одного случая задачу аксиоматического описания процедур коллективного выбора [52]. С тех пор это направление в теории выбора стало предметом многочисленных исследований.

Другое направление теории выбора связано с моделированием поведения индивидуума, с тем, как индивидуум осуществляет выбор. Изучение этого направления было, главным образом, сосредоточено в психофизике (см. [73, 81]). Попытки же теоретического описания индивидуального выбора предпринимались в рамках оснований экономики, а именно в теории потребительского спроса и при построении парадигмы рационального выбора (см., например, [94, 114]).

Мы опишем далее работы М. А. Айзермана в теории выбора, разделив их на две части — работы по индивидуальному выбору и работы по коллективному выбору. Однако прежде мы опишем те фундаментальные принципы, которые составляют основу этой теории, особенно ее классической «до-айзермановской» части. Эти принципы называют парадигмой рационального выбора.

### 1. Парадигма рационального выбора и ее критика

Эта парадигма, формирование которой было завершено к началу 70-х годов, содержит несколько постулатов, которые мы теперь обсудим. Исходным является

множество всех возможных вариантов  $A$ ; его подмножества  $X$  называют допустимыми множествами, или предъявлениями.

*Постулат 1: Максимизация полезности.* Считается, что когда индивидуум должен что-то выбрать из некоторого допустимого множества вариантов, он выбирает те варианты, которые наилучшим образом отвечают его целям. При этом индивидуальные полезности (предпочтения) относительно вариантов могут меняться в зависимости от того, каких целей хочет достичь индивидуум. Однако сами цели в теории выбора не изучаются. Рациональное поведение определяется «максимизацией того или иного вида», как писал К. Эрроу [52].

Таким образом, в рамках этого постулата индивидуум максимизирует полезность, содержательный же смысл полезности не обсуждается. Напротив, в классической экономике смысл полезности описывается явным образом. Так, уже в работах Д. Гоббса считалось, что поведение индивидуума направлено на максимизацию власти; И. Бентам писал о максимизации удовольствия. Рассматриваемый в теории выбора взгляд на полезность вошел в употребление, по-видимому, начиная с работ В. Парето и У. Джевонса (см. [59]). Он является общеупотребительным в неоклассической экономике, хотя даже в неоклассической теории фирмы в качестве полезности выступает прибыль.

*Постулат 2: Согласованность.* Согласованность понимается как выполнение двух требований:

а) считается, что варианты из множества всех вариантов  $A$  упорядочены, или, что то же самое, относительно любых двух вариантов индивидуум может сказать, какой из них предпочтительнее, или же он может объявить их равноценными. Это требование формально означает, что на множестве  $A$  определено бинарное отношение нестрогого предпочтения,  $R$ , и что это отношение связно, т.е.  $xRy$  или  $yRx$  для любых  $x, y \in A$ .

б) считается, что предпочтение индивидуума транзитивно, т.е. если вариант  $x$  предпочтительнее чем  $y$ , а  $y$  в свою очередь предпочтительнее, чем  $z$ , то  $x$  предпочтительнее, чем  $z$ . Формально, это означает, что отношение  $R$  транзитивно, т.е. для любых  $x, y, z \in A$  ( $xRy$  и  $yRz$ )  $\Rightarrow$   $xRz$ .

*Постулат 3: Постулат ожидаемой полезности.* Он означает, что в условиях неопределенности или риска индивидуум максимизирует полезность, приписанную вариантам, с весами, равными вероятности реализации варианта (см. [90]).

*Постулат 4.* Четвертый постулат перебрасывает «мост» от индивидуальной рациональности к коллективной в задаче выбора. А именно, в задаче коллектив-

ного выбора считается, что участниками процедуры коллективного выбора, которые максимизируют свои полезности, являются индивидуумы. Таким образом, считается, что индивидуумы выражают свои мнения в виде отношений предпочтения, и задача построения коллективного решения сводится к анализу и учету поведения участников, максимизирующих свои полезности (см. например, [94, 109, 113]).

*Постулат 5 [79]:* Этот постулат был назван в [13, 14] гипотезой стабильности. Согласно этой гипотезе оценки вариантов, заданные в виде полезности, или результаты парных сравнений, заданные в виде бинарного отношения, не меняются во времени и не зависят от того, в каком наборе варианты предъявляются для выбора.

Парадигма рационального выбора подвергалась серьезной критике начиная с 50-х годов. Здесь следует выделить, прежде всего, подход, предложенный Г. Саймоном [122]. Г. Саймон резко критиковал парадигму рационального выбора в той ее части, которая касается постулата максимизации полезности. Люди, утверждал он, не ищут наилучший вариант в допустимом множестве; они ограничиваются теми альтернативами, которые кажутся им удовлетворительными. А. Сен, один из тех, кто сформулировал парадигму рационального выбора в ее современном виде [114–120], одновременно сделал очень много для конструктивной критики этой парадигмы. В первую очередь это относится к критике постулата максимизации полезности. Здесь А. Сен построил ряд ситуаций, когда рациональное в обычном смысле поведение не основывается на постулате максимизации полезности [114, 115, 117]. Д. Канеман и А. Тверский [126] в своих теперь уже классических экспериментах по психологии показали, что выбор, осуществляемый индивидуумом, значительно отличается от того, что можно было бы ожидать в рамках парадигмы рационального выбора.

Другая важнейшая проблема в теории выбора состоит в анализе допущений об объеме информации, которой владеет и которую может обработать индивидуум. В моделях рынка предполагается наличие полной информированности участников. В классической теории индивидуального и коллективного выбора это предположение также является общепринятым.

Поскольку очевидно, что это предположение не слишком реалистично, делались различные попытки построения моделей, в которых полная информированность избирателей не предполагалась. В частности, в этих моделях предпочтения моделировались в виде вероятностных и размытых бинарных отношений.

*Замечание.* Подробный анализ и критику парадигмы рационального выбора см. в [28, 53, 61, 72, 82, 90, 110].

## 2. Функции выбора, бинарные отношения, функции полезности

Начиная со знаменитой работы П. Самуэльсона [111], в теории потребительского спроса активно стали использоваться функции выбора. Функция выбора  $C$  — это отображение множества допустимых вариантов (предъявления)  $X$  в множество выбранных вариантов  $C(X)$ . Естественно,  $C(X) \subseteq X$ .

Формально говоря, функция выбора — это отображение

$$C: 2^A \rightarrow 2^A$$

с ограничением<sup>1</sup>  $C(X) \subseteq X$  для всех  $X \subseteq A$ .

Далее множество всех функций выбора на  $A$  будет обозначаться через  $\mathcal{C}$ . Множество всех непустых функций выбора, т. е. функций, удовлетворяющих условию  $C(X) \neq \emptyset$ , будет обозначаться через  $\mathcal{C}^+$ . Множество всех однозначных функций выбора, т. е. функций, удовлетворяющих условию  $|C(X)|=1$  для всех  $X$ , будет обозначаться через  $\tilde{\mathcal{C}}$ .

Мнение индивидуума относительно вариантов будем описывать бинарным отношением  $P$ ,  $P \subseteq A \times A$ .

Ниже рассматриваются следующие типы бинарных отношений:

- ациклическое, т. е.  $P$  не содержит циклов  $x_1 P x_2 P \dots P x_s P x_1$  никакой длины  $s$ ;
- строгий частичный порядок — ациклическое и транзитивное ( $\forall x, y, z$   $x P y P z \Rightarrow x P z$ ) бинарное отношение;
- слабый порядок — ациклическое, транзитивное и отрицательно транзитивное ( $\forall x, y, z$   $x P y$  &  $y P z \Rightarrow x P z$ ) бинарное отношение;
- линейный порядок — слабый порядок, который удовлетворяет дополнительно условию связности ( $\forall x, y$   $x \neq y \Rightarrow (x P y$  или  $y P x)$ ).

Далее множество всех бинарных отношений на  $A$  будет обозначаться через  $\mathcal{B}$ , множество всех ациклических отношений будет обозначаться через  $\mathcal{AC}$ , строгих частичных порядков — через  $\mathcal{SPO}$ , всех слабых порядков — через  $\mathcal{WO}$ , всех линейных порядков — через  $\mathcal{LO}$ .

<sup>1</sup> В экономике изучаются функции выбора, определенные не на всех подмножествах  $A$ , а на некоторых (выделяемых бюджетными ограничениями). Мы здесь не будем останавливаться на тех особенностях, которые появляются, когда область задания  $C(\cdot)$  отлична от  $2^A$ .

Парадигма рационального выбора связывает функцию выбора индивидуума и его предпочтения по поводу вариантов из  $A$  (задаваемые в виде бинарного отношения  $P$ ) следующим образом: выбираются те варианты, которые «выдерживают сравнение» с другими вариантами в смысле бинарного отношения  $P$ . Формально это записывается следующим образом:

$$C(X) = \{y \in X \mid \exists x \in X : x P y\}. \quad (1)$$

Функция выбора, которая может быть представлена в форме (1) для некоторого  $P$ , называется порождаемой (или рационализируемой) отношением  $P$ .

Иная модель выбора основана на экстремизационной парадигме, согласно которой на  $A$  задается функция полезности  $u$ . Выбор осуществляется максимизацией этой функции, т. е.

$$C(X) = \{y \in X \mid \exists x \in X : u(x) > u(y)\}. \quad (2)$$

Соответствующая функция выбора  $C$  называется порождаемой функцией  $u$ , или однокритериальной функцией выбора.

Обобщением этой модели является модель многокритериального выбора. Считается, что вариантам соответствует вектор критериальных оценок  $\vec{u}$  и рассматриваются различные правила выбора. Одним из них является правило Парето<sup>2</sup>

$$C(X) = \{y \in X \mid \exists x \in X : \forall i = 1, \dots, n \ u_i(x) > u_i(y)\}. \quad (3)$$

Имеет место следующая теорема (см. [9, 12–15, 24, 34, 41, 51, 69, 82, 83, 108, 114]):

**Теорема 1.** а) Класс однокритериальных функций выбора совпадает с классом парно-доминантных функций выбора, порождаемых отношением слабого порядка; б) класс однокритериальных функций выбора при ограничении  $\forall x, y$   $x \neq y \Rightarrow u(x) \neq u(y)$  совпадает с классом функций выбора, порождаемых отношением линейного порядка; в) класс многокритериальных функций выбора с паретовским правилом совпадает с классом функций выбора, порождаемых отношениями строгого частичного порядка.

<sup>2</sup> На самом деле известное правило Парето [104] определяется несколько иначе, однако можно показать его эквивалентность правилу (3) (см. [9]).

## 3. Работы М. А. Айзермана в теории индивидуального выбора

М. А. Айзерман предложил использовать функции выбора в качестве основного средства описания выбора, не ограничиваясь только лишь функциями, которые порождаются максимизацией некоторой функции полезности.

Уже в первой работе по теории выбора, опубликованной в 1977 г. [17], отмечалось, что «идея введения в рассмотрение функций  $C(X)$  привносит в теорию выбора возможности для описания значительно более широкого класса алгоритмов выбора...»

В этой работе, в частности, было рассмотрено следующее характеристическое условие на функции выбора, которое было названо свойством сумматорности:  $\forall X_1, X_2 \subseteq A$

$$C(X_1 \cup X_2) = C(X_1) \cup C(X_2).$$

Рассматривая свойство сумматорности как функциональное уравнение, можно решить его, и такое решение было дано в [17]. Оказалось, что функция выбора, удовлетворяющая условию сумматорности, может быть описана следующим образом:

$$C(X) = X \cap Y^0,$$

где  $Y^0$  — постоянное множество, равное  $C(A)$ .

Таким образом, выбор на любом  $X$  равен пересечению этого  $X$  с множеством вариантов, выбранных из всего  $A$ .

Естественным обобщением таких функций являются кусочно-сумматорные функции. В [17] изучалось несколько типов таких функций, были исследованы их свойства и дано их аксиоматическое описание.

Мы здесь рассмотрим два частных типа таких функций: простейшую кусочно-сумматорную функцию  $C_2^1(\cdot)$  и функцию  $C_2^0(\cdot)$ .

Функция  $C_2^0(\cdot)$  определяется так:  $\forall X$

$$C_2^0(X) = \begin{cases} X \cap Z_1, & \text{если } X \cap Z_1 \neq \emptyset; \\ X \cap Z_2, & \text{если } X \cap Z_2 \neq \emptyset, X \cap Z_1 = \emptyset; \\ \dots \\ X \cap Z_n, & \text{если } X \cap Z_n \neq \emptyset, X \cap \left(\bigcup_{j=1}^{n-1} Z_j\right) = \emptyset, \end{cases}$$

где  $\{Z_1, \dots, Z_n\}$  — разбиение множества  $A$ .

Оказалось, и это нетрудно проверить непосредственно, что функция  $C_2^0(\cdot)$  эквивалентна функции выбора, порождаемой отношением слабого порядка или, в силу теоремы 1, эквивалентна функции выбора, порождаемой максимизацией функции полезности. Этот последний факт был установлен в [17] непосредственно.

Функция  $C_2^1(\cdot)$  определяется следующим образом:  $\forall X$

$$C_2^1(X) = \begin{cases} X \cap Z_1, & \text{если } X \cap Z_1^* \neq \emptyset; \\ X \cap Z_2, & \text{если } X \cap Z_2^* \neq \emptyset, X \cap Z_1^* = \emptyset; \\ \dots \\ X \cap Z_n, & \text{если } X \cap Z_n^* \neq \emptyset, X \cap \left(\bigcup_{j=1}^{n-1} Z_j^*\right) = \emptyset, \end{cases} \quad (4)$$

где  $\{Z_1^*, \dots, Z_n^*\}$  — некоторое разбиение множества  $A$ , а множества  $\{Z_1, \dots, Z_n\}$  являются подмножествами множества  $A$ .

Интересно отметить, что множества  $Z_i^*$ ,  $i = 1, \dots, n$  были названы в [17] управляющими множествами, а сами условия в формуле (4), начинающиеся со слов «если...», были названы «управлениями».

В зависимости от того, как соотносятся множества  $Z_i$  в определении функции  $C_2^1(\cdot)$  между собой и как они соотносятся с множествами  $Z_i^*$ , возникают различные частные случаи таких функций. Один из таких частных случаев был описан в [17] с целью выделения интересного подкласса класса монотонных функций выбора, т.е. таких функций, для которых  $\forall X_1, X_2, X_1 \subseteq X_2$  имеет место  $C(X_1) \subseteq C(X_2)$ .

Другой частный случай изучался в [18, 19]. Оказалось, что если выполнены условия

$$Z_i^* \cap \left(\bigcup_{j=i+1}^n Z_j\right) = \emptyset,$$

$$Z_i = \bigcup_{j=1}^i V_j \setminus \bigcup_{j=i+1}^n Z_j^*, \quad Z_n = V_n, \quad Z_1 = Z_1^*,$$

где  $\{V_j\}_1^n$  — также разбиение  $A$ , то такая функция выбора порождается отношением интервального порядка<sup>3</sup>. Если же последнее ограничение снято, то соответствующая функция выбора порождается отношением бипорядка [1].

<sup>3</sup> Отношение интервального порядка удовлетворяет условию антирефлексивности и условию интервальности [91] ( $xPy \wedge zPw \Rightarrow xPw \vee zPy$ ). Если условие антирефлексивности не выполняется, то соответствующее отношение называется бипорядком.

Дальнейшие обобщения кусочно-сумматорных функций приводят к обобщенным моделям лексикографического выбора.

Отметим здесь, что описание функций выбора, рационализируемых бинарными отношениями, в терминах кусочно-сумматорных функций — до сих пор не решенная и, на наш взгляд, интересная проблема.

Следующий этап работы М. А. Айзермана в теории индивидуального выбора был осуществлен совместно с А. В. Малишевским. Период их совместной работы продолжался с 1975 по 1984 г. За это время ими были построены основания неклассической теории индивидуального выбора. Для того чтобы изложить эти результаты, введем несколько определений.

### 3.1. Функции выбора, удовлетворяющие аксиомам рациональности.

Аксиомы рационального выбора предписывают, как изменяется множество выбранных вариантов  $C(X)$  при различных деформациях множеств  $X$ . Из большого количества таких аксиом, известных в литературе (см. [1, 9, 12–16, 33, 41, 43, 65, 113–117, 124, 125] и библиографию, приведенную в этих работах), мы приведем только четыре.

**Определение 1.** Функция выбора  $C(\cdot)$  удовлетворяет условию

— Наследования (Н), если для любых  $X, X'$

$$X' \subseteq X \Rightarrow C(X') \supseteq C(X) \cap X';$$

— Согласия (С), если для любых  $X', X''$

$$X = X' \cup X'' \Rightarrow C(X) \supseteq C(X') \cap C(X'');$$

— Отбрасывания (О), если для любых  $X, X'$

$$C(X) \subseteq X' \subseteq X \Rightarrow C(X') = C(X);$$

— Аксиоме выбора Эрроу (АСА), если

$$X' \subseteq X \Rightarrow \begin{cases} \text{если } C(X) = \emptyset, & \text{то } C(X') = \emptyset, \\ \text{если } C(X) \cap X' \neq \emptyset, & \text{то } C(X') = C(X) \cap X'. \end{cases}$$

**Теорема 2** (обобщенная теорема А. Сена). *Классы функций выбора, показанные в столбцах таблицы 1, совпадают.*

Таблица 1

Класс функций выбора, рационализируемый	Класс функций выбора, рационализируемый	Область в $\mathcal{C}$
линейным порядком	одним критерием $u$ , при условии $\forall x, y, x \neq y \Rightarrow u(x) \neq u(y)$	АСА в $\hat{\mathcal{C}}$
слабым порядком	одним критерием $u$	АСА в $\mathcal{C}^+$
строгим частичным порядком	вектором критериев и паретовским правилом	$H \cap C \cap O$ в $\mathcal{C}^+$
адьюнктивным отношением	—	$H \cap C$ в $\mathcal{C}^+$
произвольным бинарным отношением	—	$H \cap C$ в $\mathcal{C}$

*Замечание 1.* Выше мы определяли функцию выбора, рационализируемую бинарным отношением; при этом бинарное отношение определялось в строгой версии:  $xRy$ , если вариант  $x$  лучше, чем вариант  $y$ . Вместе с тем в теории выбора столь же употребительным является описание предпочтений в нестрогой версии:  $xBy$ , если вариант  $x$  по меньшей мере столь же «хорош», как и  $y$ . То, в какой версии употребляются эти бинарные отношения, ограничивает их вид. Если бинарные отношения употребляются в строгой версии, то отношение  $P$  должно быть антирефлексивно: вариант  $x$  не может быть лучше себя самого. Естественно, отношение  $P$  должно быть асимметричным — если  $x$  лучше  $y$ , то  $y$  не может быть лучше  $x$ . Если же бинарное отношение употребляется в нестрогой версии, то отношение  $R$  должно быть рефлексивно — вариант  $x$  столь же хорош, как он сам. Очевидно, что если бинарное отношение употребляется в нестрогой версии, то формула (1) не может применяться. В этой ситуации условие рационализируемости функции  $C$  бинарным отношением  $R$  записывают в виде

$$C(X) = \{x \in X \mid \forall y \in X \ xRy\} \quad (5)$$

Два различных представления (1) и (5) функции выбора приводят к следующей проблеме: каким условиям должны удовлетворять отношения  $P$  и  $R$ , чтобы порождать одну и ту же функцию выбора. Исчерпывающий ответ на этот вопрос был дан в [12–15] (см. также [9, 41]).

*Замечание 2.* В [12–15] М. А. Айзерман и А. В. Малишевский предложили универсальный способ описания рационализируемых функций выбора. А именно, они предложили разделять «выходное-выходное» описание выбора, понимаемое в терминах «предъявление—выбор», т. е. в виде функции выбора, и описание выбора с помощью правил, оперирующих с взаимными отношениями между вариантами. Например, функция полезности и бинарное отношение дают примеры такого взаимного отношения между вариантами. Правило выбора оперирует с такой информацией и говорит, какие варианты следует выбирать, например, варианты, доставляющие максимум функции полезности.

Информацию о таких взаимных отношениях в [12–15] было предложено называть структурой и обозначать через  $\sigma$ , а правило выбора обозначалось через  $\pi$ . Пара  $(\sigma, \pi)$  была названа механизмом выбора. Одна и та же функция выбора может порождаться различными механизмами. Например, функция выбора, удовлетворяющая условию АСА, может порождаться структурой

турой  $\sigma$  в виде слабого порядка и правилом выбора недоминируемых вариантов на этом слабом порядке. В то же время она может порождаться структурой  $\sigma$  в виде функции полезности и правилом выбора вариантов, максимизирующим эту функцию полезности. Механизмы, порождающие одну и ту же функцию выбора, естественно называть эквивалентными. Тогда задачи индивидуального выбора сводятся, по существу, к описанию эквивалентных механизмов выбора, порождающих данную функцию.

Такой подход, предложенный в [12–15], позволяет описывать модели выбора единым образом и базируется на единой и универсальной терминологии. На наш взгляд, его использование позволило бы унифицировать систему обозначений, используемую в теории выбора. К сожалению, даже несмотря на положительную оценку этого подхода различными специалистами, он «не прижился», и до сих пор все авторы пользуются своими обозначениями и определениями понятий, известных уже многие десятки лет.

Один из важнейших результатов, полученных М. А. Айзерманом и А. В. Малишевским, позволил четко описать взаимные соотношения классов функций выбора, удовлетворяющих введенным выше аксиомам, и очертить те классы функций, которые удовлетворяют условиям классической рациональности. Надо отметить, что отдельные теоремы, описывающие классы рациональных функций, были известны начиная с работы [111] (см., также, [65, 77, 83]). Вклад М. А. Айзермана и А. В. Малишевского состоит в том, что впервые было получено полное представление о взаимных отношениях исследуемых классов функций. Мы даем ниже это представление.

Каждое из этих условий (Н, С, О и АСА) выделяет в пространстве  $\mathcal{C}$  область, содержащую все функции выбора, удовлетворяющие соответствующему условию, и только такие функции. Далее будем использовать для них те же обозначения Н, С, О и АСА, что и для соответствующих характеристических свойств. Через  $\bar{H}, \bar{C}, \bar{O}$  будем обозначать дополнения областей Н, С, О в  $\mathcal{C}$ . Имеет место

**Теорема 3.** В пространстве  $\mathcal{C}$  свойства Н, С и О независимы в совокупности, т. е. непусты все восемь областей:

$$H \cap C \cap O; \bar{H} \cap C \cap O; \dots; \bar{H} \cap \bar{C} \cap \bar{O}.$$

Свойство АСА является усилением каждого из свойств Н, С и О и область АСА расположена строго внутри пересечения  $H \cap C \cap O$ .

В подпространстве  $\mathcal{C}^+$  сохраняется такое же соотношение между областями Н, С, О и АСА. В подпространстве  $\bar{\mathcal{C}}$  области Н, АСА и О совпадают, образуя область  $\bar{H}-O-ACA$ , причем эта область расположена строго внутри области С:  $\bar{H}-O-ACA \subset C$ .

М. А. Айзерман и А. В. Малишевский обобщили аксиомы Наследования Н и Согласия С следующим образом. Рассмотрим сначала их эквивалентную запись в «потоочной» форме

$$x \in C(X) \Rightarrow x \in \bigcap_{\substack{X' \subset X \\ x \in X'}} C(X');$$

$$x \in \bigcap_{\substack{X' \subset X \\ x \in X'}} C(X') \Rightarrow x \in C(X).$$

Эти условия были названы в [9, 15] соответственно *обратным* и *прямым условиями Сена*. Потребуем теперь выполнения этих условий только на двухэлементных подмножествах  $X$ . Тогда обратное условие Сена запишется в виде

$$C(X) \subseteq \bigcap_{y \in X} C(\{x, y\}),$$

а прямое условие Сена — в виде

$$\bigcap_{y \in X} C(\{x, y\}) \subseteq C(X).$$

Эти условия были названы соответственно *обратным* и *прямым условиями Кондорсе* (соответствующие обозначения —  $\text{Соп}^-$  и  $\text{Соп}^+$ ).

Совместное выполнение этих условий будем называть *принципом Кондорсе* и обозначать через РС.

**Теорема 4** [12–15].  $\text{РС} = \text{H} \cap \text{C}$ , т. е. область функций, удовлетворяющих принципу Кондорсе, совпадает с областью, выделяемой конъюнкцией условий Н и С.

Введение принципа Кондорсе дало мощный инструмент для анализа различных конкретных моделей выбора с точки зрения их классической рациональности.

**3.2. Модели выбора с точки зрения их классической рациональности.** Критерий классической рациональности выбора, принцип Кондорсе, был с успехом применен в [12–15] (см. также [9, 43]) для анализа различных моделей выбора.

\* *Пороговый выбор* [9, 16, 43]. Пусть на  $A$  задана функция полезности  $u$  и на каждом  $X$  задана функция порога  $V(X)$ . Выбираются из  $X$  те варианты  $x$ , для которых значение функции полезности  $u(x)$  не меньше порогового значения  $C(X)$ , т. е.

$$C(X) = \{x \in X \mid u(x) \geq V(X)\}.$$

Было показано, что оба эти условия  $\text{Соп}^-$  и  $\text{Соп}^+$  нарушаются, и было установлено [9, 43], при каких ограничениях на функцию  $V$  эта модель выбора удовлетворяет принципу Кондорсе.

Пороговая функция  $V(\cdot)$  в частных случаях может быть определена как среднее значение на  $X$ , причем это среднее значение может определяться различным образом, например,

$$V(X) = \frac{1}{|X|} \sum_{x \in X} u(x),$$

или

$$V(X) = \frac{1}{2} (\max_{x \in X} u(x) + \min_{x \in X} u(x)).$$

*Выбор «т лучших» по шкале.* На  $A$  задается функция полезности  $u$  (для простоты принимается при  $x \neq y$   $u(x) \neq u(y)$ ), и на каждом  $X$  выбираются  $m$  лучших вариантов по шкале  $u$ . Если в  $X$  меньше чем  $m$  вариантов, то  $C(X) = X$ .

Было показано, что условие  $\text{Соп}^-$  удовлетворяется только при  $m=1$  и  $m = |A|$ . В этих частных случаях функция выбора удовлетворяет условию АСА; более того, во втором случае порождается тривиальная функция выбора:  $C(X) = X$  для всех  $X$ .

*Совокупно-экстремальный выбор* [12–15]. Здесь предполагается, что на  $A$  заданы  $n$  функций полезности  $u_1, \dots, u_n$ , и правило выбора определяется следующим образом:

$$C(X) = \{x \in X \mid \exists i = 1, \dots, n \forall y \in X : u_i(x) \geq u_i(y)\}.$$

Иначе говоря, выбираются варианты, которые максимизируют хотя бы одну функцию  $u_i(\cdot)$ .

Для этой функции выбора было показано, что она всегда удовлетворяет условию  $\text{Соп}^-$ , и было установлено, когда она удовлетворяет условию  $\text{Соп}^+$ .

*Двухступенчатый экстремизационный выбор* [12–15]. В этой модели выбор рассматривается как суперпозиция двух функций выбора  $C(\cdot) = C_2(C_1(\cdot))$ , где  $C_1(\cdot)$  и  $C_2(\cdot)$  — функции, рационализируемые одной или несколькими функциями полезности при экстремизационном правиле выбора (в случае нескольких функций  $u_1(\cdot), \dots, u_n(\cdot)$  используется паретовское правило). В зависимости от того, какая функция используется на первой и второй ступени экстремизации, возникают 4 случая. Так, если на обеих ступенях используется скалярная экстремизация (т. е. задается каждый раз одна функция полезности), то результирующая функция  $C(\cdot)$  принадлежит области АСА. Этот случай может рассматриваться как обобщение

известного лексикографического правила агрегирования. Если же на первой ступени используется скалярная экстремизация, а на второй ступени — векторная с паретовским правилом выбора, то результирующая функция  $C(\cdot)$  принадлежит классу  $\text{Н} \cap \text{С} \cap \text{О}$ . Для двух других случаев было показано, что результирующая функция принадлежит области  $\text{Соп}^+$ , и были найдены условия, когда условие  $\text{Соп}^-$  также выполняется. Оказалось, что эти условия даются в терминах взаимного расположения троек вариантов в критериальных пространствах, определяющих функции  $C_1(\cdot)$  и  $C_2(\cdot)$ .

Таким образом, впервые было показано, что вместо логики парных сравнений в задаче выбора существенную роль могут играть «тернарные» отношения между вариантами.

Аналогичному анализу на предмет выполнения условий классической рациональности была подвергнута турнирная модель выбора. Однако этот анализ отличается значительными техническими трудностями и поэтому мы его не приводим. В дальнейшем турнирная модель изучалась в [26, 88, 127].

**3.3. Функции выбора, рационализируемые гиперграфами.** Как мы уже говорили в предыдущих разделах, подробное исследование классов рациональных функций выбора, предпринятое М. А. Айзерманом и А. В. Малишевским, показало, что эти классы занимают очень ограниченную область в пространстве функций выбора (область  $\text{Н} \cap \text{С}$  в  $\mathcal{C}$ ). Естественный вопрос, который возникает в этой связи, состоит в том, можно ли подыскать объекты более общие, чем бинарные отношения, которыми можно было бы породить функции выбора, не принадлежащие классической области  $\text{Н} \cap \text{С}$ .

Такое исследование привело к описанию функций выбора, порождаемых гиперотношениями. Следующий пример подсказывает, как ввести объекты такого типа.

*Пример.* Пусть  $A = \{x, y, z\}$ , варианты из  $A$  оцениваются по двум критериям  $u_1$  и  $u_2$ , и критериальные оценки вариантов приведены на рис. 1. Рассмотрим правило совокупно-экстремального выбора, т. е. из каждого множества  $X$  выбираются варианты, которые имеют максимальную оценку хотя бы по одному из критериев. Тогда  $C(\{x, y\}) = \{x, y\}$ ,  $C(\{y, z\}) = \{y, z\}$ ,  $C(\{x, z\}) = \{x, z\}$ . Таким образом, все варианты «выдерживают» парные сравнения с другими вариантами. Если следовать логике классически-рационального выбора, выбор на всем  $A$  должен совпадать с  $A$ , однако  $C(A) = \{x, z\}$ . Интерпретировать эту ситуацию мож-



Рис. 1

но, если ввести логику множественного доминирования, т. е. представить себе, что множество  $\{x, z\}$  доминирует вариант  $y$ , хотя ни один из вариантов  $x$  или  $z$  порознь вариант  $y$  не доминирует.

Развитие этой модели привело к рассмотрению так называемых односторонних гиперотношений  $\gamma$ , состоящих из пар вида  $(V, x)$ , где  $V \subseteq A$ , т. е.  $\gamma \subseteq 2^A \times A$ . Объекты такого вида являются прямым обобщением бинарных отношений, которые являются подмножествами декартова квадрата  $A \times A$ .

Рассмотрим теперь функцию выбора, рационализируемую таким гиперотношением, сохраняя в правиле выбора логику доминирования, но уже не одного варианта другим, а доминирования варианта подмножеством вариантов. Такое правило (называемое сильно-доминантным) было введено в [15]:

$$C(X) = \{x \in X \mid \forall V \subseteq X : V \gamma x\}. \quad (6)$$

Оказалось, что любая функция, удовлетворяющая условию Наследования (Н) рационализируема односторонним гиперотношением с использованием правила (6). С другой стороны, любая функция выбора, представимая в виде (6) для какого-нибудь одностороннего гиперотношения, удовлетворяет условию Н.

Использование гиперотношений решающим образом меняет парадигму рационального выбора — вместо парных сравнений вариантов сравниваются множество и вариант; при этом логика доминантного выбора сохраняется.

В [9, 12–15] также были построены гиперотношения, которыми порождаются функции из области  $C$ . На самом деле использовались те же гиперотношения, т. е. односторонние, но правило выбора было несколько изменено. А именно, доминирование рассматривается в несколько иной версии: для того чтобы вариант  $x$  не выбирался из  $X$ , необходимо присутствие в  $X$  другого варианта  $y$ , такого что каждое подмножество  $X$ , содержащее  $y$ , доминирует  $x$ .

Формально,

$$C(X) = \{x \in X \mid \exists y \in X : \forall V \subseteq X (y \in V \Rightarrow V \gamma x)\}. \quad (7)$$

В [15, 43] было показано (см. также [9]), что любая функция из области  $C$  рационализируема односторонним гиперотношением с использованием правила (7) (оно было названо слабо-доминантным). Более того, если функция  $C(\cdot)$  порождается правилом (7) на одностороннем гиперотношении, то она принадлежит области  $C$ . Были изучены различные специальные случаи односторонних гиперотношений — обобщенно-транзитивные, агиперциклические и т. д. Это позволило описать гиперотношения, которые порождают функции из различных областей в  $\tilde{C}$  и  $C^*$ .

Для функций из области  $O$  использования односторонних гиперотношений уже не достаточно — требуется использовать гиперотношения общего вида, состоящие из пар  $(V, W)$ ,  $V, W \subseteq A$ . Для этих гиперотношений вводится условие корректности, требующее, чтобы на каждом подмножестве  $X$  число недоминируемых элементов в гиперотношении  $\gamma$  не превышало 1. Тогда для гиперотношения  $\gamma_c$ , удовлетворяющего условию корректности, правило выбора записывается следующим образом:

$$C(X) = \{Y \in 2^X \mid \exists V \in 2^X : V \gamma_c Y\}. \quad (8)$$

Отметим, что правило (8) опять же сохраняет логику доминантного выбора, но уже при использовании гиперотношения самого общего вида.

*Замечание.* Выше мы определили гиперотношение по аналогии со строгими предпочтениями. Их можно определить и по аналогии с нестрогими предпочтениями с сохранением взаимосвязи между ними, как это имеет место для классических предпочтений (см. [9]).

В заключение этого раздела отметим, что работы М. А. Айзермана и А. В. Малишевского по рационализуемости функций выбора нашли продолжение в активно развивающейся сейчас области, связанной с ранжированием допустимых множеств (см., например, [103]).

**3.4. Функции выбора, удовлетворяющие условию независимости от пути.** В 1973 г. Ч. Плотт ввел [107] в рассмотрение аксиому рациональности, которая затем исследовалась в значительном числе работ. Эта аксиома, названная им условием независимости от пути, записывается следующим образом:  $\forall X_1, X_2$

$$C(X_1 \cup X_2) = C(C(X_1) \cup C(X_2)).$$

Если это условие нарушается, то можно найти в  $A$  такие два подмножества  $X_1$  и  $X_2$ , что предъявив их порознь, осуществив выбор из них и используя в качестве следующего предъявления объединение выбранных так вариантов, можно получить иной результат, чем при однократном предъявлении множества  $X = X_1 \cup X_2$ .

Свойства функций Плотта изучались в значительном числе работ (см., например, [54, 58, 74, 84, 85, 92, 98, 105]). Непосредственно видно, что функции Плотта являются прямым обобщением сумматорных функций, о которых речь шла выше (см. [17]).

В 1977 г. М. А. Айзерман и А. В. Малишевский опубликовали следующие два фундаментальных результата, которые полностью определили структуру и свойства функций, удовлетворяющих условию «независимости от пути» [12, 14, 43].

Во-первых, было показано, что это условие является конъюнкцией условий Наследования (Н) и Отбрасывания (О), т. е. функции, не зависящие от пути, заполняют область  $H \cap O$  в  $S$ . Было показано также, что для любой функции  $C(\cdot)$  из этой области можно найти некоторое число  $s$  функций  $C_i(\cdot)$ ,  $i = 1, \dots, s$  удовлетворяющих условию АСА, так что исходная функция может быть представлена как объединение функций  $C_i(\cdot)$ , т. е.

$$C(\cdot) = \bigcup_{i=1}^s C_i(\cdot). \quad (9)$$

Имеет место также обратная теорема: объединение любого числа функций из области АСА представляет собой функцию из области  $H \cap O$ .

Значение этих результатов трудно переоценить. Во-первых, если вспомнить о том, что каждая функция  $C_i(\cdot)$  из области АСА рационализируема функцией полезности  $u_i$ , в рассмотрение была введена новая модель выбора — совокупно-экстремальная, как ее назвали авторы [12, 43]. Согласно этой модели выбор состоит из объединения вариантов, которые доставляют экстремум хотя бы одной функции полезности  $u_i$ . Эта модель выбора отличается от известной модели выбора Парето-оптимальных вариантов и, что важно, с ее помощью описываются все функции из неклассического пересечения  $H \cap O$ .

Во-вторых, выражение (9) может рассматриваться как представление «сложной» (из области  $H \cap O$ ) функции выбора  $C(\cdot)$  через систему «простых» (из области АСА) функций  $C_i(\cdot)$ . Тогда возникают естественные вопросы о минимальном числе членов  $s$  в разложении (9) функции  $C(\cdot)$ , о построении такого представления для функций из подклассов класса  $H \cap O$ , в частности, для класса  $H \cap C \cap O$ .

Эти задачи были решены в серии работ [9, 22, 23, 32, 41]. Более того, представление (9) было обобщено таким образом:

$$C(\cdot) = \bigcup [Z_i \cap C_i(\cdot)], \quad (10)$$

где  $Z_i \subseteq A$  играют роль постоянных коэффициентов в разложении (10), и  $C_i(\cdot)$  принадлежат области АСА.

Было показано (см. [9, 41]), что таким представлением обладают функции из области Н.

Отметим, что условие независимости от пути было обобщено для операторов замыкания (т. е. для операторов, которые не сужают, а наоборот, расширяют выбранное множество), и была установлена взаимосвязь между операторами замыкания и функциями выбора, не зависящими от пути. В этих исследованиях [50, 75, 87, 97] принципиальную роль играет установленное в [12] представление (9).

**3.5. Псевдокритериальный выбор.** Последние несколько лет своей жизни М. А. Айзерман занимался, в частности, проблемами обобщения моделей индивидуального выбора. В отличие от классического случая, когда для каждого предъявления  $X$  из множества вариантов  $A$  функция выбора определяет, какие варианты выбираются, М. А. Айзерманом совместно с Б. М. Литваковым в [11, 42] было предложено каждому варианту  $x$  в  $X$  ставить в соответствие функцию  $f_x(x)$ . Эта функция может трактоваться как степень «выбранности» варианта  $x$  из множества  $X$ ; она принимает значения между 0 и некоторым целым числом  $k$ . Таким образом определяется отображение  $\psi$  предъявлений  $X$  в систему функций  $f_x(x)$ , которое было названо в [10–12] псевдокритерием.

Классическая функция выбора может интерпретироваться как специальный случай псевдокритерия, когда для любого  $X$  функция  $f_x(x)$  принимает два значения: 0 или  $k$ . В то же время псевдокритерий может рассматриваться как обобщение функций принадлежности в теории нечетких множеств. А именно, в этой теории функции принадлежности  $\mu$  определяются для всего множества  $A$ .

*Пример.* Оценки Борда в задаче коллективного выбора. Рассмотрим индивидуальные упорядочения 4-х избирателей относительно вариантов из множества  $A = \{a, b, c, d\}$  приведенные в таблице 2.

Таблица 2

1-й избиратель	2-й избиратель	3-й избиратель	4-й избиратель
a	d	c	a
b	a	d	c
c	b	a	b
d	c	b	d

Этим вариантам в каждой ранжировке приписывается число, равное рангу варианта. Так, в первой и четвертой ранжировках вариант  $a$  будет иметь ранг 4, во второй ранжировке  $a$  будет иметь ранг 3, в третьей — ранг 2. Оценки Борда каждого варианта представляют собой сумму его рангов.

Тогда оценка Борда варианта  $a$  будет равна 13, варианта  $b$  — 8, варианта  $c$  — 10 и варианта  $d$  — 9. Это можно записать как значение псевдокритерия  $f_a(a) = 13$ ,  $f_a(b) = 8$ ,  $f_a(c) = 10$  и  $f_a(d) = 9$ .

Рассмотрим теперь ранжировки на множестве  $X = \{a, b, d\}$ , т. е.

Таблица 3

1-й избиратель	2-й избиратель	3-й избиратель	4-й избиратель
a	d	d	a
b	a	a	b
d	b	b	d

Тогда,  $f_x(a) = 10$ ,  $f_x(b) = 6$ ,  $f_x(d) = 8$ . Таким образом, оценки Борда на различных предъявлениях  $X$  определяют псевдокритерий  $\{f_x(x)\}$ .

В [11, 42] была построена теория псевдокритериев, включающая аксиоматическое выделение классов псевдокритериев, графовые модели их порождения, операции над псевдокритериями.

Мы изложим здесь несколько основополагающих результатов этой теории. Более подробное изложение результатов можно найти в [10].

Рассмотрим характеристическую функцию множеств  $F_x(x)$ , которая определяется следующим образом

$$F_x(x) = \begin{cases} k, & \text{если } x \in X, \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Рассмотрим теперь следующие аксиомы:

Монотонность (M $\Psi$ ):  $X' \subseteq X \Rightarrow f_{X'}(x) \leq f_X(x)$ ;

Наследование (H $\Psi$ ):  $X' \subseteq X \Rightarrow f_{X'}(x) \geq \min[f_X(x), F_{X'}(x)]$ ;

Согласие (C $\Psi$ ):  $X = X' \cup X'' \Rightarrow \min[f_{X'}(x), f_{X''}(x)] \leq f_X(x)$ .

В [10, 11, 42] были определены также «псевдокритериальные» аналоги условия Отбрасывания (O) и Аксиомы выбора Эрроу (ACA), однако мы их не приводим.

Как и в классическом случае, было показано, что псевдокритерий  $\Psi$ , который удовлетворяет условиям Наследования H $\Psi$  и Согласия C $\Psi$ , порождается оптимизацией на некотором графе. Был введен граф G, вершины которого соответствуют вариантам, а дуги несут «веса»  $\mu_{xy}$  с ограничением  $0 \leq \mu_{xy} \leq k$ . Было показано, что для любого псевдокритерия  $\Psi = \{(X, f_x(x))\}$ , который удовлетворяет свойствам H $\Psi$  и C $\Psi$ , функции  $f_x(x)$  могут быть определены следующим образом:

$$f_x(x) = \begin{cases} \min_{x'} (k - \mu_{xx'}), & \text{если } x \in X, \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases} \quad (11)$$

Обратно, было показано, что любой псевдокритерий, который определяется в виде (11), удовлетворяет условиям H $\Psi$  и C $\Psi$ . Таким образом, была установлена полная аналогия между классической рациональностью функций выбора (рационализированностью функций бинарными отношениями) и рациональностью псевдокритериев.

В [10, 11, 42] были изучены свойства взвешенного графа G, которые выделили интересные подклассы псевдокритериев. В частности, было введено свойство обобщенной транзитивности

$$\mu_{xy} \geq \min(\mu_{xz}, \mu_{zy}),$$

и обобщенной регулярности

$$\mu_{xy} \geq \min(\mu_{yz}, \mu_{yx}).$$

Наконец, были изучены операции над псевдокритериями аналогично тому, как это делалось для функций выбора. Рассматривались две основные операции: объединение и пересечение, которые определялись так:

$$\text{Объединение: } \Psi = \Psi^1 \oplus \Psi^2 \Leftrightarrow f_\Psi(x) = \max[f_{\Psi^1}(x), f_{\Psi^2}(x)];$$

$$\text{Пересечение: } \Psi = \Psi^1 \otimes \Psi^2 \Leftrightarrow f_\Psi(x) = \min[f_{\Psi^1}(x), f_{\Psi^2}(x)].$$

Было показано, в частности, что область H $\Psi \cap$  C $\Psi$  замкнута относительно операции «пересечения», а область H $\Psi$  замкнута относительно обеих операций  $\oplus$  и  $\otimes$ . Эти результаты представляют собой прямой аналог утверждений, полученных для функций выбора, когда в качестве операций рассматриваются обычные теоретико-множественные операции  $\cup$  и  $\cap$ .

Развитый подход позволил переформулировать понятие рациональности для широких классов процедур, таких как процедуры, основанные на подсчете очков, в частности, турнирные процедуры. В дальнейшем в [10, 89] были исследованы обобщения псевдокритериальных моделей — так называемые псевдографовые модели.

#### 4. Работы М. А. Айзермана в теории коллективного выбора

Процедуры голосования известны с античных времен. Плутарх в «Жизнеописаниях» дал пример двух процедур, которые использовались в IX в. до н. э. Начало теории голосования принято относить к XVIII в., когда два академика Французской Академии наук Борда и Кондорсе предложили свои процедуры построе-

ния коллективных решений [60, 66]. Кондорсе, кроме того, построил замечательный пример, показывающий, что правило простого большинства может приводить к неразрешимым парадоксам. Приведем этот пример.

Пусть группа из трех избирателей оценивает три альтернативы  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Для первого избирателя  $x$  предпочтительнее, чем  $y$ , а  $y$  предпочтительнее чем  $z$  (и, тем самым,  $x$  предпочтительнее, чем  $z$ ). Условно это обозначается как  $x > y > z$ . Для второго и третьего избирателя предпочтения выглядят как  $z > x > y$  и  $y > z > x$ , соответственно. Если считать, что одна альтернатива более предпочтительна, чем другая, для общества в целом, если это соотношение имеет место для двух (т. е. простого большинства) избирателей, то из указанных индивидуальных предпочтений мы получим следующее коллективное предпочтение  $x > y > z > x$ , т. е. для общества  $x$  лучше (предпочтительнее), чем  $y$ ,  $y$  лучше, чем  $z$ , а  $z$ , в свою очередь, лучше, чем  $x$ .

Этот результат, называемый Парадоксом Кондорсе, или Парадоксом голосования, стимулировал значительное число исследований, предпринятых с целью предложить новые правила, которые позволяют избежать таких парадоксов. Среди ученых, внесших свой вклад в эту область, укажем Льюиса Кэрролла (автора книг об Алисе) и Э. Нансона (см. [70, 102]).

Следующий решающий шаг в теории голосований был сделан в 1951 году Кеннетом Эрроу, который переформулировал и решил задачу в иных терминах [52]. А именно, К. Эрроу вместо того, чтобы рассматривать конкретные правила, как это делалось до него, сформулировал условия, которым, казалось бы, должна удовлетворять любая разумная процедура голосования. Затем он попытался описать явно процедуру, которая должна удовлетворять этим условиям, и получил неожиданный результат — условия оказались несовместными. Этот результат, часто называемый парадоксом Эрроу, или Теоремой о невозможности, стал основополагающим для теории голосований.

В своей модели К. Эрроу описывал ситуацию, когда  $l$  избирателей выражают свое мнение о вариантах из конечного множества  $A$  в виде предпочтения, т. е. в виде бинарных отношений. Задача состоит в том, чтобы найти правило, которое описывается посредством некоторых «внешних» условий и которое перерабатывает индивидуальные бинарные отношения в бинарное отношение коллектива<sup>4</sup>.

<sup>4</sup> В своей знаменитой монографии [52] К. Эрроу рассматривал случай, когда индивидуальные бинарные отношения «перерабатывались» в коллективную функцию выбора. Однако дополнительно предполагалось, что функция коллективного выбора рационализируема бинарным отношением. Тогда, как было показано в [56, 57, 114], задача сводится к построению коллективного бинарного отношения по индивидуальным бинарным отношениям.

Основное из условий, которое использовал К. Эрроу, — это условие независимости от посторонних альтернатив. Это условие предопределяет локальную «работку» информации о парах альтернатив в процедурах голосования<sup>5</sup>.

**4.1. Общая постановка задачи аксиоматического синтеза процедур голосования.** Нарушая несколько порядок, в котором были выполнены работы М. А. Айзермана в теории коллективного выбора, мы дадим сначала общую постановку задачи синтеза, сформулированную в [8, 40].

Задача о синтезе процедур коллективного выбора исследуется в трех различных постановках. Общим для всех трех является рассмотрение правила коллективного выбора как оператора, отображающего  $l$  «индивидуальных мнений избирателей» в одно «решение коллектива». Различие между этими постановками задачи состоит в определении того, что принимается в качестве мнений избирателей и решения коллектива — бинарные отношения или функции выбора.

Для того чтобы описать эти постановки задач, введем три пространства, обозначив их  $\Pi_I$ ,  $\Pi_{II}$  и  $\Pi_{III}$  (рис. 2).

Элементы этих пространств обозначим  $\pi_I$ ,  $\pi_{II}$  и  $\pi_{III}$  и назовем их правилами коллективного выбора (голосования) первого, второго и третьего типа соответственно<sup>6</sup>.

Совокупность мнений избирателей называется профилем. Профиль далее будет обозначаться через  $\{P_1, \dots, P_n\} = \bar{P}$ ,  $\{C_1(\cdot), \dots, C_n(\cdot)\} = \bar{C}$ .

Правило  $\pi_I \in \Pi_I$  осуществляет отображение профиля избирателей  $\{P_i\}$  в бинарное отношение коллектива  $P$ :

$$\bar{P} \rightarrow P.$$

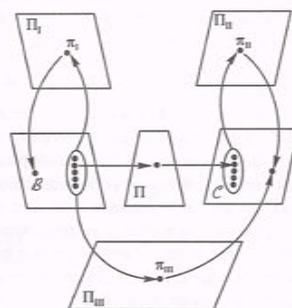


Рис. 2

<sup>5</sup> Нелокальные модели см. в [55, 62, 63, 67, 76, 78, 80].

<sup>6</sup> Постановка задачи, при которой мнения избирателей формализуются в виде функций выбора, а коллективное решение ищется в виде бинарного отношения, в литературе не рассматривалась. Это связано с тем, что, допуская представление мнений избирателей в столь общем виде как функция выбора, было бы бессмысленно искать коллективное мнение в таком частном виде как бинарное отношение, хотя бы даже достаточно общего вида.

При такой постановке задачи молчаливо предполагается, что задано также и правило  $\pi$ , и что оно в равной мере применимо ко всем отношениям  $P$ , и профиля и к коллективному отношению  $P$ , и лишь в этом смысле правило  $\pi$ , косвенно определяет «оператор коллективного выбора».

В отличие от правила  $\pi$ , в определении правила  $\pi_{II}$  понятие «бинарное отношение» вообще не используется. Правило  $\pi_{II} \in \Pi_{II}$  отображает профиль избирателей  $\bar{C}_i$  в коллективную функцию выбора  $C(\cdot)$ :  $\bar{C} \rightarrow C(\cdot)$ , т.е. непосредственно отображает выбор избирателей в выбор коллектива, являясь, таким образом правилом коллективного выбора в точном смысле этого термина.

Наконец, правило  $\pi_{III}$  определяется как расширение понятия о правиле выбора  $\pi$ , введенном для описания индивидуального выбора: предполагается, что  $\pi_{III}$  — это правило выбора, применимое не только к бинарному отношению  $P$ , но и к профилю  $\bar{P}$ , рассмотренному «как целое», и осуществляющее отображение его в функцию выбора коллектива

$$\bar{P} \rightarrow C(\cdot).$$

Иначе говоря, для каждого  $X \subseteq A$  правило  $\pi_{III} \in \Pi_{III}$  по профилю  $\bar{P}$  строит выбранное множество, т.е. отображает пару  $(\bar{P}, X)$  в коллективный выбор  $Y \in X$ .

Во всех трех случаях рассматриваются классы правил  $\pi$ ,  $\pi_{II}$  и  $\pi_{III}$ , удовлетворяющие некоторому набору дополнительных условий, которые формулируются для них сходным образом.

Основным является условие локальности. Оно в такой мере важно и специфично для систем голосования, что его удобно выделить и ввести в определение всех трех пространств: далее мы будем считать, что пространства  $\Pi$ ,  $\Pi_{II}$  и  $\Pi_{III}$  содержат только локальные правила  $\pi$ ,  $\pi_{II}$  и  $\pi_{III}$  соответственно.

Условие локальности для пространства  $\Pi$  поясним на примере. Локальное правило  $\pi \in \Pi$  решает вопрос о том, верно ли для выстраиваемого коллективного отношения  $P$ , что  $xRu$ , только в зависимости от того, верно или неверно для каждого из  $xRu$ . Иначе говоря, при решении вопроса о том, верно ли  $xRu$ , информация о мнении избирателей относительно других упорядоченных пар вариантов во внимание не принимается. Например, для правила единогласия считается, что коллективное отношение  $P$  содержит  $xRu$ , если и только если  $xRu$  для всех избирателей ( $i = 1, \dots, n$ ).

Для пространства  $\Pi_{II}$  условие локальности вводится иначе: локальное правило  $\pi_{II}$  «решает» вопрос, включить ли вариант  $u \in X$  в коллективный выбор, только используя информацию о том, включают ли в свой выбор этот вариант  $u$  избиратели, и это решение не зависит как-либо от того, как «относятся» избиратели к другим вариантам из  $X \setminus \{u\}$  и, тем более, к другим вариантам из  $A$ .

Для правил из  $\Pi_{III}$  в литературе встречаются различные определения локальности. Так, например, локальным называют правило  $\pi_{III}$ , которое включает вариант  $u$  в выбор из множества  $X$ , если  $u$  является доминирующим вариантом по бинарным отношениям определенного числа избирателей. Иные определения можно найти в [101, 106, 112].

Основной поток публикаций по синтезу правил голосования посвящен локальным правилам<sup>7</sup>. Поэтому удобно, как говорилось выше, включить требование локальности в определение пространств  $\Pi$ ,  $\Pi_{II}$  и  $\Pi_{III}$ , каждый раз точно определяя это понятие.

Далее речь идет только о пространствах локальных правил. В каждом из таких пространств могут быть выделены области локальных правил, удовлетворяющих некоторым дополнительным условиям «разумности» или «естественности» правил коллективного выбора. Эти условия обычно называют нормативными. Обозначим эти области в  $\Pi$ ,  $\Pi_{II}$  и  $\Pi_{III}$  соответственно через  $\Pi_{IV}$ ,  $\Pi_{IVII}$  и  $\Pi_{IVIII}$ . Во всех трех пространствах области типа  $D$  вводятся сходным образом: формулируются несколько условий (характеристические свойства правила); каждое из них выделяет область в  $\Pi_i$ ; пересечение таких областей в каждом пространстве  $\Pi_i$  ( $i = I, II, III$ ) рассматривается как область  $\Pi_{iD}$ . Ниже приведен пример набора из четырех характеристических условий<sup>8</sup> для правил из  $\Pi_i$ :

1. Принцип единогласия (принцип Парето). Если все избиратели считают, что  $xRu$ , то и коллективное бинарное отношение должно содержать  $xRu$ .
2. Монотонность. Если при некотором профиле  $\{P_i\}$  коллективное решение было  $xRu$  и если в профиле  $\{P'_i\}$  множество избирателей, считающих, что  $xR'u$  не уже, чем в профиле  $\{P_i\}$ , то коллективное решение также будет  $xR'u$ .
3. Нейтральность. Правило определяет коллективное отношение между любой парой вариантов по индивидуальным отношениям одним и тем же способом, т.е. не выделяет вперед как-либо специально какие-либо пары вариантов. Так, например, нейтральность нарушается, если для избрания на какую-либо должность мужчины или женщины нужно разное число голосов, либо если правило действует различным образом, учитывая расовые, религиозные или другие подобные характеристики кандидатов.

<sup>7</sup> Задачи аксиоматического синтеза для нелокальных правил решались в основном для операторов типа «максимум голосов» или «одобряющее голосование» (см., например [29, 63, 93]).

<sup>8</sup> В литературе приводятся различные иные варианты характеристических условий и доказываются теоремы, устанавливающие взаимное расположение выделяемых ими областей с областями, выделяемыми условиями 1–4.

4. Анонимность (свойство симметрии). Правило нейтрально к избирателям, т. е. учитывает мнение любого из них. Так, например, правило не должно учитывать различие в должностном положении избирателей, приписывая в зависимости от этого разным избирателям различное число голосов.

Все эти условия в пределах изучаемой модели представляются равно обязательными для любого «разумного» правила голосования в каждом из пространств  $\Pi_I, \Pi_{II}$  и  $\Pi_{III}$ . Каждое из условий выделяет область в соответствующем пространстве  $\Pi_i$ . Назовем пересечение областей, выделяемых условиями 1, 2 и 3, — Центральной областью, а ту часть центральной области, в которой операторы удовлетворяют дополнительно условию 4, — Симметрично-Центральной областью.

Ранее, вводя в рассмотрение классы в пространствах  $\Pi_i (i = I, II, III)$  указанием нормативных условий на правила, мы предполагали, что профиль  $\{P_i\}$  или  $\{C_i(\cdot)\}$  избирателей может состоять из любых бинарных отношений или любых функций выбора, и мы не накладывали каких-либо дополнительных условий на вид коллективных решений  $P$  или  $C(\cdot)$ .

Рассмотрим теперь иной способ выделения классов в  $\Pi_i (i = I, II, III)$ . Пусть все избиратели используют бинарные отношения  $P_i$  или функции  $C_i(\cdot)$  из таких областей, которые удовлетворяют некоторым естественным требованиям. Например, бинарные отношения  $P_i$  могут быть ациклическими, а функции выбора  $C_i(\cdot)$  — удовлетворяющими условию Н. Тогда, используя бинарные отношения  $P_i$  или функции  $C_i(\cdot)$  из таких классов, естественно требовать, чтобы коллективное решение  $P$  или  $C(\cdot)$  также было из тех же областей, — только в этом случае коллективное решение удовлетворяет тем же требованиям «разумности», которые приняты для индивидуальных мнений избирателей. Ограничения такого рода принято называть ограничениями рациональности.

Ограничения рациональности приводят к понятию областей задания  $Q_d$  и значений  $Q_c$  процедур голосования. Для правил  $\pi_i$  областями задания и значений  $Q_d$  и  $Q_c$  служат подобласти пространства  $\mathcal{B}$  всех бинарных отношений; для  $\pi_{II}$  области  $Q_d$  и  $Q_c$  являются подобластями пространства  $\mathcal{C}$ , а для  $\pi_{III}$  — области  $Q_d$  и  $Q_c$  отвечают условиям  $Q_d \subseteq B$  и  $Q_c \subseteq C$ . Очевидно, что не любыми правилами  $\pi_I, \pi_{II}$  и  $\pi_{III}$  можно осуществить соответствующее отображение  $Q_d \rightarrow Q_c$ . Поэтому в пространствах  $\Pi_i$  естественным образом выделяются классы  $S_i$ , состоящие из правил, которые осуществляют соответствующее отображение. Области  $S_i (i = I, II, III)$  назовем областями ограниченности соответствующих правил  $\pi_i$ . В каждом из соответствующих пространств эти области ограниченности расположены по отношению к Центральной или Симметрично-Центральной областям некоторым образом: эти области могут совпадать, могут быть вложенными друг в друга, пересекаться или не иметь общих точек.

Для правил первого и второго типа области  $Q_d$  и  $Q_c$  принадлежат одному и тому же пространству ( $\mathcal{B}$  или  $\mathcal{C}$ ) и всегда принимается, что соответствующие области  $Q_d$  и  $Q_c$  связаны соотношением  $Q_d \subseteq Q_c$ , т. е. «мнения», допустимые в качестве индивидуальных, допустимы и в качестве коллективных.

Сформулируем теперь задачу синтеза правил коллективного выбора.

Пусть область  $Q_i (Q_{II}$  и  $Q_{III})$  как-либо зафиксирована. Требуется найти в пространстве  $\Pi_i$  (соответственно в  $\Pi_{II}$  или  $\Pi_{III}$ ) правило  $\pi_i$ , которое принадлежит пересечению Симметрично-Центральной (или хотя бы Центральной) области и области ограниченности  $S_i$ , определяемой этими  $Q_i$ . На рис. 3 показана условно такая ситуация для операторов первого типа (из пространства  $\Pi_I$ ). На этом рисунке принято, что  $Q_d = Q_c$  и что область ограниченности  $S_i$  имеет с центральной областью в пространстве  $\Pi_I$  непустое пересечение.

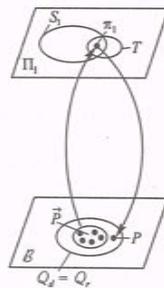


Рис. 3

4.2. Реляционные правила голосования. В рамках программы по изучению процедур коллективного выбора в 1983 г. была опубликована первая совместная работа М. А. Айзермана и Ф. Т. Алескерова [5] в этой области. В ней рассматривались правила коллективного выбора, «перерабатывающие» индивидуальные бинарные отношения в коллективные бинарные отношения. Локальность правила определялась следующим образом: включение пары  $(x, y)$  в коллективное отношение  $P$  зависело только от наличия или отсутствия пар  $(x, y)$  в индивидуальных отношениях  $P_i$ . Это условие было уже известно в литературе (см. [34, 62, 68, 86, 93, 96, 99]) под названием условия строгой бинарности. В [5] были полностью изучены правила из Центральной области, а также правила, удовлетворяющие различным ограничениям рациональности (структурным ограничениям), и был проведен сопоставительный анализ этих правил.

Мы далее дадим несколько формальных определений и опишем известные и оригинальные результаты.

Постановка задачи: Пусть  $A$  — множество вариантов, каждый избиратель «оценивает» варианты из  $A$  в виде бинарного отношения  $P_i$  и, более того, предполагается, что это отношение  $P_i$  — линейный порядок<sup>9</sup>.

<sup>9</sup> На самом деле в [5] рассматривались индивидуальные бинарные отношения более общего вида, однако изложение здесь таких моделей не представляется возможным из-за технических сложностей.

Процедура голосования  $F$  отображает профиль избирателей  $\bar{P} = \{P_i\}_{i \in N}$  в коллективное же бинарное отношение  $P \in \mathcal{B}$ , где  $\mathcal{B}$  — множество всех бинарных отношений на  $A$ .

Условие локальности: Пусть  $V(x, y; \bar{P}) = \{i \in N \mid x P_i y\}$  — множество избирателей, которые включают пару  $(x, y)$  в свои предпочтения  $P_i$ . Правило  $F$  называется строго локальным, если для любой пары  $(x, y)$  и любых профилей  $\bar{P}$  и  $\bar{P}'$  из  $V(x, y; \bar{P}) = V(x, y; \bar{P}')$  следует  $(x, y) \in P$  если и только если  $(x, y) \in P'$ , где  $P$  и  $P'$  коллективные бинарные отношения, полученные из профилей  $\bar{P}$  и  $\bar{P}'$  соответственно.

Нормативные условия. Мы здесь рассмотрим только несколько таких условий. В [5] был рассмотрен гораздо более обширный список нормативных условий.

Незавязанность. Для любой пары  $(x, y)$  существует а) профиль  $\bar{P}$  такой, что  $(x, y) \in P$ , где  $P = F(\bar{P})$ ; б) профиль  $\bar{P}'$  такой, что  $(x, y) \notin P'$ , где  $P' = F(\bar{P}')$ .

Условие незавязанности устанавливается, что правило коллективного выбора не исключает заранее (без учета мнений избирателей) какую-либо пару  $(x, y)$  из коллективного выбора. Аналогичным образом, никакая пара не включается заранее в коллективное решение  $P$ .

Монотонность. Пусть  $\bar{P}$  и  $\bar{P}'$  — два профиля, и известно, что пара  $(x, y)$  принадлежит  $P = F(\bar{P})$ . Пусть  $V(x, y; \bar{P}') \subseteq V(x, y; \bar{P})$ , т. е. множество избирателей в профиле  $\bar{P}'$ , которые предпочитают  $x$  варианту  $y$ , не сузилось. Тогда имеет место  $x P' y$ .

Нейтральность. Если одно и то же множество избирателей голосует за пары  $(x, y)$  и  $(z, w)$ , т. е. включает их в свои отношения  $P_i$ , то эти пары должны одновременно включаться или не включаться в коллективное отношение  $P$ . Иначе говоря, имена кандидатов (пар) не имеют значения для процедуры коллективного выбора — важно, какое множество избирателей проголосовало за эти пары.

Анонимность. Имена избирателей не имеют значения для процедуры коллективного выбора, т. е. каждый наделен равным влиянием на коллективное решение.

Эти условия представляются равно естественными для любой процедуры коллективного выбора. Назовем Центральной областью в пространстве (множестве) всех локальных правил такой класс, правила из которого удовлетворяют условиям Незавязанности, Монотонности и Нейтральности. Симметрично-Центральной

областью назовем ту часть Центральной области, правила из которой удовлетворяют дополнительно условию Анонимности. В качестве примера правила из Симметрично-Центральной области приведем правило Единогласия: пара  $(x, y)$  включается в коллективное решение  $P$ , если  $(x, y)$  включается во все индивидуальные отношения  $P_i$ . Очевидно, что отношение  $P$  в этом случае может быть записано как

$$P = \bigcap_{i \in N} P_i.$$

В [5] были полностью описаны локальные правила как общего вида, так и удовлетворяющие различным нормативным условиям. Мы приведем это описание только для правил из Центральной и Симметрично-Центральной области.

Простейший тип правила из Центральной области — это диктаторское правило, т. е. правило, при котором коллективное решение совпадает с одним из индивидуальных. Формально,

$$P = P_{i^*}, \quad i^* \in N.$$

Некоторым обобщением диктаторского правила является олигархическое правило: есть выделенная группа избирателей, и коллективное решение совпадает с единоголосным решением членов этой группы. При этом мнения избирателей, не входящих в эту группу, не учитываются. Формально,

$$P = \bigcap_{i \in w} P_i, \quad w \subseteq N.$$

Наконец, самый общий вид правил из Центральной области определяется наличием нескольких олигархий, так что коллективное решение является объединением мнений олигархий. Такое правило называется федерационным и записывается следующим образом:

$$P = \bigcup_{j=1}^s \bigcap_{i \in w_j} P_i,$$

где  $w_j \subseteq N$ ,  $j = 1, \dots, s$ .

Имеет место следующая общая теорема:

**Теорема 5** [5, 34]. *Класс федерационных правил совпадает с Центральной областью в пространстве локальных реляционных правил  $\Pi_1$ .*

В [5] была полностью изучена структура Центральной области, описаны все (не только олигархические и диктаторские) частные случаи федерационных правил.

Если же обратиться теперь к правилам из Центральной области, то можно легко показать, что федерационные правила при выполнении условия Анонимности являются правилами  $k$ -большинства: пара  $(x, y)$  включается в коллективное решение, если не менее  $k$  избирателей включают ее в свои индивидуальные бинарные отношения.

Имеет место

**Теорема 6** [5, 34]. *Класс правил  $k$ -большинства совпадает с Симметрично-Центральной областью.*

Далее в [5] были изучены локальные правила, отвечающие различным ограничениям рациональности.

В качестве области значений правила коллективного выбора наряду с известными и общеупотребительными классами линейных порядков  $\mathcal{LQ}$ , слабых порядков  $\mathcal{WQ}$  строгих частных порядков  $\mathcal{SPQ}$  адиклических отношений  $\mathcal{AK}$ , были изучены также  $l$ -адиклические отношения и одностоковые отношения.

$l$ -адиклические отношения рассматривались в связи с возможным ослаблением парадигмы рационального выбора, поскольку в этих отношениях допускается наличие циклов длины  $l+1$  и выше, в то время как циклы длины  $l$  и меньше запрещены.

Одностоковые отношения ( $\mathcal{S}$ ) были введены в связи с аналогией с задачей динамического голосования (см. [3, 71]). А именно, считалось, что каждый избиратель представляет свое мнение относительно вариантов в виде орграфа, в котором есть выделенная вершина  $x$ , и существует путь из  $x$  в любую другую вершину  $y$ . Кроме того, ни из одной вершины  $w$  в  $x$  дуга не идет. В этой модели представления индивидуальных мнений вершина  $x$  соответствует наиболее предпочтительному (идеальному) варианту.

В [5] был проведен полный анализ правил, удовлетворяющих этим ограничениям рациональности.

Мы опишем далее взаимные соотношения классов правил, выделенных ограничениями рациональности, Центральной и Симметрично-Центральной области. Соответствующие результаты приведены в теореме 7.

**Теорема 7.** *Пересечение классов правил, отвечающих различным ограничениям рациональности и показанных в столбцах таблицы 4, с Центральной и Симметрично-Центральной областями, показанными в строках таблицы 4, совпадает с классами правил, показанными в пересечении соответствующих строк и столбцов таблицы 4.*

Таблица 4

	$\mathcal{LQ}$	$\mathcal{WQ}$	$\mathcal{SPQ}$	$\mathcal{AK}$	$\mathcal{SS}$
$\mathcal{L}^c$	Диктатор	Диктатор	Олигархия	Коллегия...	Диктатор
$\mathcal{L}^{sc}$	$\emptyset$	$\emptyset$	Единоголасие	Единоголасие...	$\emptyset$

**Замечание 1.** Тот факт, что пересечение Центральной области и класса правил, выделяемого условием, что областью значений правила являются линейные порядки  $\mathcal{LQ}$  или слабые порядки  $\mathcal{WQ}$  состоит из диктаторских правил, представляет собой знаменитый парадокс Эрроу. Этот парадокс можно сформулировать и иначе. Если локальное правило должно удовлетворять естественным условиям ненавязанности, монотонности и нейтральности, если индивидуумы рациональны в том смысле, что они представляют свое мнение о вариантах в виде линейного порядка, а коллективное решение также должно быть линейным порядком, то единственное правило, которое удовлетворяет всем этим ограничениям, является диктаторским.

**Замечание 2.** Пересечение Симметрично-Центральной области с классом правил, которые обеспечивают адиклическое коллективное решение, представляет собой класс правил, зависящий от параметров: от числа вариантов и числа избирателей. Описание этого класса здесь заняло бы достаточно много места. Правило Единоголасия, приведенное в соответствующей ячейке таблицы 4, является одним из правил этого класса, которое реализуется при большом числе избирателей и небольшом числе вариантов.

Надо отметить, что после монографии Б. Миркина [34], опубликованной в 1974 г., в которой одна глава была посвящена парадоксу Эрроу, работа [5] была первой работой, опубликованной в СССР, в которой систематически были изложены все известные и получены новые результаты по локальным реляционным правилам. Эти результаты докладывались Марком Ароновичем в 1984–87 гг. на семинарах в различных институтах Академии Наук всегда при огромном стечении публики.

В [5] все изложение велось на языке выигрывающих коалиций. А именно, правила были описаны через системы подмножеств множества  $N$ , которые обладали тем свойством, что если все члены такой коалиции (подмножества) голосовали за пару  $(x, y)$ , то эта пара включалась в коллективное решение. Этот формализм, впервые введенный в [100], стал основным инструментом исследования реляционной и функциональной модели голосования.

Локальные правила были обобщены в [21, 47, 64] на тот случай, когда при принятии коллективного решения учитывается мнение избирателей не только о паре  $(x, y)$ , но и о противоположной паре  $(y, x)$ . Дальнейшие результаты в области реляционных правил см. в [25, 27, 31, 36, 121].

4.3. **Функциональные правила голосования.** Как справедливо отмечали многие исследователи, в классической постановке задачи построения коллективного решения вопрос о выборе вообще не ставился. Молчаливо предполагалось, что используемое правило — это правило выбора недоминируемых вариантов на коллективном бинарном отношении. Этим автоматически ограничивался вид иско- мых бинарных отношений — в качестве минимального ограничения для обеспечения непустого выбора надо было искать коллективное решение в классе акциклических отношений.

В 1982 г. М. А. Айзерман поставил вопрос о возможности построения модели коллективного выбора для того случая, когда как индивидуальные мнения, так и коллективное решение описываются не бинарными отношениями, а функциями выбора самого общего вида. Эта задача была решена М. А. Айзерманом и Ф. Т. Алескеревым в цикле работ [6, 7, 38, 39], выполненных с 1982 по 1987 гг. (см. также [9, 41, 46]).

Ниже мы опишем эту постановку задачи и ее решение. Как всегда, предполагается, что задано конечное множество  $N = \{1, \dots, n\}$  избирателей и конечное множество вариантов  $A$ . Каждый избиратель  $i \in N$  независимо от других оценивает варианты в виде функции выбора, т. е. сообщает свою функцию выбора  $C_i(\cdot)$ . Набор функций  $\bar{C} = (C_1(\cdot), \dots, C_n(\cdot))$  называется профилем. Коллективное решение также ищется в виде функции выбора  $C(\cdot)$ .

В задаче аксиоматического построения правила коллективного выбора  $F: \mathcal{Q}_n^A \rightarrow \mathcal{Q}$ , где  $\mathcal{Q}_n^A, \mathcal{Q} \subseteq C$ , в первую очередь вводится условие локальности.

Условие локальности гарантирует, что вопрос о включении варианта  $x$  в коллективный выбор из множества  $X \subseteq A$  решается только на основании информации о том, включают или нет этот вариант  $x$  в выбор из  $X$  избиратели. Иначе говоря, информация о других выбранных вариантах и, тем более, о выборе из других множеств при этом не используется.

Формально это условие записывается так.

**Условие локальности.** Для любых  $x$  и  $X$  ( $x \in X \subseteq A$ ) и для любых двух профилей  $\bar{C}$  и  $\bar{C}'$ , если

$$\{i \in N \mid x \in C_i(X)\} = \{i \in N \mid x \in C'_i(X)\},$$

то

$$x \in C(X), \text{ если и только если } x \in C'(X),$$

где  $C(\cdot) = F(\bar{C})$  и  $C'(\cdot) = F(\bar{C}')$ .

Если ввести в рассмотрение булевы переменные

$$I_i(x, X) = \begin{cases} 1, & \text{если } x \in C_i(X); \\ 0 & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

то можно видеть, что условие локальности эквивалентно существованию булевой функции

$$f_{\bar{C}}(x, X) = \begin{cases} 1, & \text{если } x \in C(X); \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Из теоремы о представлении булевых функций (см. [30]) немедленно получим, что любую функцию  $f$  можно представить, пользуясь логическими операциями дизъюнкции и конъюнкции, через переменные  $I_i$  и их отрицания  $I_i^{-1}$ , т. е.

$$f_{\bar{C}}(x, X) = \bigvee_{j=1}^x \bigwedge_{i \in I_j} I_i^{j_i}(x, X). \quad (12)$$

Далее мы ограничимся процедурами, удовлетворяющими условиям Ненавязанности, Монотонности, Нейтральности и Анонимности.

**Условие Ненавязанности** имеет тот же смысл, что и для реляционных правил: правило не может заранее, независимо от мнений избирателей исключить какой-то вариант  $x$  из коллективного выбора  $C(X)$  из некоторого множества  $X$  (естественно, когда  $x \in X$ ). Аналогично никакой вариант  $x$  не может принадлежать коллективному выбору  $C(X)$  независимо от мнений избирателей.

**Условие Монотонности.** Если в каком-то профиле избирателей вариант  $x$  выбирается из множества  $X$ , т. е.  $x \in C(X)$ , и если в новом профиле  $C'_i(\cdot)$ ,  $i = 1, \dots, n$ , те избиратели, которые ранее голосовали за  $x$  (т. е.  $x \in C_i(X)$ ), продолжают голосовать так же (т. е.  $x \in C'_i(X)$ ), и кроме того к ним добавляются новые избиратели, которые теперь выбирают  $x$  из  $X$ , то коллективный выбор  $C'_i(X)$  на новом профиле должен включать вариант  $x$ .

**Условие Нейтральности.** Коллективный выбор не зависит от переименования вариантов.

Наконец, **условие Анонимности** гарантирует, что коллективный выбор не зависит от переименования избирателей.

Все эти условия представляются равным образом естественными для различных правил коллективного выбора.

Как и прежде, класс локальных правил, удовлетворяющих условиям Ненавязности, Монотонности и Нейтральности, будем называть Центральной областью. Подобласть Центральной области, в которой правила удовлетворяют условию Анонимности, будем называть Симметрично-Центральной областью.

Использование представления (12) локальных правил через булевы функции позволило полностью описать классы правил, удовлетворяющих приведенным выше, а также некоторым иным нормативным условиям.

Прежде чем перейти к такому описанию, определим два специальных правила из Центральной области:

$$\text{Правило единогласия } U: C(X) = \bigcap_{i \in N} C_i(X),$$

$$\text{Правило «один голос» } V: C(X) = \bigcup_{i \in N} C_i(X).$$

Правилом единогласия вариант  $x$  включается в коллективный выбор  $C(X)$ , если каждый избиратель включает  $x$  в свой выбор  $C_i(X)$ . Согласно правилу «один голос» вариант  $x$  включается в выбор  $C(X)$ , если хотя бы один избиратель  $i$  включает  $x$  в свой выбор  $C_i(X)$ .

Определим теперь правило «федерация».

**Определение 2.** Правило  $F$  назовем правилом «федерация», если коллективный выбор  $C(\cdot)$  строится следующим образом:

$$C(X) = \bigcup_{j=1}^t \bigcap_{i \in w_j} C_i(X),$$

где  $\emptyset \subset w_j \subseteq N$ ,  $j = 1, \dots, t$ .

Иначе говоря, в множестве  $N$  выделяется  $t$  коалиций  $w_1, \dots, w_t$ , и коллективное решение представляет собой объединение единогласных мнений этих коалиций.

**Теорема 8** [6, 7, 38, 39]. *Центральная область совпадает с классом федерационных правил.*

Рассмотрим теперь частные случаи правила «федерация».

**Определение 3.** а) Правило «федерация» при  $t = 1$  называется олигархией. Очевидно, что правилом «олигархия» коллективный выбор строится так:

$$C(X) = \bigcap_{i \in W} C_i.$$

Предельным случаем правила «олигархия» является правило «единогласие».

б) Правило «федерация» при условии  $|w_j| = 1$ ,  $j = 1, \dots, t$ , называется правилом «синдикат». Предельным случаем правила «синдикат» является правило «один голос» (здесь, очевидно,  $t = n$ ).

в) Правило «олигархия» при  $|W| = 1$  (или, что то же самое, правило «синдикат» при  $t = 1$ ) называется диктаторским правилом. Здесь, очевидно,

$$C(X) = C_i(X).$$

г) Правило « $k$ -большинство»: решение принимается, т. е.  $x \in C(X)$ , если не менее  $k$  избирателей включают  $x$  в свой выбор  $C_i(X)$ . Можно легко проверить, что правило « $k$ -большинство» является частным случаем правила «федерация».

Очевидно, что при  $k = n$  правило « $k$ -большинство» представляет собой правило «единогласие», а при  $k = 1$  это правило является правилом «один голос».

**Теорема 9** [6, 7, 38, 39]. *Симметрично-Центральная область совпадает с классом правил « $k$ -большинство».*

Теоремы 8 и 9 полностью определяют структуру Центральной и Симметрично-Центральной областей.

В [6–9, 20, 38–41, 46] были изучены ограничения рациональности функциональных правил голосования. В качестве таких ограничений были рассмотрены классы функций, удовлетворяющие введенным выше условиям Наследования, Согласия и Отбрасывания, а также конъюнкциям этих условий. Были найдены необходимые и достаточные условия, выделяющие классы правил, которые удовлетворяют этим ограничениям рациональности. Надо отметить, что указанные условия были получены при дополнительном ограничении  $Q_d \subseteq Q$ , т. е. когда индивидуальные функции выбора допустимы в качестве коллективных. В [20] эти условия были обобщены на случай, когда условие вложенности  $Q_d \subseteq Q$ , вообще говоря, не выполняется.

Для того чтобы описать результаты, связанные со структурными ограничениями, введем несколько понятий.

Класс функций выбора  $Q$  называется замкнутым относительно правила  $F$ , если  $\forall \bar{C}, C_i(\cdot) \in Q$ , имеет место  $F(\bar{C}) \in Q$ . Обозначим через  $\Lambda(Q)$  наибольший (в смысле теоретико-множественного вложения) класс правил, относительно которых замкнут класс функций выбора  $Q$ .

Рассмотрим теперь соотношение между классами  $\Lambda(Q)$  для  $Q = \Pi, C, O$  и их пересечений с Центральной и Симметрично-Центральной областями. Эти соотношения определяются следующей теоремой.

**Теорема 10** [6, 7, 9, 41]. *Пересечение полных классов замкнутости для классов функций выбора, показанных в столбцах таблицы 5, с Центральной и Симметрично-Центральной областями совпадает с подклассами федерационных правил, показанных в пересечениях строк и столбцов этой таблицы.*

Таблица 5

	$\Lambda(N)$	$\Lambda(C)$	$\Lambda(O)$	$\Lambda(N \cap C)$	$\Lambda(N \cap O)$
$\Lambda^C$	$\Lambda^{UN}$	$\Lambda^N$	$\Lambda^U$	$\Lambda^N$	$\Lambda^U$
$\Lambda^{SC}$	$\Lambda^{SU}$	$U$	$U$	$U$	$U$

	$\Lambda(C \cap O)$	$\Lambda(N \cap C \cap O)$	$\Lambda(ACA)$
$\Lambda^C$	$\Lambda^d$	$\Lambda^d$	$\Lambda^d$
$\Lambda^{SC}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

Согласно этой теореме не существует локального правила, которое удовлетворяло бы естественным нормативным условиям Ненавязанности — Анонимности и относительно которого замкнута область  $N \cap C \cap O$  или  $ACA$  классически рациональных функций выбора. Отсюда следует, что если все избиратели используют классически рациональные функции, то не существует локального правила, которое удовлетворяло бы указанным выше нормативным условиям и которое гарантировало бы классическую рациональность строит коллективную функцию выбора. Этот результат — прямой аналог Теоремы о невозможности К. Эрроу.

С другой стороны, область  $N$  оказывается в каком-то смысле примечательной: если все избиратели пользуются функциями из  $N$ , то любое локальное правило из Симметрично-Центральной области строит коллективную функцию выбора, которая удовлетворяет условию  $N$ . Отметим, что вследствие теоремы 9 эти локальные правила оказываются правилами  $k$ -большинства.

В заключение этого раздела мы дадим краткий обзор результатов по функциональным правилам.

В отличие от реляционных правил, по функциональным правилам голосования существует очень немного опубликованных работ. Первая работа по локальным правилам была выполнена Р. Парксом [105], однако в этой работе вопрос об аксиоматическом синтезе правил даже не ставился. Проблема аксиоматического

синтеза функциональных правил агрегирования была поставлена в [6, 38], причем в [6] были получены практически все результаты, касающиеся Центральной области в  $\Pi_{II}$ .

Исследование классов правил при различных ограничениях рациональности было выполнено в [20]. Условие, когда коллективная функция выбора, порождаемая локальным функциональным правилом, принадлежит классу непустых функций выбора, было получено в [35]. Нейтральные монотонные правила изучались в [6, 9, 39, 41], а немонотонные нейтральные правила — в [45]. Все эти результаты были подытожены в [46]. В [123] рассматриваемая модель была обобщена на случай бесконечного числа вариантов.

Дальнейшие результаты в теории коллективного выбора, касающиеся локальных правил из  $\Pi_{III}$ , были получены в [46]. Это позволило придать картину операторов в трех локальных моделях голосования, намеченной в [7, 8, 40], законченный вид.

### Заключение

Работы М. А. Айзермана в теории выбора концентрируются в двух основных направлениях — теории индивидуального выбора и теории коллективного выбора.

В указанных двух разделах М. А. Айзерманом была предложена новая парадигма [4, 37], положившая изучение функций выбора в основу теории выбора, как индивидуального, так и коллективного. Им, его соавторами и учениками была создана стройная теория, охватывающая все основные направления этой области знаний, такие как

- рациональность моделей выбора, что позволило изучить новые модели критерияльного выбора, например, такие как модели двухступенчатого выбора [44, 48, 49], порогового выбора [1, 2], обобщенно-интервального выбора [2] и т. д.;

- рационализируемость выбора с помощью гиперотношений. Были построены исчерпывающие описания классических областей в множестве функций выбора, рационализируемых с помощью гиперотношений;

- функции выбора, не зависящие от пути. Была указана область, которую заполняют такие функции, установлена возможность разложения таких функций по системе более простых функций, найдены алгебраические свойства таких представлений;

- модели псевдокритерияльного выбора. Были введены и изучены основные классы псевдокритериев, дано их описание в терминах взвешенных графов.

Введение этих моделей и их исследование позволяет обобщить известные классические результаты в теории выбора и может служить адекватным средством описания процесса выбора в условиях неопределенности;

— функциональная модель голосования, в основу которой, в отличие от всех известных предыдущих моделей, было положено представление индивидуальных мнений и коллективного мнения в виде функций выбора. В рамках этой модели было сформулировано условие локальности — аналог условия независимости от отвергнутых альтернатив К. Эрроу. Была установлена глубокая взаимосвязь между этой и традиционными постановками задачи аксиоматического синтеза моделей голосования.

### Литература

1. Агаев Р. П. Модели обобщенного интервального выбора. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. М.: Институт проблем управления, 1995.
2. Агаев Р. П., Алексеров Ф. Т. Механизмы обобщенно-интервального выбора и функции, порожаемые ими. Автоматика и телемеханика, № 4, 1993.
3. Айзерман М. А. Динамические аспекты теории голосований (обзор проблемы). Автоматика и телемеханика, № 4, 1981.
4. Айзерман М. А. Некоторые новые проблемы в общей теории выбора вариантов (обзор одного направления исследований). Автоматика и телемеханика, № 9, 1984.
5. Айзерман М. А., Алексеров Ф. Т. Проблема Эрроу в теории группового выбора. Автоматика и телемеханика, № 9, 1983.
6. Айзерман М. А., Алексеров Ф. Т. Функциональные локальные операторы в теории голосований. Автоматика и телемеханика I, II, III, № 5–7, 1984.
7. Айзерман М. А., Алексеров Ф. Т. Теория коллективного выбора. В кн. «Системы управления — теория и техника». М.: Институт проблем управления, 1985.
8. Айзерман М. А., Алексеров Ф. Т. Синтез локальных моделей в теории группового выбора. Автоматика, № 1, 1988.
9. Айзерман М. А., Алексеров Ф. Т. Выбор вариантов (основы теории). М.: Наука, 1990.
10. Айзерман М. А., Вольский В. И., Литваков Б. М. Элементы теории выбора. Псевдокритериальный выбор. М.: Наука, 1994.
11. Айзерман М. А., Литваков Б. М. О некоторых обобщениях теории выбора. Автоматика и телемеханика, № 3, 1988.
12. Айзерман М. А., Малишевский А. В. Структурные свойства в теории выбора вариантов. Всесоюзное совещание по проблемам управления. Тезисы докладов, кн. 2. М.: ВИНТИ, 1977.
13. Айзерман М. А., Малишевский А. В. Проблемы логического обоснования в общей теории выбора: общая модель выбора и его классически-рациональные основания. М.: Институт проблем управления, 1980.
14. Айзерман М. А., Малишевский А. В. Некоторые аспекты общей теории выбора лучших вариантов. Автоматика и телемеханика, № 2, 1981.
15. Айзерман М. А., Малишевский А. В. Проблемы логического обоснования в общей теории

- выбора: уровни и критерии классической рациональности выбора. М.: Институт проблем управления, 1982.
16. Айзерман М. А., Малишевский А. В. Проблемы логического обоснования в общей теории выбора: примеры анализа рациональности механизмов выбора. М.: Институт проблем управления, 1982.
  17. Айзерман М. А., Завалишин Н. В., Пятмицкий Е. С. Глобальные функции множеств в теории выбора альтернатив I, II. Автоматика и телемеханика, № 3 и 5, 1977.
  18. Алексеров Ф. Т. Интервальный выбор и его разложение. Автоматика и телемеханика, № 6, 1980.
  19. Алексеров Ф. Т. Интервальный выбор. В кн. «Моделирование и оптимизация сложных систем управления». М.: Наука, 1981.
  20. Алексеров Ф. Т. Локальные процедуры построения коллективных решений в различных классах пространств функций выбора. В кн. «Анализ данных и экспертные оценки в системах управления». М.: Институт проблем управления, 1985.
  21. Алексеров Ф. Т., Владимиров А. В. Квазилокальные модели группового выбора. Автоматика и телемеханика, № 3, 1987.
  22. Алексеров Ф. Т., Завалишин Н. В., Литваков Б. М. О разложении функций выбора по системе более простых функций. Автоматика и телемеханика, № 3, 1979.
  23. Алексеров Ф. Т., Завалишин Н. В., Литваков Б. М. О разложении функций выбора по системе интервальных выборов. Автоматика и телемеханика, № 7, 1981.
  24. Бушман Е. В. Выбор на графе и в критериальном пространстве. Автоматика и телемеханика, № 5, 1977.
  25. Владимиров А. В. Условия нейтральности операторов голосования, выделяемых структурными ограничениями. В кн. «Анализ задач формирования и выбора альтернатив». М.: ВНИИСИ, вып. 10. 1986.
  26. Вольский В. И., Литваков Б. М. Соотношение турнирных и графодоминантных механизмов выбора. Автоматика и телемеханика, № 3, 1986.
  27. Данилов В. И. Модели группового выбора. Техническая кибернетика, № 1, 1983.
  28. Емельянов С. В., Нанпельбаум Э. Л. Методы исследования сложных систем. 1: Логика рационального выбора. В кн. «Итоги науки и техники. Техническая кибернетика», т. 8. М.: ВИНТИ, 1977.
  29. Илюхин О. К., Попов Б. В., Элькин Л. Н. Функциональные операторы большинства в теории голосований. Автоматика и телемеханика, № 6, 1988.
  30. Кузнецов О. П., Адельсон-Вельский Г. М. Дискретная математика для инженера. М.: Энергия, 1980.
  31. Левченко В. С. Алгебраическое представление группового выбора. ДАН СССР, т. 293, № 6, 1987.
  32. Литваков Б. М. О минимальном представлении функций совокупно-экстремального выбора (функций Плотта). Автоматика и телемеханика, № 1, 1981.
  33. Махаров И. М., Виноградская Т. М., Рубчинский А. А., Соколов В. Б. Теория выбора и принятия решений. М.: Наука, 1982.
  34. Миркин Б. Г. Теория группового выбора. М.: Наука, 1974.
  35. Попов Б. В., Элькин Л. Н. Функциональные локальные операторы неполного и непустого выбора. Автоматика и телемеханика, № 7, 1989.
  36. Шоломов Л. А. Логические методы исследования дискретных моделей выбора. М.: Наука, 1989.

37. *Aizerman, M. A.* New Problems in the General Choice Theory. *Social Choice and Welfare*, 2(2), 1985.
38. *Aizerman M. A. and Aleskerov F. T.* Local Operators in Models of Social Choice. *Systems and Control Letters*, 3, 1983.
39. *Aizerman M. A. and Aleskerov F. T.* Voting Operators in the Space of Choice Functions. *Mathematical Social Sciences*, 11(3), 1986.
40. *Aizerman M. A., Aleskerov F. T.* Structural properties of voting systems. In «Topics of General Theory of Structures». *M. Aizerman and E. Caianiello*, eds. D. Reidel Publishing Company, 1987.
41. *Aizerman M., Aleskerov F.* Theory of Choice. North-Holland, Elsevier Science B. V., Amsterdam, 1995.
42. *Aizerman M. A. and Litvakov B. M.* Pseudocriteria and Pseudocriterial Choice. *Mathematical Social Sciences*, 17(2), 1989.
43. *Aizerman M. A. and Malishevski A. Y.* General Theory of Best Variants Choice: Some Aspects. *IEEE Transactions on Automatic Control*, AC-26(5), 1981.
44. *Aizerman M. A. and Malishevski A. Y.* Conditions for Universal Reducibility of a Two-Stage Extremization Problem to One-Stage Problem. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 118, 1986.
45. *Aleskerov F. T., Duggan J.* Functional voting operators: the non-monotonic case. *Mathematical Social Sciences*, № 2, 1993.
46. *Aleskerov F.* Arrovian Aggregation Models. Kluwer Academic Publishers, Boston, Dordrecht, 1999.
47. *Aleskerov F. T. and Vladimirov A. V.* Hierarchical Voting. *Information Science*, 39(1), 1986.
48. *Aleskerov F. T. and Vol'skiy V. I.* Analysis of Procedures in Collective and Multicriterial Decision Making. Preprints 9th World Congress of International Federation of Automatic Control, 5, 1984.
49. *Aleskerov F. T. and Vol'skiy V. I.* Choice of the Best Variants on Binary Relations and the Extremizational Choice. Preprints 10th World Congress on Automatic Control, 5, 1987.
50. *Alkan A.* Lattice structure of stable multiplier matchings. Mimeo, 2000.
51. *Arrow K. J.* Rational Choice Functions and Orderings. *Economica* (N. S.), 26, 1959.
52. *Arrow K. J.* Social Choice and Individual Values. 2nd ed., Yale University Press (1963), New Haven; 1st ed., Wiley (1951).
53. *Aumann R. J.* Rationality and bounded rationality. Nancy L. Schwartz Memorial Lecture, J. L. Kellogg School of Management, Northwestern University, 1997.
54. *Bandypadhyay T.* Revealed Preference Theory, Ordering and the Axiom of Sequential Path Independence. *Review of Economic Studies*, 55, 1988.
55. *Batra R. N. and Pattanaik P.* On Some Suggestions on Having Non-Binary Social Choice. *Theory and Decision*, 3(1), 1972.
56. *Black D.* Theory of Committees and Elections. Cambridge University Press, Cambridge, 1958.
57. *Black D.* On Arrow's impossibility theorem. *Journal of Law and Economics*, 12 (2), 1969.
58. *Blair D. H.* Path-Independent Social Choice Functions: A Further Result. *Econometrica*, 43, 1975.
59. *Blaug M.* Economic Theory in Retrospect. Cambridge University Press, Cambridge, 3d edition, 1978.
60. *Borda J. C.* Memoires sur les Elections au Scrutin, Histoires de l'Academie Royale des Sciences,

- 1781: English translation by A. de Grazia, *Mathematical Derivation of an Election System*, Isis 44, 1953.
61. *Bordes G.* Consistency, Rationality, and Collective Choice. *Review of Economic Studies*, 43, 1976.
62. *Bordes G., Tideman N.* Independence of irrelevant alternatives in the theory of voting. *Theory and Decision*, № 2, 1991.
63. *Brams S. J. and Fishburn P. C.* Approval Voting. Birkhaeser (1982) Boston, Basil, Stuttgart.
64. *Brown D.* Aggregation of Preferences. *Quarterly Journal of Economics*, 9 (1975), 456–69.
65. *Chernoff H.* Rational Selection of Decision Functions. *Econometrica*, 22 (1954), 422–43.
66. *Condorcet, Marquis de.* Essai sur l'Application de l'Analyse a la Probabilite des Decisions Rendues a la Pluralite des Voix (1785), Paris.
67. *Capeland A. H. A.* "reasonable" social welfare function. Mimeo., University of Michigan, Seminar on Applications of Mathematics to the Social Sciences, Ann Arbor: 1951.
68. *Deb R.* Binariness and Rational Choice. *Mathematical Social Science*, 5 (1983), 97–106.
69. *Debreu G.* Theory of Value. New York, Wiley, 1959.
70. *Dodgson C. L.* A discussion of various methods of procedure in conducting elections. Oxford: 1873.
71. *Enelow J., Hinich M.* (eds). *Advances in the Spatial Theory of Voting*. Cambridge University Press, Cambridge, 1990.
72. *Farquharson R.* Theory of Voting. New Haven: Yale University Press, 1968.
73. *Fechner G. T.* Elemente der Psychophysik. Breitkopf und Hartel, Leipzig, 1860.
74. *Ferejohn J. A. and Grether D. M.* Weak Path Independence. *Journal Economic Theory*, 14(1), 1977.
75. *Filiz E.* On a structure of joint irreducible sets for classically rational choice functions. Bogazici University Working Paper, EC #2000-02, Bogazici University, Istanbul, 2000.
76. *Fishburn P. C.* Should Social Choice Be Based on Binary Comparisons? *Journal of Mathematical Sociology*, 1, 1971.
77. *Fishburn P. C.* Choice function on finite sets. *International Economic Review*, № 3, 1974.
78. *Gibbard A.* Social choice and Arrow condition. Mimeo, 1969.
79. *Green D., Shapiro I.* Pathologies of Rational Choice Theory: A Critique of Applications in Political Science. New Haven: Yale University Press, 1994.
80. *Grether D. M. and Plott C.* Nonbinary Social Choice: An Impossibility Theorem. *Review of Economic Studies*, 49(2), 1982.
81. *Handbook of Mathematical Psychology*, vol.1, Chapters 1–8, John Wiley, New York and London, 1963.
82. *Herzberger H. G.* Ordinal Preference and Rational Choice. *Econometrica*, 41, 1973.
83. *Houthakker H. S.* Revealed Preference and the Utility Function. *Econometrica*, 17, 1950.
84. *Johnson M.* Information, associativity, and choice requirements. *Journal of Economic Theory*, 52, 1990.
85. *Kalai E. and Megiddo N.* Path Independent Choices. *Econometrica*, 48, 1980.
86. *Kelly J. S.* Arrow Impossibility Theorems. Academic Press, New York, 1978.
87. *Kashevov G. A.* Choice functions and abstract convex geometries. *Mathematical Social Sciences*, 38, 1999.
88. *Lastier J.-F.* Tournament solutions and majority voting. Berlin, Heidelberg: Springer Verlag, 1997.
89. *Litvakov B. M. and Vol'skiy V. I.* Tournament Methods in Choice Theory. *Information Sciences*, 39(1), 1986.
90. *Luce R. D. and Raiffa H.* Games and Decisions. Wiley, New York, 1957.

91. Luce R. D. Semi-Orders and a Theory of Utility Discrimination. *Econometrica*, 24, 1956.
92. Malishevski A. Path Independence in Serial-Parallel Data Processing. *Mathematical Social Sciences*, 27, 1994.
93. Mas-Colell A. and Sonnenschein H. General Possibility Theorems for Group Decisions. *Review of Economic Studies*, 39, 1972.
94. Mas-Colell A., Whinston M., Green J. *Microeconomic Theory*. Oxford University Press, Oxford, 1995.
95. May K. O. A set of independent, necessary and sufficient conditions for simple majority decisions. *Econometrica*, 20(4), 1952.
96. Monjardet B. An Axiomatic Theory of Tournament Aggregation. *Mathematics and Operation Research*, 3(4), 1978.
97. Monjardet B., Raderanirina V. The duality between the antiexchange closure operators and the path independent choice operators on a finite set. *Mathematical Social Sciences* (forthcoming).
98. Moulin H. Choice Function Over a Finite Set: A Summary. *Social Choice and Welfare*, № 5, 1985.
99. Moulin H. *Axioms of Cooperative Decision Making*. Cambridge University Press, Cambridge, 1988.
100. Murakami Y. *Logic and Social Choice*. New York: Dover, 1968.
101. Naiton W., Watanabe T. An extended formulation of Arrows theorem for k-social welfare function. *Social Choice and Welfare*, № 3, 1995.
102. Nanson E. J. Methods of election. *Transactions and Proceedings of the Royal Society of Victoria*, 18, 1882.
103. Nehring K. Rational choice and revealed preference without binariness. *Social Choice and Welfare*, № 3, 1997.
104. Pareto V. *Cours d'Economie Politique*. Rouge, Lausanne, 1886.
105. Parks R. P. Further Result on Path Independence, Quasi-Transitivity and Social Choice. *Econometrica*, 26, 1976.
106. Peris J. E., Carmen-Sanchez M. Fixed agenda social choice correspondences. *Social Choice and Welfare* (forthcoming).
107. Plott C. Path Independence, Rationality, and Social Choice. *Econometrica*, 41, 1973.
108. Richter M. K. Revealed Preference Theory. *Econometrica*, 34, 1966.
109. Riker W. *Liberalism against populism*. Freeman, San Francisco, 1982.
110. Rothschild K. W. The meaning of rationality. *Review of Economic Studies*, 14, 1955.
111. Samuelson P. A. A Note of the Pure Theory of Consumer's Behavior. *Economica*, 5, 1938.
112. Sanchez M., Peris J. E. Veto in fixed agenda social choice correspondences. *Social Choice and Welfare* (forthcoming).
113. Schwartz T. *The Logic of Collective Choice*. Columbia University Press, New York, 1986.
114. Sen A. K. *Collective Choice and Social Welfare*. Holden-Day, San Francisco, 1970.
115. Sen A. K. Choice Functions and Revealed Preference. *Review of Economic Studies*, 38, 1974.
116. Sen A. K. Social Choice Theory: A Re-Examination. *Econometrica*, 45, 1977.
117. Sen A. K. Internal consistency of choice. *Econometrica*, 61, 1993.
118. Sen A. K. Rationality and Social Choice. *American Economic Review*, № 1, 1995.
119. Sen A. K. How to Judge Voting Schemes. *The Journal of Economic Perspectives*, № 1, 1995.
120. Sen A. K. Maximization and the act of choice. *Econometrica*, 65, 1997.
121. Sholomov L. Explicit form of neutral social decision rules for basic rationality conditions. *Mathematical Social Sciences*, № 2, 2000.

122. Simon H. *Models of Man*. Wiley, New York, 1957.
123. Stefanescu A. Impossibility results for choice correspondences. *Mathematical Social Sciences*, № 2, 1997.
124. Suzumura K. Rational Choice and Revealed Preferences. *Review of Economic Studies*, 44, 1974.
125. Suzumura K. *Rational Choice, Collective Decisions and Social Welfare*. Cambridge: Cambridge University Press, 1983.
126. Tversky A., Kahneman D. Rational choice and framing of decisions. In "Decision Making: Normative and Prescriptive Interactions", D. Bell, H. Raiffa, and A. Tversky eds., 1988.
127. Vol'skiy V. I. Tournament Functions in Problems of Collective Choice, in «Topics of General Theory of Structures», E. Caianniello and M. Aizermann, eds., D. Reidel Publishing Company, 1988.

## РАБОТА М. А. АЙЗЕРМАНА ПО ДИНАМИЧЕСКОМУ ГОЛОСОВАНИЮ

П. Ю. Чеботарев

В классических моделях голосования множество вариантов не наделено априорно никакой структурой. Пока избиратели не высказали свои предпочтения, варианты абсолютно однородны; среди них нет близких и далеких, элементарных и составных, экстремальных и промежуточных. Часто возникает потребность в иных моделях. Пусть, например, парламентарии сравнивают проекты бюджета. Каждый такой проект характеризуется набором чисел: планируемыми доходами и расходами по разным статьям. Подобные варианты удобно представлять точками многомерного евклидова пространства. Если последовательно приняты три поправки (1, 2 и 3) к исходному проекту  $A$ , то возникает «траектория динамического голосования»  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ , где  $B$  — проект  $A$  после внесения в него поправки 1,  $C$  — проект  $B$  после внесения в него поправки 2,  $D$  — проект  $C$  после внесения поправки 3 (т. е. проект  $A$  после внесения всех трех поправок). В ряде работ, опубликованных в 60–70 годы, исследовались свойства таких траекторий динамического голосования. В частности, изучались условия остановки и сходимости траекторий. При этом часто предполагалось, что у каждого голосующего есть свой «идеал», то есть такая точка в пространстве, что всякий раз, сравнивая два проекта, он выбирает тот, который ближе к этой его идеальной точке. Иногда последнее допущение заменялось более слабыми допущениями.

Результаты анализа динамических моделей голосования оказались довольно неожиданными. Так, при голосовании простым большинством и очень слабых ограничениях на идеалы голосующих не существует «непобедимых» проектов, а траектории голосования не только не сходятся, но и, выходя из любой точки, заходят во все точки пространства. Это открывает огромные возможности манипулирования демократической процедурой принятия решений со стороны лиц, ставших на голосование новые проекты и поправки. Для любого начального проекта они могут, по крайней мере теоретически, «привести» траекторию голосования к

любому другому проекту, умело подбирая промежуточные предложения. Технология манипулирования при этом сводится к математически точной реализации древнего рецепта «разделяй и властвуй». Результаты об отсутствии «непобедимых» проектов и о расходящихся траекториях были получены соответственно Плоттом [7] и Маккельви [6], но еще примерно в 1970 г. теорему, близкую к теореме Маккельви, доказал в несколько иной модели А. В. Малишевский (его результат изложен на с. 92–95 в [2] и в [1]).

В то же время, при использовании «квалифицированного большинства голосов», т. е. когда для принятия нового проекта необходимо, например, 2/3 или 4/5 голосов избирателей, ситуация может измениться. А именно, как впервые показал Крамер [5], при определенных условиях траектории приближаются к областям в пространстве, осредняющим идеалы избирателей, а войдя в них, останавливаются.

М. А. Айзерман заинтересовался работами по динамическому голосованию в конце 70-х, почувствовав, что их результаты выявляют очень важные особенности самого феномена принятия коллективных решений. Он не доказал новых теорем на эту тему, но написал замечательную по глубине и ясности изложения работу [1], где не только проинтерпретировал основные результаты данного направления, но и привел доказательства основных теорем, причем изложил их таким образом, что это было понятно и специалисту. Эта работа и несколько блестящих докладов Марка Ароновича по динамическим моделям голосования имели довольно широкий резонанс. У прочитавших ее или даже только услышавших доклад возникло желание пересказать результаты как можно большему числу знакомых. Такие пересказы были сделаны и на нескольких научных конференциях с тематикой от статистики до социологии. Таким образом, можно сказать, что эта работа, как и предшествующая работа А. В. Малишевского, получила «фольклорное» продолжение. Заново она была осмыслена на рубеже 90-х, когда общественный интерес к процедурам голосования по понятным причинам резко возрос. Тогда эти результаты обсуждались (не всегда со ссылкой на источник) на страницах таких далеких от математики изданий, как журнал «Век XX и Мир», Психологический журнал, газета «Известия» и др., чуть позже — на семинаре в администрации Президента РФ. Похоже, что эти результаты важны и сейчас, поскольку ситуация, возникшая в России после избрания президентом В. В. Путина, требует нового осмысления роли большинства и меньшинства в общественной жизни.

Как было и со многими другими темами, Марку Ароновичу удалось переформулировать задачи динамического голосования, выделив несколько идей, продуктивных для дальнейших исследований. Одной из них была идея «грубости», важная для всей теории управления. Поскольку параметры модели (здесь — «идеалы» голосующих) могут быть заданы лишь с ограниченной точностью и подвер-

жены колебаниям, наибольший интерес представляют те результаты, которые сохраняют силу при почти любых малых флуктуациях исходных данных. Их и называют грубыми. Другой идеей было исследовать игровой аспект проблемы. Предположим, что «играют» несколько партий, которые по очереди предлагают голосующим новые проекты, стремясь приблизить итоговое коллективное решение к своим «партийным» идеалам. Как им следует действовать, какие партии имеют преимущество в игре и что может быть ее результатом? Наконец, Марк Аронович предложил адекватный аппарат для исследования динамики траекторий в подобных моделях — уравнения в контингентях, то есть уравнения с многозначной правой частью. Применению этого аппарата посвящен большой раздел работы [1].

К сожалению, эта тема не получила достаточно полной разработки в отечественной литературе — в основном потому, что руководимый Марком Ароновичем коллектив был небольшим, и иногда у него просто не было достаточно резервов, чтобы бросить их «в прорыв» на новом важном направлении. Отметим, однако, что некоторые продолжения были. Так, определенный класс игровых постановок в модели динамического голосования был исследован в [3], несколько «грубых» результатов анализа этой модели получены в [4], а некоторые ученики М. А. Айзермана и сейчас считают перспективным исследование уравнений в контингентях, порождаемых голосованием. Что же касается возможного обмена идеями с западными исследователями, создается впечатление, что существует некий «порог восприятия» ими оригинальных подходов, идущих «с востока». Отчасти существование этого порога объясняется различиями в терминологии и стиле изложения результатов, а также публикацией многих работ российских авторов в труднодоступных (для западных ученых) изданиях. Но есть и другая причина, связанная с тем, что наука, по-видимому, живет, развивается и растет относительно обособленными «кустами», не столько школами, сколько «компаниями» (в США их называют *communities*), существующими довольно комфортно в своей обособленности. М. А. Айзерман понимал это как никто другой, а выход видел в создании научной команды и налаживании максимально интенсивных контактов со всеми другими командами, работающими в той же и в смежных областях.

В целом, работая над проблемами теории индивидуального и коллективного выбора, М. А. Айзерман руководствовался своими неизменными научными принципами. Считая науку единой, а номенклатуру ее разделов довольно условной, он видел, что есть весьма общие идеи, применимые не только к тем задачам, в связи с которыми они впервые возникли. Поэтому, знакомясь с новым направлением (а делалось это всегда с огромным интересом), он пытался переформулировать его задачи на таком универсальном языке, который выявил бы параллели с уже известными, но на первый взгляд непохожими задачами. Если открывающаяся пер-

спектива была настолько захватывающей, что принималось решение о начале новой работы, то создавалась «рабочая группа» (часто многопрофильная, почти всегда — с привлечением студентов), досконально изучалась литература и очень точно выбиралось «направление атаки». Нужно было не дублировать то, что делают другие, а реализовать совершенно определенный оригинальный подход, используя знания и опыт участников группы. Сразу организовывался новый научный семинар, на котором обсуждалось все прочитанное и текущая работа, и устанавливались максимально тесные контакты (приглашения на семинар, обмен рабочими материалами и отписками) со всеми учеными (включая зарубежных), работающими в данной области. Надо сказать, что этот обмен информацией не раз привлекал внимание бдительных органов. Так, в ИНИОН можно найти научные монографии с дарственными надписями М. А. Айзерману и его ученикам, которые были присланы из-за рубежа, конфискованы на почте и отправлены в спецхран, а в открытых фондах появились уже в 90-е.

Но в целом, при такой организации работы (и таком научном коллективе, как лаборатория М. А. Айзермана) результат становился уже «делом техники».

Отметим в заключение, что понимание науки как единого целого и как полигона вполне обозримого числа идей было одной из основ педагогического таланта М. А. Айзермана. Видя связь разных наук и разных задач, он умел отбросить частности и сформулировать суть в столь универсальных и близких к жизни терминах, что эта суть становилась понятной даже непрофессионалу. Узкий же специалист обнаруживал, что границы его области довольно условны.

## Литература

1. Айзерман М. А. Динамические аспекты теории голосований (обзор проблемы). Автоматика и телемеханика, №12, 1981.
2. Миркин Б. Г. Теория группового выбора. М.: Наука, 1974.
3. Новиков С. Г. Об одной динамической задаче теории голосований I, II. Автоматика и телемеханика, № 8 и 9, 1985.
4. Чеботарева П. Ю. Некоторые свойства траекторий в динамической задаче голосования. Автоматика и телемеханика, № 1, 1986.
5. Kramer G. H. Dynamical model of political equilibrium. J. Economic Theory, vol. 16, № 2, 1977.
6. McKelvey R. D. Intransitivities in multidimensional voting models and some implications for agenda control. J. Economic Theory, vol. 12, № 3, 1976.
7. Plott C. R. A notion of equilibrium and its possibility under majority rule. American Economic Review, vol. 57, № 3, 1967.

## КАКИМ Я ЕГО ЗНАЛ

Л. И. Розоноэр

Я проработал вместе с М. А. Айзерманом в его лаборатории Института проблем управления (ранее Автоматики и телемеханики) от студенческой скамьи вплоть до пенсии — в течение почти 40 лет. Настоящая статья рассказывает не о вкладе М. А. Айзермана в науку, а о его личности и его воззрениях — взглядах на жизнь, науку и общество — как мне это представляется после многолетнего общения с ним.

Только непосредственное общение с Марком Ароновичем давало представление о масштабе его личности. Уже его внешность — мощная фигура, выразительное лицо с крупными чертами, на котором явственно отражались все испытываемые Марком Ароновичем эмоции (сочувствие, одобрение, недоумение, гнев), неожиданно маленькие для этого лица умные глаза и даже неожиданно высокий, иногда срывающийся голос — все свидетельствовало о том, что он — человек незаурядный. Он был похож на большого, умного и доброго слона, который, однако, в гневе может быть опасен и страшен. Такого рода сравнения характеризуют скорее не самого человека, а отношение к нему окружающих. И окружающие делились на тех, кто его любили, и тех, кто боялся. Равнодушных не было. Тех, кто любили, было больше.

У людей такого калибра, как Марк Аронович, простого характера быть не может. К тому же, М. А. Айзерман как личность формировался в трудные времена 20–30-х годов, а это не могло не сказаться на его характере и взглядах на жизнь. В определенном смысле он по своему характеру остался задиристым комсомольцем двадцатых годов, но в дальнейшей своей жизни приобретшим необходимое здравомыслие, осторожность и, до некоторой степени, терпимость. Однако к чуждым для него точкам зрения и взглядам Марк Аронович относился без особой терпимости. В нем странным, на первый взгляд, образом сочетались задиристость и даже агрессивность с осмотрительностью и осторожностью.

Главный смысл своей жизни Марк Аронович видел в науке, значение которого в жизни человеческого общества представлялось ему основополагающим.

При этом он не отделял собственно научную работу от научно-организационной. Так, его деятельность заведующего лабораторией была для него не менее важной, чем собственная научная работа. Свою задачу как завлаба Марк Аронович видел в подборе сотрудников, стимуляции их работы, информировании их о современном состоянии мировой науки, организации тесных рабочих контактов между сотрудниками и в «выжимании» из них, как он выражался, идей и статей. Он рассматривал себя как часть лаборатории, иногда прямо говоря, что ценность ученого состоит не столько в ценности его самого, сколько в ценности его лаборатории. Поэтому он мог бы сказать не «Лаборатория — это я», а, скорее, наоборот «Я — это лаборатория». Марк Аронович рассматривал всякую работу, сделанную кем-либо из сотрудников, — в том числе и им самим — как работу всей лаборатории. В этом смысле научная работа для Марка Ароновича всегда была коллективным творчеством. Умение работать в коллективе, отсутствие боязни, что высказанная идея будет «присвоена» другими, рассматривалось им как одно из главнейших достоинств научного работника — не менее важное, чем талант. Естественно, что при таких взглядах на стиль работы лабораторией Марк Аронович, не ограничивая инициативы сотрудников, не допускал, чтобы каждый сотрудник работал над своей собственной темой, никак не связанной с работой лаборатории в целом и ее заведующего. Редкие исключения Марк Аронович допускал тогда, когда был уверен, что раньше или позже работа данного сотрудника будет подхвачена другими. Что касается меня, то я в большей степени, чем другие сотрудники лаборатории, пользовался свободой собственного выбора темы работы, хотя и от меня Марк Аронович требовал, чтобы тема моей работы не выходила далеко за рамки тематики Института.

Фактически, Марк Аронович редактировал каждую статью, выходящую из лаборатории. Совместные же статьи М. А. Айзермана и сотрудников он, в основном, писал сам.

Поскольку коллективный характер научного творчества подразумевает интенсивный обмен научной информацией, Марк Аронович считал важнейшим компонентом работы лаборатории организацию семинаров — от внутрिलाбораторных до общесоюзных.

Если было надо, Марк Аронович умел жестко администрировать. Например, в периоды обострения «борьбы за трудовую дисциплину» Марк Аронович, чтобы не ставить лабораторию под удар, организовывал четкий контроль за присутствием сотрудников лаборатории на своих рабочих местах — к неудовольствию многих, не привыкших к формальной дисциплине. Обычно же Марк Аронович был демпфером между начальством всех уровней и сотрудниками. Он смягчал сигналы сверху, если они были неразумно жесткими, и при этом брал всю ответственность на себя.

Марк Аронович часто называл себя и своих сотрудников «разведчиками», видя свою задачу в постановке новых проблем и нахождении новых путей в науке, а не в детальной проработке уже широко известных и обсуждаемых тем. Такой стиль работы требовал постоянного обновления знаний, и Марк Аронович любил и умел учиться, прибегая, если это было необходимо, к помощи своих сотрудников, не стесняясь при этом обнаружить перед ними своего, как он выражался, невежества в той или иной области знаний. На моей памяти он обучался основам математической логики, теории случайных процессов, электрофизиологии, принципам математической экономики, элементам релятивистской физики (последнее — в связи с написанием им курса классической механики). Это было не детальное изучение учебного курса по данной дисциплине (детальных знаний Марк Аронович ожидал от сотрудников), а знакомство с основными принципами, необходимыми для понимания перспектив. В связи с таким подходом к новым для него темам его любимым выражением было: «К черту подробности!» Кстати, той же мыслью он руководствовался в своих докладах, вызывавших неизменный интерес предельно широкой аудитории (от студентов до академиков). Такой подход часто вызывал ворчанье некоторых сотрудников, которые (возможно, иногда не без оснований) считали, что без подробностей тема не может быть раскрыта достаточно точно и глубоко, и которым было досадно, что их кропотливый труд по выяснению деталей оставался в тени. Даже в своих лекциях в МФТИ Марк Аронович считал наиболее важным донести до студентов основные принципы, оставляя многие детали для проработки на семинарах, практических и самостоятельных занятиях.

Доказанная теорема, касающаяся частностей, в глазах Марка Ароновича имела меньшую ценность, чем недоказанная и даже формально ошибочная гипотеза, если она обладала эвристической силой и стимулировала дальнейшие исследования.

Марк Аронович имел широкие международные научные связи и очень ценил их. Свой взгляд на науку как на коллективное творчество он распространял и на мировое научное сообщество. Свои научные связи Марк Аронович использовал для того, чтобы путем организации лекций и семинаров доносить до сотрудников Института последние достижения мировой науки. В условиях, когда зарубежные научные связи были очень затруднены, эти усилия Марка Ароновича играли огромную роль.

Марк Аронович всегда чувствовал себя членом коллектива Института проблем управления. Он гордился тем, что вся его научная жизнь связана с Институтом с момента организации последнего.

Коллективный характер научного творчества определял для Марка Ароновича необходимость научных дискуссий (участие М. А. Айзермана в дискуссиях по работам Г. В. Щипанова и по теории структурной устойчивости стало достоянием

истории науки об управлении). Никогда во время дискуссий Марк Аронович не апеллировал к своему авторитету, как это иногда бывает с заслуженными и известными людьми, а полемизировал по существу дела.

Поражала деловая хватка и организационные способности Марка Ароновича. Приступая к любому делу, он мгновенно схватывал суть и уже через несколько минут излагал план (что и кому делать) и последовательность действий. Характерно, что процесс создания унифицированной системы пневмоавтоматики Марк Аронович возглавлял не только как научный руководитель, но и как организатор всех работ — вплоть до заводского производства.

Считая для себя необходимым видеть широкую перспективу в науке, Марк Аронович распространял этот свой взгляд и на проблемы человеческого общества, которые интересовали его и чисто по-человечески, и с точки зрения науки. Глубоко веря в силу науки, Марк Аронович с недоверием относился к социально-политической деятельности, основываемой лишь на общечеловеческом здравом смысле без глубокого теоретического исследования или, по крайней мере, без многолетнего опыта практической работы. Так, он скептически относился ко всем «послеперестроечным» экономическим реформам в России, считая их недостаточно проработанными с научных позиций. Экономическое и социальное положение России в те годы он считал уникальным, кардинально отличным от того, что было в мире ранее, и поэтому считал неприменимыми все известные социально-экономические знания. «Здесь нужен новый экономический Эйнштейн» — иногда говорил он, вызывая протест большинства собеседников (включая и меня), считавших, что здесь достаточно уже разработанных методов, если их применению сопутствует здравый смысл. (Замечу в скобках, что до сих пор не выяснено, чья позиция ближе к истине.)

Социально-экономические проблемы заинтересовали Марка Ароновича лишь тогда, когда он понял, что и в этой области можно использовать методы точных наук. К гуманитарным наукам он относился скептически и даже с легким налетом презрения. Если ему пересказывали какое-либо гуманитарное исследование, он обычно говорил: «Ну, это филология!»

В связи с социально-экономическими научными интересами Марка Ароновича уместно сказать о его общественно-политических взглядах и предпочтениях. Говоря современным языком, он придерживался левых социал-демократических позиций, в отличие от большинства людей своего окружения (в основном, своих сотрудников), чьи взгляды можно охарактеризовать скорее как праволиберальные. Марк Аронович, не задумываясь, вступал в ожесточенные дискуссии с ними, хотя дискутировать с близкими людьми часто бывает труднее, чем с чужими. Стороны не всегда бывали взаимно вежливы, спорили на равных и не щадили друг друга

(оппоненты Марка Ароновича не снисходили к его возрасту, а он был уже далеко не молод).

В отличие от многих людей, с которыми ему приходилось дискутировать на общественно-политические темы, для Марка Ароновича серьезное и уважительное отношение к власти было вопросом принципа, даже с учетом нелепости и незаконности многих ее действий. Он считал для себя обязательным неукоснительно выполнять все установленные законы и правила. Характерна его переписка с академическим начальством и органами таможни, отобравшими у него после приезда из заграничной командировки «антисоветскую литературу». Марк Аронович, не возмущаясь и не отрицая их право на цензуру, спокойно убеждал соответствующие инстанции, что книги нужны ему для работы, а не для «антисоветской пропаганды». Будучи убежденным рационалистом, он полагал, что весомые аргументы преодолеют любые предубеждения и предрассудки, и что путем убеждения можно добиться всего, что не выходит за рамки существующих правил. Удивительно, но это действительно часто ему удавалось, хотя, как известно, при советской власти решали не законы, а неписаные чиновничьи обычаи и указы партийной верхушки. И в случае с задержкой «антисоветской литературы» книги были ему возвращены. Аналогично, ему всегда удавалось с помощью рациональных аргументов успешно отбиваться от настоячивых требований заклеить своей подписью или иное «антисоветское» явление. Он прямо не отказывался, но выдвигал вызывающее оторопь партийных чиновников настойчивое встречное требование предоставить материалы, по которым сначала можно ознакомиться с осуждаемым явлением. Против такого настойчивого и формально законного требования контраргументов не находилось, и чиновники отступали (тем более что в большинстве случаев никаких материалов и не существовало, а был лишь заказ заклеить). Ясно, что такая позиция была возможной для Марка Ароновича потому, что он не был членом партии, иначе чиновники могли бы апеллировать к партийной дисциплине. Каким-то образом ему удалось не вступить в партию (ссылаясь на большую свою полезность для страны в качестве научного работника, не отвлекающегося на общественную деятельность, вести которую обязан член партии). Положение беспартийного освобождало его от требований партийной дисциплины.

Никогда, даже в периоды «борьбы с космополитизмом» и почти неприкрытого антисемитизма, Марк Аронович не скрывал своей любви к народной еврейской музыке, часто открыто восхищаясь спектаклями Еврейского театра и игрой С. Михозла — ведь это формально не вступало в конфликт ни с какими законами и правилами — и такова была сила его убежденности в своей правоте, что никто не посмел обвинить его в «космополитизме» и национализме, хотя для другого это могло бы не пройти даром.

Будучи человеком умным и осторожным, Марк Аронович не терпел демонстративной фронды и демонстративного неуважения к власти. Конечно, здесь сказались его жизненный опыт, подсказывающий, чем может кончиться подобная фронда. Иногда осторожность, проявляемая Марком Ароновичем, представлялась чрезмерной и даже в какой-то мере мешающей научной работе — например, он долго сопротивлялся попыткам ряда сотрудников лаборатории наладить семинары и начать работу по математической экономике, считавшейся в те годы идеологической наукой. Но, в конце концов, чисто научные интересы взяли верх, да и времена изменились. К стати сказать, Марк Аронович яростно оспаривал применимость к реальной экономике общепринятых принципов математической экономики, основанных на максимизации «полезности» и на соответствующей теории цен (как оценок «предельной полезности» и двойственных «объективно-обусловленных оценок» ресурсов по Л. В. Канторовичу).

Марк Аронович с большой опаской относился к анархической стихии, которая могла бы пробудиться при резком ослаблении власти. Эта проблема стала широко обсуждаться в России лишь в последние годы, но ее важность стала понятной Марку Ароновичу с самого начала «перестройки». Характерна его реакция на утаивание властями от людей опасности Чернобыльской катастрофы. Видя все страшные последствия, к которым это утаивание привело, Марк Аронович одновременно подчеркивал опасность неконтролируемой паники, стихийной реакции населения в случае, если бы людям сразу стала доступной полная информация о взрыве. Разумеется, многие из окружения Марка Ароновича (я тоже) были абсолютно не согласны с идеей дозирования информации. Теперь я бы не стал столь категорически отстаивать универсальную справедливость противоположной идеи о необходимости полного доступа населения ко всей информации.

Марк Аронович был очень чувствителен к демагогическому популизму. Так, он предостерегал, что «борьба с привилегиями», возможно, лишь прикрывает неудержимое стремление провозгласивших ее политиков к власти.

При всей своей осторожности Марк Аронович спокойно и доброжелательно реагировал на эмиграцию из страны своего сотрудника, хотя в те годы (имеется в виду конец 70-х годов) это было чревато для завлаба серьезными неприятностями. Но и сотрудник, не желая доставлять неприятности Марку Ароновичу, подал заявление об отъезде лишь после увольнения из института.

Если попытаться резюмировать отношения Марка Ароновича с советской властью, то следует в очередной раз подчеркнуть, насколько «бесхозяйственно» относилась советская власть к людям. Огромные административные и организаторские способности М. А. Айзермана были использованы в минимальной степени. Абсолютно лояльный и социально активный человек, обладавший огромными потенци-

альными возможностями, всю свою жизнь подвергался со стороны этой власти травмирующему его душу и характер давлению, которому он, действуя исключительно в рамках существовавших правил, пытался противостоять как мог. Это ему удавалось не всегда — по крайней мере, если говорить о влиянии давления власти на его взгляды и характер (его социальная активность не позволяла ему замкнуться в мире науки и отмежеваться от каких-либо отношений с властью — без таких отношений невозможно было даже заведование лабораторией, а лояльность — и по убеждению, и по принуждению — не позволяла вступать в конфронтацию с ней, даже внутренне, в душе). Мы слишком мало знаем о механизмах творческой активности, для того чтобы с уверенностью судить, как влияет на появление научных идей внутреннее ощущение несвободы, возникающее в результате постоянного давления власти на человека. Кто знает, каких высот мог бы достичь М. А. Айзерман с его талантом и размахом, живи он в условиях более разумного общественного устройства. Вероятно, и в советских условиях Марк Аронович с его деловой хваткой мог бы найти видное место в одном из грандиозных технических проектов — атомном или космическом. Однако его призванием была наука, и он неизменно отказывался от поступающих в свое время предложений принять участие в работе над ракетной техникой (к тому же Марк Аронович не терпел формального режима секретности и считал, что этот режим, не обеспечивая безопасность информации, приносит лишь вред работе, хотя, разумеется, все существовавшие в то время правила секретности выполнялись Марком Ароновичем пунктуально — как и все формальные правила вообще).

Марк Аронович был любящим мужем, отцом и дедом, и его любовь к семье органически сочеталась с любовью к науке: его главной семейной заботой было образование дочери, а затем внуки.

В личном общении с малознакомыми людьми Марк Аронович был мягким и вежливым человеком. Особенно предупредительно он относился к начинающим и молодым научным работникам, всячески помогая им — и в их работе, и в их стремлении «пробиться» — в журнал, на защиту диссертации и т. п. Характерно, что чем меньше сам молодой ученый прикладывал сил, чтобы «пробиться», тем больше ему помогал сделать это Марк Аронович.

Нередко при необходимости Марк Аронович помогал своим молодым коллегам и материально, одалживая им деньги.

На всех, кто так или иначе сталкивался с М. А. Айзерманом — особенно на его непосредственных сотрудников — его могучая личность оказала сильнейшее влияние.

Заметив меня сразу же после завершения мной высшего образования и поступления на работу в ИАТ в 1955 году, он при первой возможности добился

моего перевода в свою лабораторию. Он очень быстро «пробил» защиту сначала моей кандидатской, а затем докторской диссертации и долгое время заботливо опекал меня во всех делах — и научных, и административных. Для меня всю мою постстуденческую жизнь Марк Аронович был старшим другом. Думаю, что и он считал так же. Во многом мы были не согласны друг с другом — начиная от взглядов на роль лаборатории в научной работе (я не считал, что работа лаборатории как единого целого важнее индивидуальной научной работы, и никогда не хотел возглавлять какую-либо лабораторию) и кончая общественно-политическими взглядами. Однако наши несогласия (включая, разумеется, и те, которые возникали в процессе научных дискуссий) не мешали нашей дружбе и совместной работе. Это демонстрирует, в частности, что при всей своей нетерпимости к чуждым ему взглядам Марк Аронович был терпим по отношению к людям.

Забить Марка Ароновича невозможно, и память о нем сохраняют все, знавшие его, на всю свою жизнь.

В заключение я хотел бы поблагодарить Ф. Т. Алескерова, З. М. Лезину, В. И. Лезина, С. М. Мееркова, И. Б. Мучника, С. В. Петрова, П. Ю. Чеботарева, щедро поделившихся со мной своими воспоминаниями и мыслями о Марке Ароновиче.

## В ЛАБОРАТОРИИ МАРКА АРОНОВИЧА АЙЗЕРМАНА

И. М. Смирнова

Я проработала в лаборатории М. А. Айзермана всю свою сознательную жизнь. На вопрос проведенного в 1982 г. небольшого социологического исследования, посвященного XX годовщине лаборатории, «Какое влияние на Вашу жизнь оказала работа в лаборатории?» я ответила: «Определяющее».

**Среда обитания.** 1939 год. Особняк на Малом Харитоньевском, в котором размещаются институты Отделения технических наук Академии Наук СССР (ОТН АН СССР). Организован Институт автоматики и телемеханики (ИАТ) во главе с академиком генерал-майором авиации В. С. Кулебакиным. Отвечая насущной необходимости объединения различных технических дисциплин, каждая из которых со своими приемами, со своим языком, создается Первое Всесоюзное Совещание по автоматическому регулированию. Небывалое оживление охватывает все ОТН. В совещании участвуют математики, физики, инженеры, военные. Вместе со всеми сотрудниками ИАТа (22 человека) деятельное участие в нем принимает молодой, энергичный докторант Марк Айзерман. Совещание явилось большим взрывом, породившим новую науку — теорию автоматического регулирования (ТАР) со своей проблематикой и языком. В 1945 г., после демобилизации, вернувшись в докторантуру ИАТ, М. А. Айзерман в тесном контакте с академиком А. А. Андроновым занимается построением фундамента ТАР. В 1946 г. после защиты он создает Лабораторию систем автоматического регулирования, организует семинар по ТАР. Вся лаборатория в узенькой комнатке 2-го этажа особняка.

1947 год. Ленинградский проспект. Здание бывшего ресторана «Спорт». Лаборатория систем автоматического регулирования — разгороженный шкафами на отсеки зал ресторана, где одновременно проводятся эксперименты по разработке и исследованию пневматических и гидравлических устройств автоматики, электропневматических преобразователей и ведется углубленная разработка проблем устойчивости и нелинейных задач ТАР. Лаборатория сразу же выделяется в

ИАТе широтой и новизной теоретических исследований, актуальностью и масштабностью практических приложений. Эксперименты, однако, вносят свою специфику: масло гидравлических устройств размягчает подметки, из ртутных манометров выплескивается ртуть, в результате содержание ее паров превышает норму и наибольшая их концентрация почему-то над местом Марка Ароновича, в левом углу у окна, там, где ведутся самые жаркие теоретические дискуссии. Лаборатория работает с полной отдачей, прирастает тематикой, молодыми перспективными сотрудниками, помещением — у Марка Ароновича появляется свой кабинет.

1957 год. Каланчевская улица. Лаборатория занимает целое крыло 3-го этажа. Эксперименты и теория разведены по разным комнатам. Разрабатываются фундаментальные проблемы ТАР, проводятся тонкие эксперименты по разработке элементов современных пневматических устройств автоматики и одновременно начинаются самые неожиданные эксперименты по исследованию возможности реализации «безумных идей» талантливых молодых сотрудников, которые тянутся к лаборатории, ярко выделяющейся в ИАТе и во всем научном мире Москвы. Марк Аронович легко перекладывается с глубоких теоретических исследований с группой сотрудников, нацеленных на определенную проблематику, на широкое обсуждение новых идей и на обсуждение самых тонких деталей экспериментов. (Эти эксперименты приводят иногда к неожиданным осложнениям — стрессам сотрудников ИАТа при виде прооперированных подопытных кроликов, протестам тех, установок которых заблокированы засохшими лягушками, разбежавшимися в лаборатории. Об этих экспериментах подробно рассказано в статье Е. А. Андреевой и И. Б. Мучника.) Лаборатория живет самой энергичной жизнью, тематика ее расширяется, перерастает размеры, оптимальные для эффективного управления ее развитием, и начинает делиться. Практические результаты, достигнутые на направлении, связанном с важным народно-хозяйственным применением, столь значительны, что получают высокую оценку — Ленинскую премию за 1964 г. Развитие этих работ потребовало их выделения в отдельную лабораторию. Лаборатория Марка Ароновича в 1962 г. получает название «Лаборатория теории и методов построения автоматов». Планируется переезд ИАТа в новое, наконец специально возводимое для института здание. Тщательно расписываются все помещения, планируется размещение всех установок, вивария. Конечно, после переезда все, как всегда, получилось не совсем так, как было распланировано, но стало просторно и удобно работать.

Ярчайшим событием этих лет был Первый Конгресс IFAC в 1960 г., который утвердил как роль ИАТа, так и роль лаборатории в научном мире и укрепил ее связи со всем научным сообществом. Во время подготовки и проведения конгр-

ресса средней обитания лаборатории стал МГУ им. Ломоносова, в котором проходил конгресс.

1969 год. Профсоюзная улица. Много комнат, кабинеты для теоретических работ, эксперименты рассредоточены по отдельным помещениям, появляется возможность предоставить рабочие места студентам МФТИ, выбирающим лабораторию в качестве базовой, стажерам, аспирантам. ИАТ становится ИПУ — Институтом проблем управления. Область науки управления расширяется на все сферы жизни. И все они — от технических применений до управления в биологии, медицине, обществе, проблем искусственного интеллекта — входят в круг интересов лаборатории Марка Ароновича Айзермана. Лаборатория снова делится, выделяются самостоятельные подразделения, которые Марк Аронович не оставляет без внимания и, по сути дела, продолжает курировать. Ядро лаборатории остается, она обладает высоким потенциалом и своим местом в современной теории управления.

**Климат.** С самого начала, с первого взгляда впечатление от крупной, выделяющейся среди всех фигуры Марка Ароновича — это впечатление несомненной значительности, целенаправленной энергии. При контактах — внимательность, доброжелательность. Марк Аронович — человек своего времени, и судьбу его писало время. С самой юности ему пришлось испытать на себе давление жесткой командной системы, преодолевать препоны, ограничения, запреты, которые она накладывала. Он был человеком законопослушным и мудро обрел определенную свободу, выполняя требования необходимости. Чтобы поступить в институт — МВТУ — он после школы, по действовавшим в то время правилам, как член семьи служащего должен был закончить среднее образование в ФЗУ и проработать на заводе два года (работал столяром). После окончания МВТУ в 1937 г. получил диплом с отличием и был по распределению направлен в МАТИ, где без отрыва от работы инженера-механика в 1939 г. защитил кандидатскую диссертацию, посвященную исследованию и усовершенствованию систем регулирования автотракторных двигателей. Его научные интересы, творческая энергия приводят его в 1940 г. в только что организованную докторантуру ИАТ. С самого начала Великой Отечественной войны он прерывает докторантуру и добровольно идет в армию, где, в соответствии со своей специальностью, несет службу офицера на танковом полигоне. При этом он не прекращает теоретическую работу, начатую в докторантуре. После демобилизации в 1945 г. уже в 1946 г. он защищает докторскую диссертацию, организует Лабораторию систем автоматического регулирования, устанавливает тесную связь лаборатории с горьковской научной школой академика А. А. Андропова (который и сам испытал тяготы системы — из его книги,

которая золотым кирпичом легла в фундамент ТАР, был вычеркнут друг и соавтор А. А. Витт). Вместе с А. А. Андроновым он организует общесоюзный семинар по ТАР. Вся работа Марка Ароновича проходит в тесных рамках, регламентирующих научную и организационную деятельность, он им строго подчиняется и от своих сотрудников требует также безусловного соблюдения предписанных правил и указаний. Все это он преодолевал, как преодолевал подъемы, когда в молодости занимался альпинизмом и даже воспринимал как некое, хоть и навязанное, упорядочивание жизнедеятельности. Приходилось писать, читать массу бюрократических материалов, посещать методические политические семинары, пройти курсы политической грамотности в Университете марксизма-ленинизма. Все это он выполнял со спокойным достоинством и ожидал того же от всех своих сотрудников. Благодаря этому он обретает некоторую свободу работать в лаборатории по своей тематике, возможность широкого общения с учеными Союза и зарубежья.

Характер Марка Ароновича был сложный, иногда он казался парадоксальным. В нем сочетались доброта, терпимость — и в то же время нетерпимость. Наряду с требовательностью к соблюдению правил жизни того времени, он проявлял удивительное понимание людей, учитывал их психологические особенности, входил в материальное положение, семейные трудности. Особенно деликатно и безукоризненно вежливо он относился к младшему персоналу и жестко требовал от всех сотрудников такого же корректного отношения. В отдельных случаях проявления невежливости мог сделать резкие замечания любому из старших сотрудников. Очень внимательно он относился к молодым сотрудникам, стажерам, прикомандированным из других городов и республик СССР, из других стран, искренне радовался их успехам, всячески опекал, помогал в решении их жизненных проблем. Их было много, трудно всех перечислить, но можно остановиться на ярком примере двух стажеров из Азербайджана — Аскера Абдуллаева и Энвера Наджафова. Они приехали без достаточной подготовки, но с большим желанием учиться, вошли в коллектив лаборатории, за два года сделали хорошие работы, защитили их. Позже у себя в Азербайджане один стал директором крупного завода, второй — заведовал кафедрой в институте. Марк Аронович внимательно относился к студентам Физтеха и других институтов, прикомандированных к лаборатории, следил за научной работой каждого из них. Благодаря такому отношению студентов привлекала работа в лаборатории, и они стремились после окончания распределиться к Марку Ароновичу, что обеспечивало приток новых талантливых сотрудников, уже прошедших школу работы и взаимоотношений в коллективе лаборатории. Отношения между людьми в лаборатории складывались годами. Главным для Марка Ароновича было сохранение целостности лаборатории, атмосферы доверия и совместного коллективного творчества. При всей своей довери-

вности и благожелательности он даже как бы проверял людей на порядочность, и без колебаний (хотя и с сожалением) расставался с талантливым и энергичным сотрудником, если тот представлял угрозу для лаборатории, хотел как-то отделиться, что-то выгадать, мог явиться ядром раскола.

Особо надо сказать о его участии к людям, которые в силу каких-либо обстоятельств не могли найти себя в других подразделениях ИАТа или же в других институтах. Они приходили в лабораторию, часто получали возможность продолжать начатую ранее работу, либо найти с помощью Марка Ароновича другую тему. В благоприятной обстановке они быстро входили в коллектив лаборатории, способности их раскрывались, и работа обычно доводилась до успешного конца. Благодаря тому, что Марк Аронович главным считал целостность коллектива и, наряду с внимательным отношением к каждому сотруднику и стремлением выявить его способности, выстраивал и сохранял коллектив, климат в лаборатории был благоприятным для творчества. Лаборатория была одной из профилирующих в ИАТе, что, в свою очередь, давало определенную свободу в выборе направлений разработок. Сравнение с другими лабораториями, с другими организациями не оставляло сомнений — тем, кто был в лаборатории Марка Ароновича Айзермана, выпал счастливый жребий.

**Стиль.** Марк Аронович — человек на все времена по своему отношению к жизни, к людям. Марк Аронович — человек своего времени по тем трудностям и ограничениям, с которыми ему пришлось прожить жизнь. И Марк Аронович — человек, опередивший свое время по стилю научной работы, работы с научными кадрами, организации научной работы. К сожалению, в полной мере эти свои способности он не смог реализовать, так как был в плену своего времени.

Стиль научной работы — постановка новых, актуальных, часто на стыке разных наук, проблем, способных зажечь творческой энергии коллектив сотрудников. Для решения таких проблем уже в конце 50-х годов использовался метод мозгового штурма — совместного обсуждения возможных путей их решения целым коллективом сотрудников различной подготовки, склада ума, специализации. При постановке проблемы ее общие очертания возникали как отклик на самые современные тенденции развития автоматического управления, а к коллективным обсуждениям привлекались молодые «незашоренные» участники. На этих неформальных свободных обсуждениях высказывались неожиданные идеи и предложения, не отбрасывались даже самые, казалось бы, парадоксальные идеи. «Энергия заблуждения», которая является необходимой, чтобы зажечь огонь творчества, разбудить интуицию, ярко проявлялась на этих дискуссиях, приводила к рождению «безумных», но плодотворных идей. Разговор на этих обсуждениях всегда

шел на равных, Марк Аронович лишь больше всех задавал вопросы, он этого не стеснялся, ибо хотел все понять и прояснить до конца. Сначала собиралось много участников — «Большой Хурал». Затем, когда контуры проблемы делались более определенными, выкристаллизовывались отдельные направления решения проблемы, намечалась формулировка конкретных задач, создавались небольшие группы (3–4 сотрудника), которые уже были нацелены на то, чтобы плотно заниматься этими конкретными задачами, и обсуждения проводились в рамках малых групп — «Малые Хуралы». Иногда было необходимо обратиться к новым или неизвестным разделам науки. Тогда отдельным сотрудникам поручалось изучение этих разделов (математической логики, теории игр, управления мышечной активностью и т. п.), после чего они читали курс лекций в своей малой группе и затем на новом уровне продвигались вместе по пути решения задачи. После получения решения было вновь критическое обсуждение на «Большом Хурале», на всей лаборатории, на институтском семинаре. Наконец, полученное решение проверялось на высоком профессиональном уровне. Результаты медико-биологических разработок — в клинике; обучение машин, принятие решений — в прикладных специализированных организациях; методы и алгоритмы классификации — при разведке месторождений полезных ископаемых. Перспективы такого коллективного творчества, в котором каждый мог проявить себя и получить поддержку, были очень привлекательны для молодых талантливых научных сотрудников, и лаборатория являлась центром притяжения для них. В ней было много студентов, стажеров, аспирантов, докторантов. Привлекала широта, масштабность, многомерность тематики, ее увлекательность, живой современный метод и темп работы, участие в союзных и международных семинарах, конференциях и симпозиумах, быстрый научный рост.

Марк Аронович активно участвовал в организации курсов лекций для сотрудников ИАТа по разделам теории управления, к которым привлекались ведущие специалисты всех лабораторий института. Много лет он вел общемосковский семинар по нелинейным задачам теории автоматического регулирования, на котором докладывались последние разработки в этой области. Он активно участвовал в работе ученого совета ИАТ, причем у него был всегда свой взгляд на рассматриваемые проблемы, нетрадиционный подход, неожиданное их освещение, свое особое мнение, которого ждали и к которому внимательно прислушивались.

Марк Аронович не прекращал углубленно заниматься теорией устойчивости, и здесь у него тоже были ученики, последователи. Развитие исследований по этой тематике позже привело к созданию в ИАТе самостоятельной лаборатории. В Физтехе Марк Аронович заведовал кафедрой теоретической механики. Его лекции увлекли своеобразием подачи материала, он умел аудиторию зажечь, повести за собой и удержать. Позже кафедра перешла к его ученику.

Особо следует отметить работу Марка Ароновича в редакции журнала «Автоматика и телемеханика». Для него это была не бумажная рутинная, а ответственная и воспитательная работа. Статьи раздела «АиТ», который он курировал, он раздавал на рецензирование сотрудникам и требовал, чтобы отзыв не был отпиской, чтобы был углубленный подробный разбор. Если отзыв был отрицательным, то это оказывалось самым сложным для рецензента: начиналась самая трудоемкая работа. Надо было указать не только на ошибки, но и на пути их преодоления. А затем, после получения исправленного текста, зачастую то же повторялось по второму, а то и по третьему разу, пока статья не доведется до кондиции, буде это возможно. Это очень укрепляло авторитет журнала, института и воспитывало автора (и рецензентов также). Сотрудники лаборатории Марка Ароновича и лабораторий, отпочковавшихся от нее, продолжали работу в редакции столь же ответственно.

Для понимания масштаба личности Марка Ароновича, его благожелательности по отношению ко всем и активной деятельности на благо науки очень важно знать о его отношении к научным публикациям сотрудников лаборатории и института. Научные результаты лаборатории отражались в многочисленных публикациях — монографиях, статьях в отечественных и зарубежных журналах. Марк Аронович не только тщательно редактировал все публикации, которые выходили из лаборатории, он сам вместе с сотрудником писал текст работы, даже если и не входил в число соавторов. У него была удивительная способность придать самому рыхлому и вязкому тексту стройность, отсечь лишнее, упорядочить, оживить и «проявить» его. Это знали все в институте, и к его помощи прибегали сотрудники и других лабораторий. С ними он также работал часами, никогда никому не отказывая, равно как не отказывал в советах по разрешению любых научных и организационных проблем.

Особого упоминания заслуживает его деятельность по поддержанию широких связей с институтами других республик СССР — (Азербайджана, Армении, Грузии, Узбекистана, Белоруссии, Прибалтики). Он следил за работой своих учеников в этих институтах, привлекал их к участию в совместных работах, семинарах, симпозиумах.

Трудно подсчитать число защищенных под руководством Марка Ароновича кандидатских и докторских диссертаций. При этом надо иметь в виду, что в них вложено участие и всего коллектива лаборатории, помощь в проведении эксперимента, а со стороны Марка Ароновича самое пристальное внимание на всех этапах работы, от самого начала до выстраивания и редактирования полученных материалов исследования, и даже просто помощь в написании текста работы. Это отношение передавалось по эстафете — уже «остепененные» сотрудники так же заботливо, не жалея сил, в свою очередь вели своих аспирантов и соискателей к успешному завершению работы.

Благожелательность и глубокая порядочность Марка Ароновича привлекала к нему людей. В лаборатории сотрудники работали десятилетиями, укреплялись дружеские связи с учеными всего Союза (один пример — связь с Горьковской научной школой с 1939 г. и до конца 80-х, когда он помогал в издании работ академика А. А. Андропова). Научные связи с зарубежными учеными (Италия, США, Индия, Китай, Польша, Болгария) также были длительными и плодотворными. Они зачастую переходили в действительно дружеские связи и служили развитию быстрого взаимовыгодного обмена научными достижениями, помогли переходу на другой, эффективный уровень сотрудничества ученых всего мира, по сути дела предвзяря переход на современный оперативный уровень, который теперь достигается благодаря развитию Интернета. В этом Марк Аронович был человеком, опередившим свое время, преодолевшим его плен.

Марку Ароновичу выпала нелегкая судьба — ему не удалось полностью реализовать все свои способности. Но ему выпала и редкая, прекрасная судьба — деятельно участвовать в рождении науки об управлении, учить ее самым первым словам, строить ее фундамент, способствовать росту, развитию как теории, так и практических применений, ее расцвету и распространению на все области жизни человека и общества.

Кто общался более тесно с Марком Ароновичем, оценит его деликатность, корректность в различных жизненных ситуациях. Иногда, когда он считал, что кто-то рядом с ним в контактах с внешним миром проявлял некорректность, он резко делал замечания, и чувствовалось при этом, что это не только возмущает его, но и причиняет ему боль.

Как только Марк Аронович стал общаться с зарубежными учеными, он не захотел быть безязычным, быть в зависимости от переводчиков, и очень быстро овладел английским языком, используя, по сути дела, метод глубокого погружения, и свободно пользовался им.

Марк Аронович любил заходить в книжные магазины, часто покупал там альбомы художников, отдавая предпочтение классическому искусству.

Очень заботливо Марк Аронович относился к своей семье. После трагической гибели прелестной одиннадцатилетней старшей дочери Риты он особенно нежно и бережно относился к младшей дочери Зое.

Нам выпал счастливый жребий, мы были в лаборатории Марка Ароновича в течение долгих лет, в меру своих сил шли вместе с ним.

О Марке Ароновиче могли бы написать его сотрудники, ушедшие из жизни раньше него: талантливо и ярко — Эммануил Маркович Браверман, сердечно — Коля Завалишин, интересно — Лева Тененбаум, а главные слова написал бы Алексей Алексеевич Таль.

## ОТ РЕДКОЛЛЕГИИ

Во время подготовки книги к печати ушла из жизни Ирина Михайловна Смирнова, старейший сотрудник лаборатории Марка Ароновича, его заместитель по лаборатории, его соавтор, а также один из авторов этой книги. Марк Аронович очень любил и ценил Ирину Михайловну. Так же любили и уважали ее все сотрудники лаборатории. Редколлегия сочла уместным поместить ниже биографическую справку об И. М. Смирновой и воспоминания о ней сотрудников лаборатории.

Ирина Михайловна Смирнова, в девичестве Пояркова, родилась в Петрограде 29 января 1918 г. Ее отец Михаил Федорович Поярков был профессором Московского энергетического института, мать Анастасия Иосифовна — выпускница Смольного института; в первую мировую войну работала медсестрой. Она передала очень любившей ее дочери не только большую доброту, чуткость и общую глубокую культуру, но и совершенное владение иностранными языками.

С 1922 г. семья Поярковых живет в Москве. Здесь природная культура и знания Ирины Михайловны получают свое дальнейшее развитие в знаменитой в 1920–30-х годах московской школе № 32 им. Лепешинского. Ирина Михайловна всю жизнь вспоминала эту школу и ее учителей с большой нежностью. По воспоминаниям младших ее сестер, училась она легко, с раннего детства была большим книголюбом и привила любовь к книгам младшим сестрам; уже в школе много читала на иностранных языках.

После окончания школы Ирина Михайловна поступила в Московский энергетический институт, который окончила в 1940 г. В том же году она становится научным сотрудником Института автоматки и телемеханики (позже Института проблем управления) АН СССР, в котором проработала, с некоторыми перерывами, до 1993 г. В 1951 г. в этом же институте она защитила кандидатскую диссертацию. В 1962 г. она стала заместителем М. А. Айзермана по лаборатории.

И после выхода на пенсию Ирина Михайловна жила активно, трудолюбиво, плодотворно, постоянно помогая близким. Для своих родных она являла пример энергии, оптимизма, жизнестойкости, трудолюбия и организованности, к которым нужно стремиться.

Ирина Михайловна была очень скромным, мудрым, сдержанным, благородным человеком.

*(Материал для биографической справки представлен сыном Ирины Михайловны А. С. Смирновым.)*

## ВОСПОМИНАНИЯ ОБ ИРИНЕ МИХАЙЛОВНЕ СМИРНОВОЙ

Е. А. Андреева, Л. А. Гусев

Впервые мы встретились с Ириной Михайловной около 45 лет тому назад, когда оба почти одновременно пришли в лабораторию М. А. Айзермана: Е. А. Андреева — в качестве его аспирантки, Л. А. Гусев, только что закончивший МГУ, стал работать в лаборатории младшим научным сотрудником. Лаборатория в то время была совсем маленькой, вся она, вместе с экспериментальными установками, помещалась в одной комнате. Мы быстро познакомились со всеми ее сотрудниками.

Ирина Михайловна, милая молодая женщина, вначале произвела впечатление человека замкнутого, сдержанного, строгого, требовательного к себе и другим. Она была мало общительна, но всегда вежлива и корректна. Все свое рабочее время она, не отрываясь, работала, и вначале казалось, что ничто другое, кроме работы, ее не интересует.

Однако постепенно мы почувствовали, что углубленность в работу ни в коей мере не свидетельствует об узости ее интересов. Со временем открывалось, что интересы Ирины Михайловны исключительно широки. Она предстала энциклопедически образованным человеком, человеком высокого интеллекта, обладавшим мудростью, терпением, добротой и множеством других ценнейших человеческих качеств, которые в такой совокупности удается встретить очень редко.

Память Ирины Михайловны хранила колоссальный объем информации, в том числе множество имен и фамилий известных мировых деятелей — писателей, музыкантов, актеров, режиссеров, политиков и даже спортсменов. К ней часто обращались с вопросами самого различного рода. Это были научные вопросы, вопросы, связанные с искусством, историей, философией и множество других. Если она могла сразу ответить на вопрос, а в большинстве случаев оно было именно так, то ответ ее был четким и правильным. Она была прекрасно эрудирована в области искусств, в частности хорошо знала музыкальную литературу. Во времена оны, когда все мы были относительно молоды (т. е. 60–70 годы), мы

вместе не раз ходили на конкурсы Чайковского, на спектакли Большого театра, на концерты. Иной раз и без билетов, проникая в зал всеми правдами или, вернее сказать, неправдами. Так, мы даже трижды сумели проникнуть на концерты Герберта фон Караяна, когда он гастролитировал в Москве.

Между нами шел очень интенсивный обмен книгами, нотами, альбомами, пластинками, магнитофонными записями, иногда любительскими кинофильмами. Конечно, мы узнавали много нового благодаря этому обмену.

Но все же из всех ее разносторонних интересов особенно выделялась любовь к книгам. Она много читала и всегда старалась приобщить к этому окружающих. Все книги, которые ей нравились, которые она любила и доставала порой с большим трудом, она приносила в лабораторию и давала для чтения другим. Иногда, когда ей удавалось получить желаемую книгу на короткое время, а хотелось иметь надолго, Ирина Михайловна по ночам перепечатывала ее. Конечно, она печатала в нескольких экземплярах, чтобы была возможность поделиться ею с другими. Как правило, это были большие книги (собрания сочинений Цветаевой, Гумилева, Волошина, Мандельштама, Булгакова и многих других). Сам по себе процесс печатания таких книг был колоссальным трудом. Но, кроме того, маленькая, хрупкая Ирина Михайловна несла все экземпляры на работу, чтобы доставить радость другим, чтобы и у них была эта книга.

Ее осведомленность в современной художественной литературе была просто поразительной. Вспомним мы, бывало, в «Книжном обозрении» (в нем анонсировались издаваемые во всех издательствах Советского Союза книги, в том числе переводные) какую-нибудь книгу с интригующим названием, а фамилию автора видим впервые. Сразу с вопросом к Ирине Михайловне: Ирина Михайловна, что это за автор? — «А, это такой-то, у него в такие-то годы выходили такие-то вещи...». Следует перечисление, краткая характеристика творчества. В придачу иногда совет — стоит или нет его читать. С подобными вопросами к ней обращались многие, и затруднялась с ответом она очень редко.

Ирина Михайловна в совершенстве владела многими иностранными языками: английским, немецким, французским, итальянским, украинским, польским, венгерским и многим другими. Она свободно говорила на них. Но говорить на иностранных языках, несмотря на совершенное владение ими, она не любила, как не любила все, что хоть как-то выделяло ее среди других. При всех ее возможностях она всегда была поразительно скромна и стеснительна.

Многие сотрудники института, даже хорошо знающие языки, часто обращались к Ирине Михайловне за консультацией. И опять же очень тихо, деликатно она говорила, какой перевод ей кажется правильным, и объясняла почему. Спрашивающий всегда уходил благодарным и удовлетворенным. Иной раз она вообще ока-

зывалась единственным человеком в институте, способным сделать нужный перевод.

В работах, связанных с иностранными языками, Ирина Михайловна много помогала Марку Ароновичу. Она просматривала и тематически подбирала для него новую иностранную литературу, переводила статьи, помогала составлять письма иностранным ученым. Участвовала в организации и проведении международных конференций и семинаров и, конечно же, помогала Марку Ароновичу в совместных с ним зарубежных командировках. Вместе с Марком Ароновичем она составляла различного рода отчеты, протоколы и другие необходимые во время проведения конференции документы. Помимо участия в конференциях со своими научными докладами, Ирина Михайловна переводила чужие доклады, во многих случаях синхронно. Зная язык страны, Ирина Михайловна в значительной степени облегчала возможности существования в чужой стране и общения с людьми. Быть с Ириной Михайловной в заграничной командировке было всегда очень интересно.

В качестве заместителя заведующего лабораторией Ирина Михайловна тоже была постоянным и надежным помощником Марка Ароновича. Она полностью брала на себя многие лабораторные заботы. Без совета с Ириной Михайловной Марк Аронович редко принимал какие-либо важные решения. Он очень ценил ее советы и всегда прислушивался к ее мнению. При необходимости Ирине Михайловне даже удавалось переубедить Марка Ароновича в чем-то существенном и важном. Все это она делала ровным спокойным тоном, разумно и последовательно объясняя, почему она так считает.

Марк Аронович любил разговаривать с Ириной Михайловной на самые различные темы. Любил обсуждать с ней прочитанные им книги, особенно на английском языке. Он относился к Ирине Михайловне с большим уважением и трогательной заботой. Марк Аронович говорил, что чувствует перед Ириной Михайловной большую вину в том, что не сумел преодолеть ее безразличия к знаниям и должностям, преодолеть ее скромность и настоять на защите ею докторской диссертации. Он считал, что в лаборатории Ирина Михайловна заведомо является человеком, достойным звания доктора технических наук.

Несколько слов о ее научной работе. В начале своей работы в институте Ирина Михайловна занималась вопросами устойчивости систем автоматического регулирования. В то время это была весьма актуальная теоретическая проблема, имевшая важнейшее прикладное значение, поскольку с усложнением управляемых систем все труднее становилось обеспечить их устойчивости. Итоги этих работ Ирины Михайловны подведены в ее кандидатской диссертации «Устойчивость систем автоматического регулирования, содержащих неустойчивый элемент».

Во второй половине 50-х годов в лаборатории сложился коллектив из пяти человек, в который вошла и Ирина Михайловна, и который начал работать в новых областях — теории автоматов, математической логике, теории алгоритмов. Этот коллектив существовал и работал довольно долго, им опубликовано много разнообразных работ. В начале 60-х годов им была подготовлена и выпущена монография «Логика. Автоматы. Алгоритмы», в которой Ириной Михайловной написаны две главы. Позже, в 70–80-е годы, Ирина Михайловна занимается теорией графов, теорией нечетких множеств.

Совместно с Л. А. Гусевым Ириной Михайловной написано и опубликовано несколько обстоятельных обзоров литературы по математической лингвистике, теории нечетких множеств и т. д., отрецензировано много статей. Оба долгое время были рецензентами международного журнала «Fuzzy sets and systems» и рецензировали присылаемые статьи обычно совместно.

Удивительной была способность Ирины Михайловны мгновенно схватывать суть рецензируемой работы. Иная присланная статья была написана так, что за лесом формул никак не поймешь, что же по существу хочет сказать автор. Прочтешь статью до конца, еще раз прочтешь — непонятно. А Ирина Михайловна бегло просмотрит работу, немного подумает — и выскажет гипотезу, которая порой сначала кажется совершенно фантастической, невероятной. Однако станешь проверять эту фантастическую гипотезу — и оказывается, что именно она и является искомым ключом к пониманию всей работы. После этого писать рецензию было уже легко.

Моральный климат, высоконравственная обстановка порядочности, царившая в лаборатории, определялась не только Марком Ароновичем, но в значительной степени и Ириной Михайловной. Было такое ощущение, что она ничего специального и особенного для этого не предпринимала, а просто присутствовала в лаборатории, и этого уже было достаточно, чтобы сохранялся высокий уровень порядочности. Но если в лаборатории случалось что-то не совсем благопристойное, Ирина Михайловна всегда старалась смягчить ситуацию и относилась к происходящему спокойно, разумно и терпеливо. И обычно все постепенно становилось на свои места. Но в нужных случаях Ирина Михайловна могла явить и строгость. Так, когда однажды из соседней комнаты донеслись нецензурные фрагменты разговора двух механиков, то «разнос» этим механикам был сделан грандиозный.

Как более молодому и менее организованному сотруднику, Л. А. Гусеву за некоторые упущения в работе порой также приходилось быть объектом острой критики со стороны Ирины Михайловны. Внушение делалось в безукоризненно вежливой форме, но сильно пониженным тоном, и это было ужасно! Правда, на наши хорошие отношения все это никак не влияло.

Халатности, разгильдяйства, хамства, пошлости, лицемерия, словесной грязи Ирина Михайловна не выносила органически и всему этому решительно противодействовала. Женственная, любящая, умная, нежная — и строгая; робкая — и гордая; сильная — и скромная, она была необыкновенным человеком!

## М. А. АЙЗЕРМАН И ФИЗТЕХ

В. К. Исаев

*В главном — единство,  
во второстепенном — свобода,  
ко всему — с любовью*

### 1. Вхождение в Физтех

Начало 50-х годов... Удивительное было время! Страна жила очень бедно. Только кончилась война. Не забылись еще карточки военных лет и голодный 47-й год. Но тяга к знаниям была страшная. Она упиралась в дефицит учебников и почти полное отсутствие дополнительной литературы. До дыр зачитывались популярные книжки Перельмана, книги очерков об исследователях тайн атомной физики ценились школьниками выше одиночных образцов малоизвестного тогда детективного жанра. Как никогда высока и почетна была роль Учителя.

Я оканчивал 8-ю среднюю школу г. Сталинграда, базовую школу Сталинградского пединститута, студенты посещали показательные уроки наших учителей, сами давали иногда нам уроки. Уровень педагогического коллектива был равномерно высок.

В самом конце 9-го класса у нас в школе появился представитель Ленинградского университета. Он встречался с директором школы Б. В. Бриккером, преподавателем математики Т. А. Самариной, другими учителями. После этого некоторые экс-девятиклассники получили приглашение побеседовать с «делегатом Балтики». Я оказался в числе приглашенных. После беседы представитель университета сказал, что мы можем подать заявления и нас примут в ЛГУ без экзаменов. Вообще-то мы хотели поступать кто в МГУ, кто в МВТУ, кто в МАИ, но предложение было лестным, мы ничего не теряли, и заявления некоторые из нас, и я тоже, написали. На самом деле предложение основывалось на надежной апп-

роксимации результата, ибо все приглашенные через год действительно получили кто золотые, кто серебряные медали. Но в начале мая 1952 г. перед выпускными экзаменами в нашем 10-м классе, выходявшем окнами на улицу Мира, по рядам прошел маленький рекламный листок: объявлял о своем существовании никому дотоле неизвестный Московский физико-технический институт (МФТИ). Слова: «Готовит кадры научных работников для ведущих академических и отраслевых научно-исследовательских институтов и опытно-конструкторских бюро», — звучали музыкой. Престиж науки в тот период был необычайно высок, а приписка в рекламе, что медалисты сдают наравне со всеми 5 (!) экзаменов и освобождаются только от сочинения и еще чего-то гуманитарного, только подстегивала самолюбие.

Преобразование физико-технического факультета (ФТФ) МГУ в МФТИ свершилось как раз к нашему окончанию школы: наш набор был первым набором в институт, а не на факультет. И хотя только что построенные новые корпуса МГУ на Ленинских горах не могли не пленять воображение, выбор был однозначно сделан.

Так я оказался на Физтехе, и об этом решении мне не пришлось позже пожалеть никогда.

Кадры Физтеха были и по сию пору черпаются из цвета отечественной науки. Например, лекции по физике нам читал академик Григорий Самуилович Ландсберг; все прогрессивные школьники штудировали его трехтомник. Ландау мы в лекторах не застали, но были и небыли о его знаменитом теорминимуме были у всех на слуху. Матанализ мы слушали в замечательном исполнении профессора Сергея Михайловича Никольского. Он был воплощением демократии. Студенты Физтеха могли пообщаться с ним не только на лекциях и экзаменах, но и, случалось, в фойе концертного зала или в одном из ресторанов Москвы, признанными учителями которых слыли многие физтехи, в том числе и из малообеспеченных семей; и куда будущий академик, но тогда уже лауреат Сталинской премии, любил забредать иногда с кем-нибудь из своих коллег. Сергей Михайлович до сих пор в строю; ему исполнилось 95 лет, и он не порывает с Физтехом!

### 2. Ф. Р. Гантмахер. Создание основ современного курса по теоретической механике в МФТИ

Лектором по теоретической и аналитической механике у нас был выдающийся ученый и педагог Феликс Рувимович Гантмахер. Он читал лекции в Актовом зале старого корпуса, ныне Лабораторного, читал подчеркнuto строго, корректно,

завораживая глубиной и эрудицией, скрывая под толстыми линзами очков доброту и уважительное отношение к студентам. Мы изучали его фундаментальную книгу «Теория матриц», узнавая в беседах с ним и из его выступлений на студенческих конференциях, как она выросла из его юношеского увлечения линейной алгеброй.

Гантмахер прочел нам первый курс по обобщенным функциям. Узнали мы и то, что в годы Великой Отечественной войны Феликс Рувимович занимался в ЦАГИ исследованиями устойчивости неуправляемых ракет и решил проблему кучности залапа знаменитой «Катюши».

Курс аналитической механики в осеннем семестре 1955/56 учебного года для студентов IV курса [1] был посвящен двум большим разделам: устойчивости движения и теории колебаний. Детально излагались теоремы Ляпунова об устойчивости и неустойчивости движения (простой и асимптотической), теоремы Ляпунова об устойчивости установившихся движений, в том числе «в большом» и «в целом», о критических случаях, правильные системы, устойчивость по первому приближению неустановившихся движений. Первый раздел опирался непосредственно на оригинальные монографии Ляпунова, Малкина, Четаева [2–4] и монографию М. А. Айзермана [5]. Программа второго раздела [1] включала: малые колебания консервативных систем, вынужденные колебания произвольной линейной системы (частотные характеристики), качественную теорию нелинейных колебательных систем с одной степенью свободы (классификация особых точек, фазовые портреты, предельные циклы), методы приближенного определения периодических решений в нелинейных системах, электромеханические аналогии.

Интересно было построено задание по аналитической механике [6]: оно содержало два раздела — обязательное, имевшее четкий срок исполнения, и дополнительное, которое, как писали составители, «предназначено для наиболее успевающих студентов и содержит более трудные задачи. Выполнение его является желательным, но не обязательным». Дополнительное задание содержало задачи на первый особенный случай Ляпунова, задачу о продольной динамической устойчивости нейтральных самолетов (рекомендовалось изучить работу Гроссмана [7]) и задачу Жуковского по качественной теории, на доказательство устойчивости предельного цикла, соответствующего мертвой петле самолета (рекомендовалось проработать раздел в книге Баутина [8]).

В своей лекции 29.10.1955 г. Ф. Р. Гантмахер, перейдя к изложению вопроса «Основы теории колебаний», выделил три основных раздела для последующего обсуждения:

- классическая теория колебаний (колебания консервативных систем);
- общая теория колебаний линейных систем («переносится в теорию автома-

тического регулирования, которую с будущего семестра вам будет читать профессор Айзерман», — добавил Феликс Рувимович;

— колебания и автоколебания в нелинейных системах.

Так в середине четвертого курса я заочно познакомился с Марком Ароновичем Айзерманом, еще не подозревая, что будущая встреча окажет существенное влияние на всю мою последующую жизнь.

### 3. М. А. Айзерман. Создание основ современных курсов по теории регулирования, теории устойчивости и теории управления в МФТИ

В отличие от классической теоретической механики курс теории автоматического регулирования (ТАР) только-только вводился тогда в МФТИ в рамках общепедagogического цикла. Насколько мне удалось выяснить из бесед с бывшими студентами Физтеха, которые в описываемый мною период учились на пятом и шестом курсах, наш курс был вторым, на котором появилось это новшество: возможно, параллельно на четвертом и пятом курсах. Шестикурсники оказались в стороне от этого процесса, и тем из них, кому впоследствии потребовались соответствующие знания и методы, пришлось осваивать их потом самостоятельно.

Вернувшись на Физтех после зимних каникул в феврале 1956 г., мы обнаружили в расписании на субботу: первая пара (9:30–11:20) — ТАР, вторая пара (11:35–13:25) — механика. (Замечу в скобках, что на четвертом курсе у нас оставалось два институтских дня — пятница и суббота, остальные четыре мы проводили на базе в ЦАГИ. Свообразным было и расписание Физтеха в те годы: кроме двух указанных утренних пар, продолжительностью по 1:50, далее следовало еще пять пар по полтора часа, последняя 20:10–21:40! Разумеется, последняя пара в расписании не всегда присутствовала в реальной жизни, но вот я смотрю наше расписание 1956 г. и вижу в пятницу: иностранный язык — 18:40–20:10. Интересно было время!)

Я хорошо помню впечатления от первой лекции Марка Ароновича. В Большую Химическую аудиторию (вход был тогда снизу, сейчас там музей) вошел плотный, слегка сутуловатый человек с крупинкой лысеющей, коротко стриженной головой и, казалось, печальными глазами. Высоко взятая им с первых слов тональность, как высокая нота трубы Армстронга или Эдди Рознера, взмыла ввысь, казалось, что она захлебнется от глубокого внутреннего возбуждения, зал мгновенно встрепенулся, остатков утреннего сна как не бывало. Манера была глубоко интеллигентная и уверенная, без какого-либо позерства и самолюбования, энер-

гиная, без тени панибратства и снисходительности, дружеская и располагающая, воистину мужская. Глаза его заглялись, следы какой-то затаенной грусти утопили в завораживающем страстном напоре выверенных слов. Не было суевы и светливости, но был не просто лектор, а проникновенный и глубокий актер, за внешним фасадом которого таили трудности лекционного материала. Это впечатление у некоторых слушателей, не отслеживающих внутреннюю динамику развиваемой темы, могло быть и обманчивым. Возможно, людям не столько впечатлительным и эмоциональным, сколько сдержанным и взлочно-рассудочным, манера Марка Ароновича могла показаться излишне взволнованной и, не исключая, не всегда оправданно аффектированной. Впоследствии мне приходилось много раз, по разным поводам слушать его и у нас на Физтехе, и в Институте автоматики и телемеханики. Должен признаться: с моей точки зрения, Айзерман никогда не опускался ниже той высокой — более чем высокой — планки, которую он устанавливал при первой встрече со студентами, инженерами, специалистами. За все последующие годы я ни разу не разочаровался в Марке Ароновиче как лекторе. Многие очевидцы, и мои однокашники в том числе, отмечают его яркую эмоциональную речь, экспрессию, хороший слог, живой русский язык и достаточно строгое и ясное изложение. Он никогда не читал в доску, повернувшись к студентам спиной, жесты его при пояснении уже написанной на доске формулы были четкими и лаконичными. Вертикальными линиями он делил широкую доску на ряд вертикальных столбцов, заполняя их в строгой последовательности, так что студентам было легко ориентироваться в дремучем лесу формул, рисунков, чтобы в нужный момент приналечь и не отстать от хода мысли лектора. Он всегда бывал в неизменно приподнятом настроении, во время лекций, во всяком случае. Впоследствии я прочитал в воспоминаниях А. А. Космодемьянского о замечательном педагоге, профессоре механики МГУ А. П. Минакове, на лекции которого собирались со всей Москвы люди, порой далекие от механики. В тот момент в моей памяти всплыли лекции моих учителей, и я подумал, какое важное значение для овладения аудиторией, поддержания интереса, да и просто внимания, для понимания и усвоения трудного материала студентами могут иметь яркий, театрализованный, обращенный к чувствам стиль подачи интеллектуальной пищи, все то, чем завораживали, наверное, не одного меня, лекции М. А. Айзермана, и внутренняя поэзия внешне неброских, математически совершенных лекций Ф. Р. Гантмахера. Я еще раз поблагодарил тогда и не устаю благодарить сейчас моих дорогих учителей за любовь к механике и науке управления, которую они привили нам на своих лекциях, и которую я пронесу, наверное, через всю жизнь. При этом я отдаю себе отчет, что подлинное обаяние личности и Гантмахера, и Айзермана заключалось в том, что оба были не только педагогами в самом высоком смысле слова, но и первокласс-

ными учеными, людьми выдающейся трудоспособности, и подвижническое служение науке оба продолжали до последних дней жизни.

На лекциях Айзермана студенты писали ему записки и задавали устные вопросы, он всегда хвалил за проявление любознательности, не преминув отметить наиболее тонкие и искусные вопросы. М. А. обладал несомненным чувством юмора, ценил шутки, экспромты, был не лишен остроумия, но все у него было в меру. Он воспринимал плоды физтеховского фольклора с обычной мягкой улыбкой, даже такие незатейливые, как история возникновения названия железнодорожной станции Марк от его имени или шутку, являются ли Марк Аронович Айзерман с кафедры механики и Марк Аронович Наймарк с кафедры математики двумя разными людьми или различными воплощениями одной личности. Айзерман мог обратиться к студенческой аудитории с научным, выходящим за рамки программы вопросом, который он, возможно, в ту пору обдумывал. Известно, какую напряженную научно-исследовательскую работу вел М. А. Он мог пригласить желающих принять посильное участие в научной работе, но делал это всегда мягко и ненавязчиво.

В описываемые мной годы на кафедре механики работал и Г. В. Корнев, лекции которого по аналитической механике, по механике управляемого движения, по тензорному исчислению, как и лекции Айзермана, пользовались неизменной популярностью у студентов. Ученик А. Н. Крылова, Георгий Васильевич был человеком большой и сложной судьбы и, наверное, поэтому слыл самым мягким экзаменатором на кафедре механики. (Во время войны он на положении заключенного работал в известном институте, которым руководил сын Л. П. Берин, и занимался проблемами наведения и самонаведения ракет. В его распоряжении было до сотен счетчиков, ЭВМ тогда не было, пользовались простейшими ручными вычислительными машинками типа арифмометров, считая в три руки на совпадение.) Так вот, на кафедре была такая поговорка: «Я не верю ни одной «пятерке» Коренева, ни одной «двойке» доцента N и ни одной оценке доцента M» (под N и M понимались известные преподаватели кафедры). В отличие от Коренева, Айзерман на экзаменах спрашивал гораздо строже, хотя столь же объективно и доброжелательно. Он беседовал со студентом как равный с равным, испуг студента пропадал и сменялся задором и надеждой. Критерии оценки в те годы, конечно, были строже, чем ныне; и к тому же М. А., как человек энергичный и решительный, был начисто лишен стремления затягивать экзамен, тянуть вольную. Он мог принять решение внезапно, но его оценки обычно бывали столь объективны, что обычно ни у кого не вызвали возражений и не создавали поводов для конфликтов. Однако, в отличие от Айзермана, приглашавшего для участия в совместных работах (выражаясь сегодняшним языком, в проектах) мягко и ненавяз-

чиво, Коренев был в таких ситуациях, напротив, жесток и прямолинеен: «Я Вас беру, — говорил он, — но делать будете только то, что скажу Вам, дословно». Марк Аронович прекрасно понимал и ценил особенности каждого и, выступая на юбилее Коренева, выразил уверенность, что после всех жизненных бурь последний обрел на нашей кафедре спокойную и тихую гавань. В этот момент каждый из присутствующих, наверное, про себя улыбнулся, ибо в характере Георгия Васильевича причудливым образом соединялись и удивительная мягкость, и стальная непреклонность, доходившая, в принципиальных вопросах, до неуживчивости.

Предмет, который читал нам Марк Аронович, ТАР [9], не походил ни на один ранее нами изученный. В нем использовались и дифференциальные уравнения, и операционное исчисление Лапласа, но все же это было нечто совсем другое, другой язык, иные подходы. Это было свежо и интересно. Из типовых элементов, как из кирпичиков, формировались структуры управляемой системы и органа управления, передаточные функции разомкнутой и замкнутой систем. Знаменатель передаточной функции давал характеристическое уравнение, использовался для суждения об асимптотической устойчивости в методах Рауса–Гурвица или Найквиста–Михайлова. Многие результаты из теории линейных систем, оказалось, носили всеобщий характер: показатели эффективности функционирования системы повышались по мере приближения к границе устойчивости, но входили в противоречие с требованиями динамики, условиями устойчивости. Сам Марк Аронович в ту пору много занимался изучением вопросов структурной устойчивости [10], вопросами существования и выделения областей устойчивости [11–13], устойчивостью разрывных и релейных систем (см. статью Е. С. Пятницкого в настоящем сборнике [14]). В этот период уже сложился плодотворный творческий союз двух замечательных ученых — М. А. Айзермана и Ф. Р. Гантмахера. Многие из самых свежих научных результатов Марк Аронович включал в свои лекции и охотно делился новинками со студентами.

Айзерман пришел на Физтех опытным, бывалым педагогом. Неясные по ходу лекции вопросы мы могли прояснить по его монографиям, которые имелись в нашей библиотеке [5, 15]. Как специалист он сложился в автотракторной и, добавим, танковой, промышленности [16, 17]. Почительна история его классических монографий по теории автоматического регулирования [15, 17, 18, 22]. В предисловии к первому изданию «Лекций» [7] Айзерман пишет: «В основу этой книги положены лекции, которые автору пришлось в течение более чем десяти лет читать научным работникам и инженерам ряда отраслевых научно-исследовательских институтов, конструкторских бюро и заводов Москвы». Выполняя просьбу слушателей, автор постарался «из обширного материала, накопленного теорией регулирования, отобрать и включить в лекции далеко не все, а лишь самое важное



А. А. Андронов, 1951



Ф. Р. Гантмахер, 1972



А. И. Лурье, 1971



И. М. Смирнова, 1984



Л. И. Розоноэр и Э. М. Браверман (во время написания книги «Метод потенциальных функций», санаторий «Марфино», 1968)



В Москве, прием в честь открытия I Конгресса ИФАК, 1961  
(с л. направо: А. Н. Айзерман,  
Г. Т. Березовец, М. А. Айзерман)



М. А. Айзерман и А. А. Таль на приеме  
в честь получения Ленинской премии,  
1964



Группа сотрудников лаборатории М. А. Айзермана, 1978.  
В первом ряду с л. направо: Л. В. Стариченко, Н. Е. Киселева, С. Н. Смирнова, И. А. Лешева,  
И. М. Смирнова, О. Е. Хуторская; второй ряд: В. Н. Орлов, С. Г. Новиков, И. Б. Мучник,  
А. Л. Чернявский, Е. В. Бауман, Н. В. Завалишин, Б. М. Литваков, Г. Ф. Карпова



С Ричардом Беллманом в его офисе в  
РЭНД Корп., США, 1964



В Париже, в научной командировке с  
С. В. Емельяновым, 1972



В Беркли, после научного  
семинара, 1977  
(сл. напр.: А. А. Дорофеев,  
Е. И. Джур, М. А. Айзер-  
ман, Я. З. Цыпкин, Л. Заде)



С Э. Кайанелло в Ташкенте, 1983



В Италии, советско-итальянский  
семинар по теории систем, 1984  
(сл. направо: П. Серафини,  
Дж. Делла Риччи, Л. И. Розензор,  
М. А. Айзерман)



После выступления Ч. Плотта на  
семинаре в ИПУ, 1984 (сл. напр.:  
А. В. Малишевский, З. М. Лезина,  
М. А. Айзерман, В. И. Вольский,  
Л. А. Тененбаум, Чарльз Плотт,  
его жена Марина Плотт,  
Ф. Т. Алексеров)



Италия, научная командировка, 1984  
(сидят, сл. направо: Л. И. Розенцэр,  
И. М. Смирнова, Е. С. Пятицкий;  
стоят: Ф. Т. Алескерев, М. А. Айзерман)



Среди участников конференции по теории коллективного выбора  
в Калифорнийском технологическом институте, США, Пасадина, 1985



После лекции в Мичиганском университете, США, Анн Арбор, 1985



В Мичиганском университете, в ка-  
бинете С. М. Мееркова, 1985 (сл. напра-  
во: М. А. Айзерман, С. М. Меерков,  
Ф. Т. Алескерев, В. И. Вольский)



Сальвадор Барбера в лаборатории М. А. Айзмана, 1986  
(сл. напр.: М. А. Айзerman, Сальвадор Барбера, Б. М. Литваков, Ф. Т. Алескеров,  
С. Г. Новиков, А. В. Малишевский, А. В. Владимиров)

для практического использования». Таким образом, «Лекции» не претендуют на энциклопедический охват материала, опыт и вкусы автора сказываются на содержании. «Только время и опыт практического использования позволят обоснованно отделить главное от второстепенного», — дальновидно замечает автор, как бы предупреждая возможные упреки со стороны разнообразных будущих читателей.

Готовя второе издание книги, Марк Аронович добавил в главу I описания прерывистых и вибрационных регуляторов, а также экстремум-регуляторов, появившихся в последние годы. В главе III были расширены разделы, посвященные структурной устойчивости. В главу IV был включен новый параграф, посвященный статистическим методам расчета систем регулирования при случайных воздействиях. Объем главы V, посвященной нелинейным задачам, был почти удвоен, главным образом за счет изложения точных (без пренебрежения гармониками) методов исследования незатухающих колебаний [18]. Следует отметить, что все эти новшества Марк Аронович апробировал в МФТИ уже в своем первом курсе по теории автоматического регулирования в весеннем семестре 1955/56 учебного года [9]. При этом Айзerman с благодарностью учел «большую часть» предложения «коллег и читателей как из разных городов СССР, так и из Федеративной Республики Германии, Японии и других стран, приславших свои замечания и предложения после выхода в свет первого издания лекций». По моему мнению, именно начало работы профессором кафедры механики МФТИ в годы, когда ее возглавлял Ф. Р. Гантмахер, стимулировало усилия Марка Ароновича по подготовке второго издания «Лекций» [9, 18], которое вышло из печати в 1958 г.

Однако на характере переработок сказались не только педагогический опыт «обкатки» материала на Физтехе с его неизменно квалифицированной и благодарной аудиторией, не только замечания и пожелания читателей, но и результаты научного прогресса, прорывы в ряде областей, в чем немалая заслуга принадлежит и самому Айзermanу, и его коллеге и многолетнему другу Гантмахеру.

Все упомянутые выше изменения, внесенные впоследствии Марком Ароновичем во второе издание его книги по теории автоматического регулирования, я хорошо помню по его лекциям весны 1956 г. и нахожу в сохранившихся конспектах лекций М. А. Айзмана, записанных бывшим студентом 519 группы МФТИ, а ныне доцентом кафедры прочности факультета аэромеханики и летательной техники (ФАЛТ) МФТИ И. А. Ляховенко [19]. Это — теорема о структурной устойчивости одноконтурной системы, условия структурной устойчивости одноконтурных систем с воздействием по производным, результаты Винера по расчету систем при случайных возмущениях, методы приближенного определения автоколебаний в нелинейных системах (методы фильтра и авторезонанса, восходящие к Крылову и Боголюбову), результаты М. А. Айзмана и Ф. Р. Гантмахера [20], а также

Я. З. Цыпкина [21], касающиеся точного определения периодических режимов для релейных систем и систем с кусочно-линейными характеристиками.

Однако особенно значительную работу Марк Аронович проделал при подготовке третьего издания книги [22]. За это время процесс преподавания теории автоматического регулирования в МФТИ претерпел значительные изменения. Сформировался предмет «Теория автоматического управления», который в дальнейшем превратился в «Теорию управления». В рамках этого предмета к 1965 г. выделился курс «Теория устойчивости»; эти структурные изменения начали проводиться Марком Ароновичем еще при жизни Ф. Р. Гантмахера, с начала 60-х гг. После смерти Феликса Рувимовича в 1964 г. заведующим кафедрой механики стал профессор Айзерман. Вследствие недальновидной позиции, занятой в те годы мощным «физическим кланом» МФТИ, одно время возникла даже угроза существованию самой кафедры механики, и тогда уже Айзерману пришлось применить все свои знания, весь свой авторитет и талант организатора и дипломата, а не только ученого, для придания устойчивости кафедре. Определенную поддержку, как это ни покажется парадоксальным, Марк Аронович нашел в военной кафедре [23, 24].

В рамках основных понятий и общих теорем прямого метода Ляпунова в осеннем семестре 1965/66 учебного года читались теорема Барбашина–Красовского, теоремы Ляпунова и функции Ляпунова для суждения об устойчивости по линейному приближению; рассматривались критические случаи [23, 24]. Раздел «Устойчивость периодических процессов» включал теорию Флоке для линейных систем, понятия орбитальной устойчивости, теорему Пуанкаре и теорему Андронова-Витта об асимптотической устойчивости с точностью до фазы. Для изучения устойчивости при постоянно действующих возмущениях привлекались результаты Малкина и Массера. И, наконец, в явном виде появился раздел «Абсолютная устойчивость систем регулирования».

Этому способствовали существенные продвижения в области решения задачи, поставленной Айзерманом в 1949 г. [25], приведшие к созданию теории абсолютной устойчивости регулируемых систем [22, 26], в которой Айзерману и Гантмахеру принадлежат важные результаты (см. [14]). «Задача Айзермана» после некоторого обобщения получила название задачи «об угле Гурвица»; в контексте с ней рассматривались метод А. И. Лурье, критерий С. Лефшеца и теорема румынского математика В. М. Попова.

Как всегда, научная и педагогическая стороны деятельности Айзермана тесно переплетались. Совершенствование программ, шлифование материалов лекций выливались в новые параграфы будущей книги. Подготовка третьего издания «Лекций» стала неизбежной, но коренная переработка текста привела к смене названия. Третье издание вышло в 1966 г. под заглавием «Теория автоматического

регулирования» [22]. «Готовя книгу к третьему изданию, автор опирался на опыт преподавания этого курса в Московском физико-техническом институте», — без гордости за основательно проделанную работу замечает Марк Аронович в предисловии [22].

Впечатляет объем работы, проделанной над третьим изданием популярного учебного пособия [22]. Параграфы 8–9 главы I, впервые введенные во второе издание, слиты в один п. 9 «Регуляторы специальных типов», куда добавлен раздел «Цифровые регуляторы». Написан новый п. 8 «Законы регулирующего воздействия»: введены и объясняются понятия пропорциональной, дифференциальной и интегральной компонент закона регулирования, соответственно П-, Д-, И-регуляторы, регуляторы смешанного типа. В главе II добавлен п. 7 «Структурные схемы. Задание линейных моделей системы их структурными схемами и передаточными функциями», что продиктовано логикой развития следующей III главы. Старый п. 4 «Суждение об устойчивости исходной системы по устойчивости ее линейной модели» исключен. В п. 3 добавлен существенный раздел «Расположение областей устойчивости в плоскости двух параметров у одноконтурных систем». Результаты анализа свойств неидеальных систем, связанные с условиями их устойчивости, вынесены в новый п. 4, для которого написан новый раздел о системах, устойчивых при больших коэффициентах усиления. В главу IV добавлена задача Булгакова о «накоплении возмущения».

Однако наиболее серьезной переработке при подготовке третьего издания курса Марк Аронович подверг главу V. В предыдущем издании она целиком посвящалась колебаниям в нелинейных системах автоматического регулирования (автоколебаниям и вынужденным колебаниям). Этот материал автор сохранил, но подверг значительной структурной перестройке: качественную теорию фазовых портретов линейных и нелинейных систем и теорию бифуркаций он вполне обоснованно перенес в начало (п. 2), от чего изложение сразу выиграло, а методы приближенного определения периодических режимов, близких к гармоническим, и методы отыскания периодических режимов для систем с кусочно-линейной характеристикой в форме полных (без урезания) рядов Фурье — в конец (пп. 4 и 5 соответственно). При этом в разделе о системах с нерелейной кусочно-линейной характеристикой опущены рассуждения, касающиеся фактической проверки найденных «претендентов на периодические решения». Однако «подлинным прорывом в будущее» стал новый п. 3, посвященный абсолютной устойчивости и эквивалентности нелинейных систем устойчивым линейным. Видимо, изложение столь принципиальных и в ту пору совершенно новых вопросов было впервые представлено в учебном пособии «первой ступени», «расширенном на начинающих изучать предмет и по возможности доступно излагаю-

щем те общие основы теории автоматического регулирования, которые служат фундаментом для всех последующих специальных разделов этой теории», — как скромно определил автор место и назначение своего детища в предисловии к монографии [22].

Иногда приходится выслушивать замечания по книге «Теория автоматического регулирования»: якобы не нашлось места для корневого годографа, для малых колебаний в системах с большим числом степеней свободы, в непрерывных системах и т. п. Мне кажется, душа Марка Ароновича где-то рядом, в эфире и надзвездных мирах, радуется этим вопросам и замечаниям, встречается их с пониманием и обычной мягкой улыбкой, которая в жизни пробивалась у него сквозь легкую грусть или приподнято сдержанное и энергичное состояние. Он сказал все, что хотел, предусмотрел заранее ответы на вопросы в своих книгах. Их помнят, их читают: дело сделано! Дело последователей — его продолжать!

В те же 50-е годы, когда готовилось к печати и вышло в свет второе издание «Лекций по теории автоматического регулирования» и начиналась подготовка к третьему, друг и коллега Айзермана Ф. Р. Гантмахер на кафедре механики МФТИ создавал свою уникальную книгу «Лекции по аналитической механике». Она вышла первым изданием в 1960 г при жизни автора [27] и вторым изданием в 1966 г. — посмертно.

Принимая во внимание характер взаимопроникновения обоих складывавшихся в 50–60 годы в МФТИ курсов: механики и теории регулирования, — анализируя программы и историю становления этих дисциплин в МФТИ и то, что работы Гантмахера над «Лекциями по аналитической механике» и Айзермана над «Лекциями по теории автоматического регулирования» велись параллельно, я полагаю, что многие страницы книги Ф. Р. Гантмахера навеяны общением и дружескими дискуссиями, советами и мыслями М. А. Айзермана. Даже в самих названиях звучит переключки. Еще более заметно обратное влияние Феликса Рувимовича на последний этап педагогической деятельности Айзермана, связанный с созданием его «Классической механики». Об этом я еще скажу несколько слов ниже. О том, как работал этот неразлучный дуэт, своеобразные И. Ильф и Е. Петров серьезнейших областей механики и процессов управления, как спорили, обменивались мыслями, писали совместные статьи и монографии, оставаясь при этом яркими неповторимыми индивидуальностями, — пусть напишут другие. Я же слышал от Марка Ароновича, как они готовили совместные доклады: если у математиков — выступал Гантмахер, у инженеров — Айзерман.

В жизни Айзермана и Гантмахера связывали многолетние тесные отношения трогательной и трепетной дружбы, которая никогда и ничем не омрачалась. Они часто ездили в МФТИ и возвращались с лекций в Москву на электричке. Как

обычные студенты шли они пешком на станцию Долгопрудная (Новоначной тогда еще не было и в помине), о чем-то проникновенно беседовали, порой задумываясь и замолкая. На Савеловском вокзале садились в 5-й автобус до станции метро «Новослободская», спускались по эскалатору. М. А. всегда был подчеркнуто предупредителен по отношению к Ф. Р., называл только по имени-отчеству, обычно только на «Вы», на переходах заботливо поддерживал под руку, давал дорогу, оказывал ненавязчиво знаки внимания: Гантмахер носил сильные очки с толстыми линзами и недостаточно хорошо видел. В последние годы жизни Феликс Рувимович тяжело болел, но стойчески работал, читал лекции сидя, даже не имея сил стоять — и беззастенчиво ушел от нас в 1964 г.

#### 4. Штрихи к портрету М. А. Айзермана как научного руководителя

Начиная с 1960 г., я работал на кафедре механики МФТИ по совместительству. Влияние идей, личности Марка Ароновича на меня было так велико, что в период распределения на диплом я отклонил предложение делать его у одного из виднейших аэродинамиков ЦАГИ и занялся динамикой полета. Мой диплом, в котором я использовал метод гармонической линеаризации и новые тогда результаты Я. З. Цыпкина в области релейных систем, а также достаточно высокие баллы обеспечили мне рекомендацию в аспирантуру. На комиссии по распределению мою просьбу поддержал академик А. А. Дородницын (как когда-то он же поддержал мой переход на динамику, о чем я написал чуть выше). Мне нужно было выбрать научного руководителя и получить его согласие на руководство. Я рискнул обратиться к Айзерману, с которым я был лично не знаком, правда, сдавал ему экзамены.

В мае 1958 г. я встретил его в вестибюле Лабораторного корпуса, обратился с просьбой и, к моему изумлению и радости, он, не задав мне ни одного вопроса, мгновенно согласился, сказав: «Сдавайте приемные экзамены и приходите к мне в ИАТ на Каланчевку». Так и вышло. Институт автоматики и телемеханики (ныне Институт проблем управления) тогда располагался у фабрики «Большевичка», между Каланчевкой и площадью Трех вокзалов. Старое здание поражало лифтом, который шел перманентно в обе стороны: справа — вверх, слева — вниз. У лифта не было дверей, садились и выходили на ходу. В крохотном кабинете Марк Аронович во время первой встречи собственноручно и оперативно заполнил учебный план, вписав, помню, к моему удивлению, командировки в Нижний Новгород и Ленинград (что не было исполнено), участие в педагогичес-

кой работе на кафедре (что было реализовано практически немедленно: в 58–59 годы я работал на общественных началах, а с 1960 был зачислен по совместительству ассистентом и с тех пор, не считая краткого перерыва в 1963 г., работаю непрерывно).

Впоследствии в этом маленьком кабинетике даже я, бывавший там нечасто, встречал не только знаменитых коллег Айзермана по ИАТу и Физтеху: Я. З. Цыпкина, А. Я. Лернера, Н. Н. Моисеева, но и из других городов и стран: С. Лефшеца из США, Н. Н. Красовского из Свердловска, А. И. Лурье из Ленинграда и многих других. Его переписка была очень интенсивной: я помню именную бланк с типографским оттиском в левом верхнем углу — Professor M. A. Aizerman — и прочие регалии, и это в 50–60 годах, когда пресловутый железный занавес якобы пресекал всякое научное общение. Не было перед ним никакого «железного занавеса»! Но это — «перед мысленным взором». А в жизни было такое выражение: «оформлять документы» (для выезда за границу — по приглашению, на конгрессе, симпозиумы, для чтения лекций). И М. А. «оформлял», но, по его словам, коэффициент полезного действия не превышал 20% (все же выше, чем у паровоза).

Айзерман объяснил мне, что видит свою задачу только в формировании темы диссертации и содействии в выполнении самой работы. «Сдавать экзамены — дело аспиранта, и я контролировать это не намерен», — заметил он, как всегда четко и определенно. Я это сразу понял и принял к исполнению. Чтобы определиться с темой, Марк Аронович поручил мне познакомиться с работами, которые велись в его лаборатории по пневматическим системам регулирования, а также с литературой в области логических и релейно-контактных систем, указав среди прочих примечательную книгу Гильберта и Аккермана [28].

Интерес Айзермана к этим проблемам был не случаен и связан с тем, что в нефтегазовой промышленности страны в то время намечалось широкое внедрение пневматических систем регулирования и управления, в наибольшей степени отвечающих требованиям безопасности. Создание систем из подобных элементов, обеспечение быстродействия, надлежащих динамических характеристик, устойчивой работы в условиях помех и различных ограничений, возникающих на нефтяных газопроводах, было новым, перспективным и интересным делом. Марк Аронович был одним из пионеров этого направления. Как всегда, он старался поставить задачу пошире, глубже изучить фундаментальные основы проблемы и без отлагательства приступить к получению конкретных результатов. Через несколько лет именно за цикл этих работ М. А. Айзерман и группа сотрудников возглавляемой им лаборатории ИАТ будут удостоены Ленинской премии.

Помню, это далекие годы я услышал мысль, высказанную то ли в шутку, то ли всерьез нашим деканом профессором Никитой Николаевичем Моисеевым, бу-

дущим академиком РАН: «Для того, чтобы хорошенько овладеть каким-то предметом, надо прочесть по нему курс». Я не знаю, слышал ли Марк Аронович эту идею от Моисеева или пришел к ней самостоятельно, только действовал он совершенно аналогично. В 1959–60 гг. Марк Аронович организовал в ИАТ цикл лекций на тему «Логика. Алгоритмы. Автоматы» и привлек к чтению курса Л. А. Гусева, Л. И. Розоноэра и А. А. Таля [29]. Лекции вызвали в Москве большой резонанс, зал Ученого совета ИАТ (он же зал для различных семинаров) на этих лекциях заполнялся до отказа. Впоследствии из этих занятий выросла монография [30]. Кстати, увлечение логикой и автоматами, по-видимому, тогда было всеобщим.

Интересно отметить, что в это время в аспирантуре МФТИ нашим семинаром по философии руководил совсем нам не знакомый, молодой и энергичный человек, в недавнем прошлом — военный летчик, в годы Великой отечественной войны сражавшийся на штурмовике. Перед самым приходом к нам на Физтех он защитил в МГУ диссертацию по математической логике, и уже одно это отличало его от привычного образа типичного гуманитарного философа. Его семинары были непривычно свежими, неформальными и откровенными. Я делился с ним мыслями о прослушанном на лекциях по логике в ИАТе как с профессионалом-математиком, не подозревая, что разговариваю с будущим знаменитым писателем, философом, мыслителем, который напишет позднее «Зияющие высоты», долгие годы будет жить в изгнании в Германии, потом вернется, но уже в другую Россию, будет избран в Российской Академии наук и в 2001 г. будет удостоен звания «человек года». Это был Александр Александрович Зиновьев. Какая же в жизни логика?! Экзопери ведь тоже воювал с немцами, но ушел в последний полет на безоружном самолете-разведчике.

В лаборатории М. А. в ИАТе я окунаясь в творческую, открытую и доброжелательную атмосферу. Я познакомился с сотрудниками лаборатории: Львом Ильичем Розоноэром и Эммануилом Марковичем Браверманом. Последний для друзей был просто Мишей и охотно делился с нами своими открытиями, и научными, и общечеловеческими. Именно Миша водил меня в Лианозово посмотреть картины Оскара Рабина и других художников задолго до «бульдозерной выставки» и до того, как они стали известными художниками, — и на набережную у Пречистенки, к дому с мемориальной доской в честь эскадрильи «Нормандия-Неман», где в мастерской Р. Фалька его вдова несколько часов демонстрировала нам картины Мастера. В те времена перед его выставками стояли многотысячные очереди, и попасть на них было очень трудно. Миши давно нет с нами, он заслуживает подробных воспоминаний, — я хочу упомянуть его здесь хотя бы кратким словом...

Характерной чертой жизни в ИАТе был постоянный обмен мнениями — неформальный и на семинарах самого разного уровня. Семинары объединяли, спла-

чивали, будоражили мысль, активизировали, во время их проведения даже непримиримые оппоненты превращались в заинтересованных слушателей. На этих семинарах можно было узнать о новой работе до ее публикации. Так, например, я познакомился с циклом статей Л. И. Розоноэра «Принцип максимума Л. С. Понтрягина в теории оптимальных систем» еще в рукописи благодаря тому, что автор был сотрудником лаборатории Айзермана. Сам цикл после опубликования стал очень популярным в авиационных, ракетно-космических и машиностроительных научных и инженерно-технических кругах. Вариационные задачи в механике полета, в механике реактивного движения до этого уже привлекали мое внимание. Я был знаком с классическими работами Д. Е. Охочимского, Т. М. Энеева и В. А. Егорова. Однако многие предпринимавшиеся в те годы попытки учета ограничений на управление в рамках вариационных уравнений Эйлера требовали привлечения специальной техники (из наиболее важных, помимо указанных выше, отмечу работы американских ученых А. Мисле, Дж. Лейтманна и ленинградского профессора В. А. Троицкого) и, чего греха таить, порой приводили к неверным результатам. Это выяснится вскоре, после того как принцип максимума Понтрягина станет достоянием исследователей и инженеров в различных областях и, прежде всего, аэрокосмической.

В ИАТе работал Общесмоковский семинар по нелинейным проблемам ТАР, возникший из семинара Андропова [14]. М. А. Айзерман был руководителем этого семинара. Секретарь Марка Ароновича регулярно посылала мне почтовые уведомления о темах лекций, и я их с интересом посещал. Оптимальному управлению посвящали свои доклады А. А. Фельдбаум, А. Я. Лернер и др. ученые. Но именно в докладах Л. И. Розоноэра я нашел наиболее отчетливую многообещающую постановку задачи и оригинальные исчерпывающие доказательства теорем принципа максимума Л. С. Понтрягина. А вскоре на одном из таких семинаров я впервые встретил Льва Семеновича Понтрягина. Это был молодой (ему в то время едва исполнилось пятьдесят), подтянутый, изящно сложенный человек с пронизывающим взором пустых глазниц: великий математик был слеп... Он прибыл в ИАТ, на Каланчевку, на доклад Р. В. Гамкрелидзе. В тот раз, помнится, Реваз Валерьянович рассказывал об оптимальных скользящих режимах. Понтрягин слушал очень внимательно, был неподвижен как изваяние, и только пальцы чуть заметно перебирали янтарные четки. Его вопросы, четкие и лаконичные, и активное участие в дискуссии показывали, что он мгновенно и остро схватывал суть и все нюансы обсуждаемой проблемы.

В ЦАГИ, где я работал, в те годы с семинарами дело обстояло отнюдь не столь благополучно. Но уже работал Совет молодых специалистов, его председатель В. М. Шалов (тогда аспирант Математического института, или Стекловки, как

его все называли в просторечии) и все мы, члены первого состава Совета, несли идеи свободного академического общения в режимную атмосферу «почтовых ящиков». Мы боролись за то, чтобы у каждого молодого специалиста был шеф (а еще и мини-шеф), чтобы проводились конференции молодых специалистов и пр. Все это станет реальностью в ближайшей годы, и в этом неоченимая роль принадлежит таким ученым и педагогам, как М. А. Айзерман.

Айзерман был моим руководителем, а своим мини-шефом я считал Л. И. Розоноэра. Работа и советы Льва Ильича помогли мне сформулировать тему и решить проблему, поставленную в кандидатской диссертации. Наконец, настал день, когда Л. И., выслушав мое сообщение, сказал: «Мне кажется, для защиты достаточно». Мы тут же зашли в кабинет М. А. Айзермана; он выслушал нас обоих очень внимательно, поддержал мнение Льва Ильича и был конкретен: оформить работу, подготовить статью, словом, все как обычно, в самом лучшем и оптимистичном стиле: доложить там-то, напечатать автореферат и т. д. Проволочки могли быть с моей стороны; со стороны М. А. Айзермана и Л. И. Розоноэра никогда никаких задержек темпа не было. В этой истории проявилась существенная черта педагогического кредо Марка Ароновича: не навредить; его деликатность, сдержанность и тактичность. Узнав в свое время, что я хочу оставить поставленную им первую задачу (из области логических систем) и заняться применением принципа максимума в динамике реактивного движения, он не стал меня разубеждать и отговаривать, а сразу согласился. Эту же черту я отмечаю и в истории с другим его аспирантом, В. В. Величенко. Когда Владислав Викторович захотел уйти от него в ИПМ к Д. Е. Охочимскому, Айзерман тоже не стал возражать и уговаривать, а просто помог с переходом.

Я держу в руках одно из почтовых уведомлений, которое регулярно в те годы получал из ИАТа с приглашением на Общесмоковский семинар под руководством М. А. Айзермана. К сожалению, сохранился только фрагмент, угадывается знакомый адрес: Каланчевская, 15а; дата на штемпеле почтового отправления: 10116020 (ноябрь 1960 г.). Это был семинар, на котором Л. И. Розоноэр сделал доклад на тему: «Новый подход к проблеме инвариантности систем автоматического регулирования». В нем Лев Ильич сообщил о новых результатах, полученных при решении этой классической задачи с помощью вариационного подхода. На этом семинаре присутствовал и напутствовал автора знаменитый ученый, академик, генерал авиации, один из основоположников теории инвариантности Виктор Сергеевич Кулебакин.

Воссоздание роли и значения этих семинаров — дело будущих историков науки. Я отмечаю лишь то, что наиболее ярко сохранилось в моей памяти из двадцатилетнего периода 60–80 гг.: вопросы устойчивости и абсолютной устойчивости в нелинейных системах (С. Лефшец, В. А. Якубович, М. А. Айзерман, Н. Н. Кра-

совский), методы и задачи оптимального управления (А. Я. Лернер, А. А. Фельдбаум, Р. В. Гамкрелидзе, Л. И. Розоноэр, В. Ф. Кротов), чувствительности систем регулирования и управления (Е. Н. Розенwasser), методы релейных и импульсных систем (Я. З. Цыпкин). Заранее прошу извинить, если опустил другие, не менее интересные и значимые, темы. Я хочу донести до современного читателя горячую, заинтересованную атмосферу широких научных дискуссий того времени, одним из организаторов, вдохновителей и активнейших участников которых был М. А. Айзерман. Я помню также его многочисленные выступления (и в ИАТе, и на Физтехе), посвященные истории и деятелям науки: И. Вышнеградскому, Дж. Максвеллу, А. Стодоле, Н. Тесле. В более поздние годы Марк Аронович рассказывал о новых, нетрадиционных для того периода направлениях: коалиционным действиям в конфликтных ситуациях и теории выбора [31, 32]. Помнится, как меня поразили полученные М. А. Айзерманом и его учениками результаты по теории голосования, из которых следовало, что возможно построение таких процедур, которые приводят к любым наперед заданным исходам. Парадоксально — и как актуально для дней нынешних! В этой краткой заметке я не касаюсь тех сторон общественной и просветительской деятельности Марка Ароновича, которые связаны с Национальным комитетом СССР по автоматическому управлению, с организацией и проведением международных и национальных конференций, поскольку это выходит за рамки предложенной мне темы.

Участие в подобных семинарах расширяло кругозор, приближало к передовому краю науки, помогало росту аспирантов, молодых специалистов, их вхождению в науку. Вот почему эту сторону деятельности М. А. Айзермана я отношу к педагогической. М. А. поощрял и молодых специалистов к выступлениям на семинарах и конференциях различного уровня, помогал советами в отборе и подаче материала, в публикации результатов, прошедших апробацию на семинарах. Например, после того, как он рассказал на своей лекции в Физтехе о механике систем переменного состава, он попросил меня изложить на следующей лекции студентам мои первые научные результаты, связанные с применением принципа максимума Понтрягина в механике точки переменной массы. Так я впервые, лет сорок тому назад, стал лекционным ассистентом моего учителя, правда, всего на одну лекцию.

### 5. М. А. Айзерман и его «Классическая механика»

Основополагающий вклад в создание курса теоретической механики в МФТИ сделал Ф. Р. Гантмахер. Он прочел этот курс впервые и потом шлифовал его, опи-

раясь на советы М. А. Айзермана и других сотрудников кафедры. Итоговые обсуждения деталей программы на предстоящий период проходили на заседаниях кафедры. По старинной университетской традиции Ф. Р. проводил заседания кафедры по вечерам в своей квартире на Земляном валу, у Павелецкого вокзала (этот дом не сохранился). В его кабинете становилосьлюдно, дискуссии принимали подчас бурный характер, но всегда заканчивались отысканием, как сказали бы сегодня, консенсуса. Обсуждались итоги лекционной деятельности, семинарских занятий, экзаменов и намечались направления дальнейшего движения. В этой работе и Ф. Р., а в последующие годы — и М. А., опирались на советы и всемерную помощь всех сотрудников кафедры: будущих академиков РАН Т. М. Энеева, Ф. Л. Черноусько, А. А. Петрова, Н. А. Кузнецова, ведущих профессоров и доцентов М. Г. Щегловой, Г. М. Ильичевой, Г. В. Коренева, А. Н. Владимирова, Г. А. Соколова, А. А. Талая и др. Все они в той или иной мере оказали творческое влияние на создание курса механики в МФТИ. Традиции постоянного совершенствования курсов механики и теории управления, тщательного подбора и пестования педагогических кадров не прерывались и в последующие годы, когда М. А. Айзермана на посту заведующего кафедрой сменил академик Б. В. Раушенбах, и в настоящее время, когда кафедрой заведует член-корреспондент РАН В. Ф. Журавлев. И, разумеется, ни на минуту не прекращалась методическая работа на кафедре.

Начинающим преподавателям кафедры, тем более не прошедшим школу Физтеха, а пришедшим «со стороны» (иногда слышу — «варягам», — но не могу с этим согласиться) а были ли «варяги» у М. А. при столь большом круге его общения с различными вузами: и с Ленинградским политехническим, и с Уральским университетом и т. д.?!), М. А. Айзерман настоятельно рекомендовал посещение лекций и семинаров более опытных коллег. Так, Г. Н. Яковенко рассказывал мне, что лекции по механике на Физтехе он прослушал трижды: студентом, преподавателем и, наконец, преемником М. А. Айзермана. Может, в этом секрет того, что ныне профессор Г. Н. Яковенко является одним из авторитетных лекторов на кафедре теоретической механики МФТИ и известен далеко за пределами Физтеха?

Ю. И. Ханукаев поделился со мной воспоминаниями о том, как М. А. Айзерман его, тогда уже специалиста со степенью, проводил «по полной программе» и через лекции, и через семинар М. Г. Щегловой. Зато именно лекции Марка Ароновича натолкнули его на мысль заняться вопросами симметрии для решения задач о малых колебаниях консервативных систем с большим числом степеней свободы: «мысли М. А. легли на мой опыт», — отмечает Ю. И. Ханукаев (см., например, [36], с. 376–380).

Ф. Р. Гантмахер подготовил и издал первый учебник на кафедре — «Лекции по аналитической механике» [27]. После его выхода из печати в 1960 г. Ф. Р. об-

ратился ко всем сотрудникам кафедры с просьбой внимательно просмотреть книгу и сделать замечания в связи с намеченной подготовкой второго издания. Марк Аронович, разумеется, принимал непосредственное идейное участие на всех этапах подготовки «Лекций» и теперь не остался в стороне. У меня тоже были кое-какие замечания, и я отдал листок с ними Феликсу Рувимовичу. Через несколько лет, когда Гантмахера уже не было с нами, вышло второе издание (1966 г.). Просмотрев его, я удивился, насколько скрупулезно и внимательно маститый ученый учел замечания «зеленого» ассистента, не говоря о замечаниях и пожеланиях более опытных преподавателей.

Когда Феликса Рувимовича не стало, вся тяжесть дальнейшей работы на кафедре легла на плечи М. А. Айзермана. Он отчетливо понимал трудности стоявшей перед ним проблемы в связи со спецификой преподавания теоретической механики в Московском физико-техническом институте (МФТИ). Вот как сам Марк Аронович сформулировал задачи кафедры, которую он возглавил после смерти Ф. Р. Гантмахера. Вчитаемся в выношенные им строки, лучше не скажешь:

«Беспорна и предельно ясна роль курса классической механики в учебных планах механико-математических факультетов университетов и вузов, готовящих инженеров-механиков. После курса классической механики студенты таких учебных заведений приступают к изучению различных дисциплин, непосредственно на него опирающихся (прикладной механики, сопротивления материалов и теории упругости, гидро- или аэромеханики и т. д.). Курсы теоретической и аналитической механики строятся так, чтобы создать базу и привить навыки, необходимые для успешного освоения этих дисциплин.

Иное положение складывается при подготовке физиков и инженеров физических профилей. При подготовке специалистов этих профилей непосредственно за курсом классической механики читаются не упомянутые выше специальные разделы механики, а курсы теоретической физики (теория поля, квантовая механика, статистическая физика и т. д.) и специальные курсы, которые опираются на знание основ теоретической физики.

Разумеется, курсы классической механики, созданные для механико-математических факультетов или вузов, готовящих инженеров-механиков, оказались малопригодными для подготовки специалистов указанных выше профилей. ... В этих условиях настоятельно необходимо постепенное создание новых курсов и выработка новых традиций, а это невозможно без обмена опытом кафедр и без широких дискуссий.

Кафедра механики МФТИ за последние годы существенно меняла характер изложения и экспериментировала в поисках курса классической механики, который «вписывался» бы в учебный план подготовки инженеров-физиков» [33].

Эти поиски и привели М. А. Айзермана к его «Классической механике». «Курс складывался в ходе учебного процесса, «лекционного опробования», опыта семинарских занятий и экзаменов. Естественно, что все профессора и преподаватели приняли посильное участие в отработке курса», — отмечает М. А. Айзерман [33]. Подготовленный Марком Ароновичем в 1970 г. ротاپринтный труд вначале был издан в двух томах силами редакционно-издательского отдела МФТИ [34]. «После того как курс был издан для студентов, — пишет М. А. Айзерман, имея в виду [34], — я и от них получил немало ценных замечаний и советов» [33]. Первое издание «Классической механики» М. А. Айзермана [33] вышло в свет в 1974 г., второе [35] — в 1980 г., одновременно с публикацией «Сборника задач по аналитической механике» [36]. Этому событию предшествовало издание в 1972 г. подготовленного стараниями всего коллектива кафедры ротاپринтного «Сборника задач по теоретической механике» [37]. Опираясь на него, коллектив сотрудников кафедры в составе профессоров Е. С. Пятницкого, Г. Н. Яковенко, доцентов Н. М. Трухан и Ю. И. Ханукаева подготовил к изданию в «Науке» итоговый «Сборник задач по аналитической механике» 1980 г. [36]. Методической работе и, в особенности, подготовке задачника, Марк Аронович уделял большое внимание и приветствовал его выход в свет во втором издании «Классической механики» [35] как задачник, «специально приспособленный к построению» курса своей «Классической механики», и «составленный на основе многолетнего опыта кафедры МФТИ». Оба эти труда появились на свет, как уже отмечено выше, практически одновременно. В дальнейшем работа над задачником была продолжена, но второе, переработанное и дополненное издание, вышедшее в 1996 г. [38], Марку Ароновичу увидеть было не суждено.

Таким образом, именно в построении слитного комплекса, включающего и теоретический курс, и задачник, Марк Аронович видел, наверно, главную цель второго — и, к сожалению, заключительного — этапа своей педагогической деятельности. С единых позиций заметнее и достойнее, и отдельные недостатки этого капитального труда. В своей «Классической механике» М. А. Айзерман последовательно и систематически опирается на инвариантность и ковариантность законов и уравнений механики относительно преобразований систем отсчета. Пространство, время и системы отсчета — фундаментальные понятия классической механики и теоретической физики. На идеях инвариантности и ковариантности базируются в [33–35] основные понятия механики: мера движения, видимо, впервые введенная в учебный процесс и учебники М. А. Айзерманом, понятия силы, работы сил, силового поля, основные теоремы и законы механики, обоснования уравнений Лагранжа и уравнений Гамильтона. Особо отмечены свойства симметрии и законы сохранения (теорема Э. Нетер). Теория интегральных инвариантов,

канонические преобразования и уравнение Гамильтона — Якоби изложены примерно в том же объеме, что и в монографии Ф. Р. Гантмахера. К числу некоторых недостатков [33] я бы отнес некоторый уход от принятой терминологии сложного движения: переносной и «абсолютной» систем отсчета — и некоторое злоупотребление понятиями «латинская», «греческая» среды, которые, о чем говорит печальный опыт экзаменов, имеют обыкновение неосмысленно и абстрактно оседать в головах отдельных нерадивых студентов, вытесняя порой общепринятые понятия.

С позиций комплекса «учебник-задачник» мне кажутся несостоятельными сомнения: достаточен ли учебник Айзермана для самостоятельного овладения методикой решения задач или нет. Наверное, на свете вообще не существует учебников, к которым нельзя было бы предъявить каких-либо претензий. И дело здесь не только в авторах, но и в читателях. Задачник [36] отвечает на этот вызов глубокими по содержанию и недостаточно полно освещенными в традиционных сборниках разделами: динамика твердого тела, системы переменного состава, уравнения Лагранжа, электромеханические аналогии, вынужденные колебания и частотные характеристики, уравнения Гамильтона, свойства симметрии и законы сохранения (теорема Э. Нетер), вариационные принципы, интегральные инварианты, канонические преобразования, уравнение Гамильтона–Якоби, что лишний раз подтверждает мысль Марка Ароновича о единой архитектуре заложенного сооружения. Во втором издании задачника [38] раздел «Движение твердого тела с неподвижной точкой» значительно пополнен за счет введения в обиход кватернионов. Введены новые разделы: уравнения механики неголономных систем, устойчивость движения (перекличка с [23]!), дискретные модели механических систем. Однако все эти дальнейшие изменения вносились в последующий период, под влиянием Б. В. Раушенбаха.

Большой вклад в развитие педагогического наследия наших учителей: Ф. Р. Гантмахера и М. А. Айзермана — вносят в настоящее время ведущие лекторы кафедры — профессора В. Ф. Журавлев, В. В. Величенко и др. (см., например, [39, 40]).

Дело, начатое при основании Физтеха академиками Л. И. Седовым и Н. И. Мусхелишвили, подхваченное Ф. Р. Гантмахером и развитое М. А. Айзерманом, — живет! Оно служит лучшим памятником нашим дорогим, незабвенным учителям.

Прикосновение к памяти великого человека всегда очищает, возвышает душу — и невольно ранит, — то ли от сознания безмерности утраты, то ли от сознания собственного несовершенства. Я благодарен судьбе, что в числе моих учителей был — и останется навсегда — М. А. Айзерман. Низкий Вам поклон, Марк Аронович, и неизменная благодарность!

Я благодарен своим коллегам, бывшим студентам Физтеха, особенно Г. Н. Яковенко, Ю. И. Ханукаеву, И. А. Ляховенко и многим другим, поделившимся со мной своими воспоминаниями и мыслями о педагогическом мастерстве М. А. Айзермана. Особая благодарность Л. И. Розоноэру, который замечаниями способствовал улучшению настоящей работы.

#### Литература

1. Программа по курсу аналитической механики (устойчивость движения и теория колебаний) для студентов IV курса (зимняя экзаменационная сессия 1955/56 уч. г.). МФТИ, кафедра механики, с. 1–2.
2. Ляпунов А. М. Общая задача об устойчивости движения. ОНТИ, 1935
3. Четаев Н. Г. Устойчивость движения. М.: Гостехиздат, 1955.
4. Мазкин И. Г. Теория устойчивости движения. М.: Гостехиздат, 1952.
5. Айзерман М. А. Введение в динамику автоматического регулирования двигателей. М.: Машгиз, 1950.
6. Задание по аналитической механике для студентов IV курса на I семестр 1955/56 уч. г. МФТИ, кафедра механики, с. 1–8.
7. Гроссман Л. П. Продольная динамическая устойчивость нейтральных самолетов. Труды ЦАГИ, вып. 217, 1935.
8. Суэтин Н. Н. Поведение динамических систем вблизи границ области устойчивости. М.: Гостехиздат, 1949.
9. Программа по курсу теории автоматического регулирования для студентов IV курса (II семестр 1955/56 уч. г.). МФТИ, кафедра механики.
10. Айзерман М. А. О некоторых структурных условиях устойчивости систем автоматического регулирования. Автоматика и телемеханика, № 2, 1949.
11. Айзерман М. А. Области устойчивости и их выделение. Лекция на семинаре по теории автоматического регулирования. М.: Машгиз, 1950.
12. Айзерман М. А., Гантмахер Ф. Р. Условия существования области устойчивости для одноконтурной системы автоматического регулирования. Прикладн. матем. и механика, т. XVIII, № 1, 1954.
13. Айзерман М. А. Об увеличении практического значения коэффициента усиления одноконтурной системы автоматического регулирования введением воздействия по производной. Автоматика и телемеханика, № 2, 1951.
14. Пятницкий Е. С. О работах М. А. Айзермана по теории регулирования, теории устойчивости движения и теории колебаний. Наст. сборник, с. 87–109.
15. Айзерман М. А. Теория автоматического регулирования двигателей. Уравнения движения и устойчивость. М.: Гостехиздат, 1952.
16. Айзерман М. А. Динамика автоматического регулирования давления в газовых автомобилях. Сборник научных работ НАТИ. М.: Машгиз, 1938.
17. Айзерман М. А. Лекции по теории автоматического регулирования. М.: Физматгиз, 1956.
18. Айзерман М. А. Лекции по теории автоматического регулирования. Издание второе, дополненное и переработанное. М.: Физматгиз, 1958.
19. Айзерман М. А. Лекции по теории автоматического регулирования (вес. семестр 1955/56 уч. г.). Запись И. А. Ляховенко.

20. Айзерман М. А., Гантмахер Ф. Р. Определение периодических режимов в нелинейных системах автоматического регулирования с кусочно-линейными характеристиками. Прикл. мат. и мех., т. XX, № 1, 1956.
21. Цыпкин Я. З. Теория релейных систем. М.: Гостехиздат, 1955.
22. Айзерман М. А. Теория автоматического регулирования. Издание третье, переработанное и дополненное. М.: Наука, 1966.
23. Программа по предмету «Теория автоматического управления» (курс «Теория устойчивости») для студентов IV–V курсов на I семестр 1965–66 уч. г. МФТИ, кафедра механики, военная кафедра.
24. Задание по предмету «Теория автоматического управления» (курс «Теория устойчивости») для студентов IV–V курсов на I семестр 1965–66 уч. г. МФТИ, кафедра механики, военная кафедра, с. 1–7.
25. Айзерман М. А. Об одной проблеме, касающейся устойчивости «в большом» динамических систем. Усп. матем. наук, т. IV (1949), с. 186.
26. Айзерман М. А., Гантмахер Ф. Р. Абсолютная устойчивость регулируемых систем. М.: Изд-во АН СССР, 1963.
27. Гантмахер Ф. Р. Лекции по аналитической механике. М.: Физматгиз, 1960.
28. Гильберт Д., Аккерман В. Основы теоретической логики. М.: ИЛ, 1947.
29. Айзерман М. А., Гусев Л. А., Розоноэр Л. И., Таля А. А. Логика, автоматы, алгоритмы. Конспект лекций в ИАТ АН СССР, 1959–60. Запись В. К. Исачева.
30. Айзерман М. А., Гусев Л. А., Розоноэр Л. И., Смирнова И. М., Таля А. А. Логика, автоматы, алгоритмы. М.: Физматгиз, 1963.
31. Айзерман М. А., Алексеров Ф. Т. Выбор вариантов. Основы теории. М.: Наука, 1990.
32. Айзерман М. А., Волковский В. И., Литвахов Б. М. Элементы теории выбора. Псевдокритерии и псевдокритериальный выбор. М., 1994.
33. Айзерман М. А. Классическая механика. М.: Наука, 1974.
34. Айзерман М. А. Лекции по теоретической механике, ч. 1–2. Долгопрудный, МФТИ, 1970.
35. Айзерман М. А. Классическая механика. Издание второе, переработанное. М.: Наука, 1980.
36. Пятицкий Е. С., Трухан Н. М., Хаюкаев Ю. И., Яковенко Г. Н. Сборник задач по аналитической механике. М.: Наука, 1980.
37. Сборник задач по теоретической механике. МФТИ, кафедра механики. Долгопрудный, 1972.
38. Пятицкий Е. С., Трухан Н. М., Хаюкаев Ю. И., Яковенко Г. Н. Сборник задач по аналитической механике. Издание второе, переработанное и дополненное. М.: Наука, 1996.
39. Величенко В. В. Матрично-геометрические методы в механике с приложением к задачам робототехники. М.: Наука, 1988.
40. Журоваев В. Ф. Основы теоретической механики. М.: Наука, 1997.

## ВМЕСТЕ С А. А. АНДРОНОВЫМ

(Отношения А. А. Андропова и М. А. Айзермана,  
какими я их видел, встречаясь с Марком Ароновичем)

Ю. И. Неймарк

Я не буду писать о Марке Ароновиче как об ученом, о его научных идеях и работах, которые безусловно заслуживают подробного описания, и многие в свое время воспринимались как открытия. Будучи учеником, аспирантом Александра Александровича Андропова, я узнал Марка Ароновича как очень близкого к Александру Александровичу человека, такого же старшего, как и он, из старшего поколения, ставшего впоследствии моим добрым и внимательным наставником и опекуном. Я очень ценю научную разносторонность, широту и оригинальность Марка Ароновича, его блестящие лекции, доходчивые, увлекательные и ясно излагающие непростые вопросы и новое в науке. Я думаю, что об этом лучше меня и естественней напишут его ближайшие ученики и сотрудники.

На Марка Ароновича нельзя было не обратить внимания, и первая с ним встреча ярко запечатлелась у меня в памяти. Это было еще тогда, когда он был докторантом А. А. Андропова и зачем-то приехал к нему в Горький. Встреча была мимолетной: я случайно зашел к А. А. Андронову, и у меня осталось впечатление чего-то большого, значительного, широкого и очень доброжелательного, с налетом столичности.

Александр Александрович от своих подопечных докторантов и учеников требовал математической обоснованности и точности, и мне показалось, что в данном случае Андронов считает ее недостаточной и требующей каких-то доделок. Марк Аронович окончил технический вуз и имел техническое образование.

Может быть отсюда, от отсутствия исходно заложенной математической базы, пополняемой в дальнейшем, идет то, что Марк Аронович в последующей своей научной деятельности старался и достигал высокой математической точности, не всегда доверяя себе и побиваясь: а что скажут эти «крокодилы»-математики. Мне кажется, что это даже в какой-то мере сковывало свободу его творческой

деятельности и порождало ощущение некоторой неполноценности. А зря: в приложениях математики и особенно в создании математических методов и подходов, нужных для приложений, мне представляется, и я это неоднократно наблюдал, нет людей более беспомощных, чем «истинный чистый» математик, с таким разительным контрастом имеющихся знаний и фактической невозможности их использовать и применить или просто понять, что же требуется от него — математика — в конкретной, еще четко не поставленной и не формализованной, но по существу математической задаче. Как я понял вскоре, неудовольствия Александра Александровича были благополучно ликвидированы, и Марк Аронович с успехом защитил докторскую диссертацию, основанную на новом использовании в теории автоматического регулирования функций Ляпунова.

После этой мимолетной встречи я познакомился с Марком Ароновичем значительно ближе и, если можно так выразиться, в деле. По-видимому, по просьбе Александра Александровича Марк Аронович предложил мне помощь в написании понятной статьи о методе D-разбиения и построении областей устойчивости систем автоматического регулирования. Эта помощь выглядела примерно так: я некоторое время рассказывал ему, и он потом мгновенно своим размашистым и понятным только ему почерком быстро писал; потом я снова рассказывал, и он снова быстро писал, иногда прерывая меня, требуя уточнения или направляя мысль в другую сторону, и так до самого конца. Я потом долго разбирал написанное Марком Ароновичем, и так появилась на свет первая работа в журнале «Автоматика и телемеханика», на которую затем было много ссылок (а не на более ранние три заметки в «Докладах Академии наук», которые, как я сейчас понимаю, не допускали непосредственного использования излагаемых в них методов).

Я думаю, что этот урок, как надо писать и излагать свои мысли и работы, не прошел для меня зря. Предшествующие заметки в ДАН Александр Александрович немилосердно правил и требовал многочисленных переделок, но уже книгу «Устойчивость линеаризованных систем» я писал сам и ее фактически никто не правил. Посмотрев ее рукопись, Александр Александрович остался удовлетворен и замечаний я не помню. Разве что редактор Николай Васильевич Бутенин, тоже ученик А. А. Андропова, написал к ней тематически необходимое по тем временам введение (1949 г.).

Писал и рассказывал Марк Аронович легко, во всяком случае без видимого напряжения, и очень хорошо. Это был несомненный Божий дар. Божий дар, который человек дарит себе своим трудом, опираясь на заложенные в нем природой способности. Этот Божий дар высоко ценил и А. А. Андронов и неоднократно мне об этом говорил.

Как некоторое следствие помощи, оказанной мне Марком Ароновичем в том, как надо излагать свои научные результаты, было то, что он сам увлекся идеей метода D-разбиения и написал маленькую книжечку — брошюру с подробным его изложением, развитием и новыми примерами приложений, и вместо D-разбиения назвал H-разбиением. Я, когда увидел эту книжечку, очень удивился ее названию, прочитав H как латинское «аш», и только позднее до меня дошло, что Марк Аронович сделал мне великодушный подарок, и это очень смутило меня. Это так контрастировало с тем, что при первой встрече сказал мне профессор МГУ Н. Н. Мейман, когда я приехал к нему в Москву как к предполагаемому оппоненту. А сказал он мне безапелляционно и сухо, что моя работа — «кандидатская диссертация — за хорошую дипломную сойдет. Студенты в МГУ такие пишут.» Александр Александрович был доволен моей работой, и только ему я обязан тем, что написал и издал книгу. Были и другие знаки одобрения. Но прямых похвал я никогда от него не слышал. Он был очень сдержан. Я об этом пишу только для того, чтобы сделать понятным, сколь значительным и многим я обязан Марку Ароновичу, сколь важны мне тогда были его открытое доброе отношение и поддержка.

Следующее, что я помню, была дискуссия Марка Ароновича с И. И. Гальпериным по поводу структурной устойчивости. Я с трудом понимал, кажется и А. А. Андронов тоже, чего Марку Ароновичу надо от этого математически безграмотного, но с Божьей искрой человека. Но Марк Аронович, по-видимому, острее меня понял общую значимость проблемы и почувствовал ее перспективность. Будущее это подтвердило в виде расцвета идей робастности. А принимать в расчет возможные в то время отрицательные последствия он не хотел. Я не помню, что было раньше: то ли Марк Аронович попросил меня помочь ему и написать критическую статью о работах И. И. Гальперина по структурной устойчивости, то ли директор Института автоматики и телемеханики В. А. Трапезников спросил меня, что я думаю о работах И. И. Гальперина и целесообразно ли по этой теме проведение широкой дискуссии. Что я ответил, помню хорошо. Кратко: работы И. И. Гальперина интересны и перспективны, в них много ошибок, а о нужности дискуссии мне судить трудно. Выслушав меня, В. И. Трапезников, кажется, сказал что-то вроде того, что и он так думает и, пожалуй, дискуссия не нужна.

Как бы там ни было, Марк Аронович ввязался в полемику с И. И. Гальпериным и попросил меня, согласовав с А. А. Андроновым, чтобы я ему помог, не по существу, а фактом выражения в печати своей точки зрения. Я стал дотошно изучать многочисленные работы И. И. Гальперина. Что-либо понять в них было трудно: это было нагромождение разнообразных утверждений и высказываний, обснование которых висела в воздухе. Единственное, что было возможно — это

опровергающие примеры. Сам Марк Аронович, по-моему, уже был не рад развитию событий этой дискуссии и как-то сказал: «два еврея затеяли сварку». В контексте антисемитизма того времени это весьма звучало. Я вымучил из себя разбор работ И. И. Гальперина, и его опубликовали в журнале «Автоматика и телемеханика». То ли после этой статьи, то ли само собой, на этом дискуссия кончилась. Марк Аронович опубликовал несколько работ по структурной устойчивости с точными и ясными доказательствами делаемых утверждений о структурной устойчивости различных типов линейных систем. Но тогда эта тема широкого развития не получила.

С позиций сегодняшнего дня работы по структурной устойчивости в общем плане слишком опережали естественный ход научной мысли и подходов того времени. Сейчас они, модифицируясь, расцвели в многочисленных разработках по робастной устойчивости и робастному управлению. В частности, недавно в Нижнем Новгороде В. А. Брусин предложил использование структурно-устойчивой системы для синтеза адаптивных регуляторов. Мне удалось решить проблему о мере робастной устойчивости по параметрам, входящим линейно в характеристическое уравнение. М. М. Коган предложил и разработал игровой подход к синтезу робастных линейных систем управления.

Я хорошо помню приезд Марка Ароновича в Горький, когда Александр Александрович заболел, и позднее, когда его не стало. Я думаю, что Марк Аронович был из тех немногих людей, с которыми, понимая, что он умирает, Александр Александрович хотел проститься, и такая встреча уже в больнице состоялась. О чем они говорили, я не знаю. Помню только, что Марк Аронович сказал, что Александр Александрович привел в порядок все имеющиеся у него дела и бумаги. Что он очень спокойно и мужественно принимает свой конец.

Я запомнил его серьезный разговор о судьбах Андроновской школы и моей личной судьбе. Ведь время было страшное — 1952 год. Но Марк Аронович, во всяком случае со мной, никогда не говорил об этом. Этой темы как бы не существовало, существовали хорошие и плохие люди, последним как-то нужно противостоять. Существовали обстоятельства, которых надо избежать или обойти. Так и в этом случае. Его беспокоили возможность распада научной школы, взаимоотношения и позиции отдельных людей, возможный ход дальнейших событий. Прогноз, по-моему, у него был не из радостных. Никто не думал, что тиран скоро умрет и обстановка в стране начнет улучшаться. Уже много позднее, когда Марку Ароновичу показалось, что во мне зреют диссидентские тенденции, он долго и настойчиво, отчасти иносказательно разъяснял мне, что это ни к чему хорошему не приведет, что я должен несмотря ни на что продолжать заниматься своим делом. Он, по-видимому, считал, что компромисс с властью неизбежен и нужно

только суметь сохранить себя и свое «я». Марку Ароновичу это как-то удавалось. Он всегда вел себя безукоризненно порядочно и был одновременно достаточно гибок и компромиссен. Возможно, именно это умение позволило ему сравнительно часто ездить за границу, быть в курсе того, что там происходит в науке (в частности, в науке об управлении и смежных вопросах) и завязать контакты со многими иностранными учеными. Он считал, что сопротивление там, где речь идет о политике, проводимой властью, бессмысленно и даже вредно.

Когда в Институте проблем управления широко отмечалась годовщина памяти академика А. А. Андропова, ранее тесно сотрудничавшего с институтом и имевшего там выдающихся докторантов (М. А. Айзермана, Я. З. Цыпкина, М. В. Меерова), директор института В. А. Трапезников привлек Марка Ароновича к ее организации и, в частности, попросил, чтобы кто-нибудь выступил от города Горького, но только не Неймарк. Марк Аронович без видимого раздражения, спокойной передачей это мне, и я предложил Людмиле Николаевне Белюстину, которая и выступила. Конечно, это меня очень задело, но я не обиделся на Марка Ароновича. Сейчас с позиций прожитой жизни я понимаю и даже принимаю точку зрения Марка Ароновича: сопротивление существующим в то время порядкам и власти ни к чему полезному привести не могло, оно только лишило бы возможности работать, что-то полезное сделать, а, возможно, и жить. Изменения в таком обществе происходят по другим причинам, и лишь в кризисные времена активное вмешательство может быть целесообразно. Одновременно я все же преклоняюсь перед мужеством и стойкостью А. Д. Сахарова, перед А. И. Солженицыным и организаторами и авторами самиздата.

Марк Аронович очень помог мне в организации защиты докторской диссертации в Москве в Институте автоматки и телемеханики. Я сам этого сделать не мог, так как только-только оправился после весьма продолжительной и тяжелой болезни, и его помощь была решающей. Моими оппонентами были А. И. Лурье, А. М. Легов и Я. З. Цыпкин. Сосватал их Марк Аронович. Он же во время приезда в Горький написал мне часть введения к диссертации об общей роли и значении теории релейных систем. Из этого введения следовало, что я хорошо знаком с практическими приложениями, что было далеко не так. Я хорошо разбираюсь в теории, мне удалось в ней существенно продвинуться, но в то время я не имел отношения к конкретным приложениям и плохо их знал. Не знал я и того, что делается за рубежом, не знал и зарубежной литературы, точнее знал только по русским источникам. Ни на какие предварительные доклады и заслушивания в Москву я не приезжал, да это было для меня по состоянию здоровья почти невозможно.

В новом шикарном Институте проблем управления на Профсоюзной, замечательном «замухрышки» Автоматике и телемеханику, Марк Аронович заведовал

отделом и вел научный семинар — общениститутский и он же — городской, общемосковский. Этот широкий общениститутский семинар собирал очень много людей. Зал научных заседаний был всегда полон. Тематика семинара была очень широкой и разносторонней. Можно только пожалеть, что делаемые на нем доклады и проходящие дискуссии не публиковались. По приглашению Марка Ароновича на этом большом семинаре и на маленьком лабораторном я выступал много раз. Выступления доставляли мне удовольствие, но однажды Марк Аронович обидел меня, не желая того, а скорее по присущей всем нам недостаточной уверенности в себе и тех, кто нас окружает, некоторой скованности и несвободе, а точнее и грубее — в силу присущего ему и тщательно скрываемого ощущения неполноценности.

В 1964–1965 гг. я понял общее значение в теории динамических систем гомоклинических и гетероклинических кривых, открытых А. Пуанкаре в ограниченной проблеме трех тел, их значение в порождении сложных, неустойчивых, непредсказуемых установившихся движений, механизм и общность и естественность их возникновения. В этом было что-то похожее на открытие А. А. Андроновым связи предельных циклов Пуанкаре с автоколебаниями реальных физических и других систем. На семинаре Марка Ароновича я рассказывал о том, как гомоклиника порождает сложные движения, называемые сегодня хаотическими и стохастическими. В заключение семинара Марк Аронович сказал: «это очень интересно, если только верно». И все. Это меня задело и обидело, хотя я не подал виду. Конечно, так сразу принять, что решения дифференциальных уравнений могут быть непредсказуемы и случайны, не просто и требует привыкания. По-видимому, я недооценивал этот фактор и должен был найти нужный подход в изложении. Марк Аронович на этот раз не поддержал меня и усомнился в том, что я рассказывал. Много позднее, уже в 1986 г., когда вышла книга «Хаотические и стохастические движения», написанная совместно с П.С. Ланда, он меня поздравил с ней и сказал, что это самое обстоятельное изложение, которое ему известно. Дальнейшие мои выступления не вызывали отклика. Возможно, все было бы иначе, если бы Марк Аронович в открытую высказал мне свои сомнения и завязалась дискуссия, которая безусловно мне очень помогла бы. Но этого не случилось. Барьер недоверия был преодолен много позднее, когда об этом — точнее, о странных аттракторах и непредсказуемых стохастических движениях — пришли вести с Запада и возникло всеобщее грандиозное длительное увлечение физиков, механиков и математиков хаотическими и стохастическими движениями динамических систем.

В начале шестидесятых годов моя жена и я часто бывали в Москве, и мы сблизились с семьей Марка Ароновича, его женой Анной Наумовной и дочкой Зоей. В наших непростых делах в Москве, связанных с болезнью дочери Тани,

Анна Наумовна и Марк Аронович принимали живое участие. Моя жена подолгу жила в их трехкомнатной квартире на улице Ульянова, хорошо обставленной и обустроенной, с большой прихожей, преобразованной в приятный холл, где встречали гостей, завтракали, обедали и ужинали. В семье Айзерманов тоже была трагедия — гибель старшей дочери. Эта трагедия наложила на их жизнь неизгладимый отпечаток. Что это такое, я ясно понимаю сейчас, когда неожиданно умерла и моя дочь, после гриппа. Этого он никогда не забывал, порой во время беседы под влиянием неожиданных ассоциаций его лицо омрачалось. Возможно, что эта трагедия вызвала постоянные опасения за Зою и неустанную о ней заботу. Он очень любил свою дочь и, как говорят, не чаял в ней души, и эта любовь была взаимной.

Еще я не хотел бы обходить естественно возникающий вопрос, почему Марк Аронович не был избран в Академию наук. Ведь он был одним из самых известных ученых в теории автоматического регулирования не только в СССР, но и за рубежом, несомненно ведущей фигурой в центральном в стране Институте проблем управления. По-моему, дважды он был близок к избранию, но оно не состоялось. Я не берусь ответить на этот вопрос, но хочу отметить, что в этом было что-то ненормальное и противоестественное. Мне кажется, что он это переживал, но не подавал вида и вместе с тем не хотел и не делал что-либо специально для этого. А может быть неизбрание вполне закономерно, если учесть общую обстановку в стране и Академии наук в то время.

Смерть Марка Ароновича была для меня неожиданностью. Он мне всегда казался таким здоровым и неуязвимым, бодрым и деятельным. Конечно, жил я в Горьком (ныне Нижний Новгород) и виделся с ним в последнее время редко, но почти всегда заходил к нему, когда приезжал в Москву. В последней встрече он жаловался на слабость и плохое самочувствие, говорил, что ему уже 73 года. У меня возникла страшная мысль, но я не хотел ее принимать. Наверное, он в моей памяти занимает одно из ведущих мест, и с его смертью в моей жизни образовался провал, что-то очень важное в ней исчезло. Я часто вспоминаю его неизменную деятельную доброжелательность, его отзывчивость, его интересные и приятные беседы, умение не обращать внимание на плохое и ровный спокойный оптимизм. Он любил жизнь и деятельно, в меру своих сил и возможностей, хотел сделать ее лучше, и во многом ему это удавалось.

## ШТРИХИ К ПОРТРЕТУ

### Учитель

Я хочу написать о моем дорогом учителе Марке Ароновиче Айзермане, добавив несколько штрихов к статье Л. И. Розоноэра.

Я пришел в Институт проблем управления, в лабораторию М. А. Айзермана в 1975 г. после окончания МГУ, и с 1981 г. практически до самого последнего дня я работал с ним вдвоем каждый день. Вероятно, я могу сказать, что был его последним учеником.

Это была бесценная школа, в которой я учился ставить задачи и обсуждать их, учился понимать и обсуждать научные взгляды других, учился не только науке, но и жизни, тому, как надо решать проблемы, связанные с людьми. Эта рабочая и человеческая атмосфера, которую умел создавать Марк Аронович, его уважительное отношение к молодым сотрудникам, к коллегам, чрезвычайно воодушевляли и были, может быть, самым главным, что я почерпнул от него.

Многое можно рассказать о тех днях, но я хочу остановиться на одном эпизоде, который показывает, как Марк Аронович работал с молодыми людьми.

В 1980 г. я практически закончил работу по моей кандидатской диссертации. Уже были опубликованы 3–4 статьи, две из них — в журнале «Автоматика и телемеханика». Начиная с 1980 г. Марк Аронович спрашивал, когда же я собираюсь писать текст диссертации и защищаться. Я отнекивался, говорил, что хочу посмотреть еще одну задачу, другую задачу, и т. д. В начале января 1981 г., сразу после Нового года, Марк Аронович попросил зайти к нему и сообщил, что с понедельника, с 10.00, я у него в кабинете, в его присутствии, буду писать текст диссертации. Я попытался «отвертеться», объясняя, что надо посмотреть еще одно интересное продолжение темы и т. д. Попытка оказалась безуспешной. Тогда я попытался договориться, что начну работать над текстом сам, не в его кабинете, но Марк Аронович был непреклонен.

В понедельник, в 10 утра, я пришел к нему в кабинет. Он усадил меня за стол, который примыкал к его столу, и предложил написать план диссертации. Я писал план, а Марк Аронович занимался своими делами, работал над каким-то текстом. Мне было страшно неловко, я попросился уйти работать в другую комнату, но он не позволил.

Часа через два я написал план, Марк Аронович посмотрел его, предложил некоторые изменения, и со вторника я начал писать первую главу. Так продолжалось две недели, пока не была закончена первая глава. После этого Марк Аронович разрешил мне работать самому, не в его кабинете, и я закончил текст примерно за месяц.

Сегодня, когда мои студенты спрашивают меня, почему я, в отличие от других, работаю с ними так подолгу, я рассказываю им эту историю.

*Ф. Т. Алексеров*

### Далекie годы

Марк Аронович проявлял исключительную доброжелательность к людям и в то же время жесткую требовательность.

Я пришла к нему в аспирантуру Института автоматики и телемеханики в 1951 г. со второго года обучения, и он поставил условие, чтобы я работала без летнего отпуска, так как предстояло провести большую экспериментальную работу. При первом же обсуждении предстоящей работы он сходу предложил очень четкий план ее проведения с перечнем огромного количества литературы, которую необходимо было изучить, чем привел меня в совершеннейший восторг (и одновременно в трепет, поскольку я поняла, что работа предстоит огромная, а спуску мне не будет).

В то время Марк Аронович занимался автоматизацией процессов нефтедобычи, где в целях пожаро- и взрывобезопасности устанавливали пневматические приборы. По быстрдействию пневматика вполне соответствовала этим технологическим процессам. Научная работа Марка Ароновича была тесно связана с практикой нефтедобычи. Он часто выезжал в места нефтедобычи — в Баку и Сумгаит. Если он отсутствовал в Институте месяц и более, то просил писать ему еженедельный отчет о работе.

Мне было предложено исследовать регулятор давления 04ДП. В результате этой работы были найдены оптимальные режимы и сделаны теоретические исследования по выбору настроек такого регулятора.

В те далекие времена пневматические приборы были довольно громоздкими, с малым быстродействием. С целью расширения области применения пневмоавтоматики необходимо было повысить быстродействие, унифицировать конструкцию, уменьшить габариты. Для решения этих задач лаборатория М. А. Айзермана стала увеличиваться и постепенно от нее отпочковались три лаборатории, за работами которых он продолжал активно следить.

В одной из лабораторий, которой руководил А. А. Таль, создавалась универсальная система элементов и приборов пневмоавтоматики (УСЭППА), основными функциональными элементами которой были традиционные сопло и заслонка, укрепленная на подвижной мембране.

Во второй лаборатории, руководимой Л. А. Залманзоном, разрабатывались принципиально новые пневмоэлементы, в которых отсутствуют какие-либо подвижные детали. Идею таких элементов Марк Аронович обсуждал с немецким ученым Фернером, после чего в лаборатории Л. А. Залманзона началась большая работа по созданию таких элементов и систем, построенных на их базе. Это новое направление было названо «струйной техникой».

В третьей из отпочковавшихся лабораторий разрабатывались приборы гидроавтоматики.

С Марком Ароновичем было очень интересно и приятно работать всем сотрудникам всех трех лабораторий, любого ранга и звания. Он умел заинтересовать работой и ценил работу каждого. Он сам был удивительно организованным человеком и прекрасным организатором работы. Он заботился, чтобы в его лаборатории был здоровый, дружественный климат, и при приеме нового сотрудника интересовался не только деловыми качествами человека, но и его умением работать с другими.

Развитие пневмоавтоматики проходило в разных научных и производственных учреждениях как Советского Союза, так и за рубежом. Для обмена информацией и опытом по инициативе Марка Ароновича проводились регулярные семинары в Ленинграде, всесоюзные совещания, проходившие в разных городах СССР, и международные конференции стран СЭВ в странах Восточной Европы. ИПУ (ИАТ) был головной организацией по проведению этих мероприятий и изданию их трудов.

Марк Аронович был одним из первых в институте, кто стал выезжать за границу. После его возвращения из Америки, Германии и других стран собирался переполненный актовый зал — все хотели услышать его рассказ и о том, что он увидел в лабораториях, и об интересных жизненных наблюдениях. Он был замечательный рассказчик.

Марк Аронович был мудрый человек, и к нему обращались за советом не только по работе, но и по разным житейским делам. Как-то попал в беду сын

одной сотрудницы. Марк Аронович внимательно и сочувственно выслушал обстоятельность дела, и его советы очень помогли.

Однажды я должна была написать рабочую записку в дирекцию и спросила Марка Ароновича, в каком виде мне ее представить — нужно ли напечатать на машинке или достаточно написать от руки. Он ответил: все зависит от того, насколько вы уважаете человека, которому пишете.

По разным поводам (защита диссертации, получение премии, общие праздники) устраивались лабораторные вечеринки в ресторане или у кого-нибудь дома, и Марк Аронович бывал неперменным и желанным их участником.

Последний раз мы виделись с Марком Ароновичем, когда он приезжал в Сан-Франциско. Это было за год до его кончины.

*И. В. Вайсер*

## И математика, и музыка

Хоть и редко — единицами за жизнь — мне все же посчастливилось встречать людей исключительных, выдающихся. Это были не интеллигенты<sup>1</sup>: это были творцы, создатели. Они любили свое дело и умели его делать. Для этих людей работа по выбранной профессии была сутью, смыслом их жизни. Она задавала ее основную тональность. Из чего вовсе не следует, что это были некие профсухари. В точности наоборот. Это были люди большой культуры, широкого кругозора, многосторонней образованности, неиссякаемой любознательности.

Для человека-творца, по-видимому, характерно стремление охватить все великое, что сделано его предшественниками. И не только потому, что это дает возможность полнее почувствовать счастье быть человеком, но и потому, что подобная широта дает также возможность работать наиболее плодотворно по своей специальности, умение ставить и решать главные, кардинальные задачи в выбранной области. Эта широта определяет и динамику интересов, умение вовремя увидеть зародыши того, что со временем, всей логикой развития, должно стать основой нового направления, новой области знания.

Не знаю, еще больше посчастливилось мне, или так должно быть всегда, но это были люди также высочайших человеческих качеств, абсолютной порядочности и честности. И опять же без какой-либо сухости, формализма: они умели

<sup>1</sup> В смысле Солженицынской «образованщины».

пользоваться и радостями жизни, из которых, конечно, самой большой радостью является счастье творчества.

Одним из таких людей был Марк Аронович Айзерман. Его делом, его главной страстью была наука. К науке он относился с благоговением, пожалуй, даже с верой в ее всемогущество. Но не замыкался в ней: он уделял должное внимание и вспомогательным областям, не отстал в сторону прозу жизни. Просто все имело у него свои места. Все утилитарное, бытовое, второстепенное так и оставалось утилитарным, бытовым, второстепенным. И внимание этому второстепенному уделялось не более, чем было необходимо для главного дела.

Марк Аронович умел ценить отпущенное ему жизненное время, умел не расхотывать его попусту. Поэтому невозможно, нелепо, даже дико представить себе Марка Ароновича вовлеченным, например, в политику; или занимающегося отделкой своего рабочего кабинета «со вкусом»; или в роли активиста, что ли, по улучшению работы институтской столовой. Хотя и с первым, и со вторым, и с третьим приходилось считаться.

С политической — потому что это объективная обстановка, которая более или менее осложняет научную работу. Так, при Брежневе весь штат лаборатории с самого утра мог быть неожиданно снят с работы и отправлен на Ленинский проспект махать флажками каким-то приезжающим политикам. Как быть? Оставалось только относиться к этому хладнокровно, как к проявлению неких стихийных, необоримых сил природы, что и делал Марк Аронович, никогда не выражая вонне своей досады.

Рабочий кабинет? В нем должны быть доска, стол, стулья, книжный шкаф и прочее, необходимое для работы. Ничего лишнего.

Столовая? Это понятно. Надо же в обеденный перерыв пообедать! Что дают? Опять сомневаюсь, чтобы Марк Аронович особенно замечал это, ибо обеды часто оказывались также и продолжением очередного семинара, но уже в столовой.

В своей работе ученого Марк Аронович был ярко выраженным коллективистом. Он и его лаборатория составляли некое единство. Поэтому Марк Аронович уделял внимание всем сторонам жизни лаборатории, создавал весь ее микроклимат. В лаборатории совершенно не было зависти, «подсигиваний», «подкапываний», опасений, что кто-то украдет твою идею и т. п., о чем мне, сотруднику этой лаборатории, порой доводилось слышать от иных своих знакомых — сотрудников других организаций — и никогда не довелось испытать самому. В лаборатории свободно обсуждались не только незавершенные, но и начинаемые работы, но и замыслы, планы, идеи. Марк Аронович понимал — и не раз высказывал это — что в науке столь много интересного, столь много того, что хотелось бы сделать, что все это превосходит жизненные возможности од-

ного человека. Поэтому, если кто-то подхватит вашу идею — это благо: идея получит дополнительный импульс к развитию. Да и любознательность, возможно, будет удовлетворена: удастся узнать, «что из всего этого вышло».

Отсюда понятно и некоторое безразличие Марка Ароновича к вопросам авторства. В сущности, в подавляющей части статей, написанных в лаборатории, Марк Аронович является скрытым автором. Конечно, Марк Аронович писал статьи и от своего имени, и в соавторстве. Но все же, мне кажется, для него статьи были не более чем протоколами, фиксацией и упорядочением достигнутого. Истинно важным, захватывающе интересным был для него сам процесс перехода от незнания к знанию. Что по духу отчасти роднит Марка Ароновича со средневековыми, например, архитекторами, кои не заботились об увековечении себя, но лишь стремились достичь совершенства.

Как же руководил Марк Аронович лабораторией, как создавал тот микроклимат, о котором упомянуто выше? Я не берусь анализировать этот сложный процесс, скажу о нем лишь несколько слов.

Один из французских энциклопедистов сказал, что наилучшей формой правления он считает просвещенный абсолютизм. Этот тезис в известной мере применим к способу управления лабораторией Марком Ароновичем.

Абсолютизм? Да, потому что направление работы лаборатории полностью задавалось научными интересами Марка Ароновича. При резкой смене его интересов приходилось делать резкий поворот и всей лаборатории. Многим сотрудникам приходилось переучиваться буквально «на ходу». Так, одна из сотрудниц пришла в лабораторию с физико-математическим образованием, кандидатскую диссертацию защитила по механике сплошных сред (дифференциальные уравнения в частных производных). С поворотом в биологическую тематику она, возглавив группу, профессионально освоила биологию (в какой-то степени и медицину), и докторскую диссертацию писала уже по биологии. Примеры такого рода можно умножать. Но и сам Марк Аронович не оставался в стороне: и он вникал при этом в проблемы биологии до полного профессионализма.

Тематика же сменялась относительно часто, что определялось основной принципиальной установкой Марка Ароновича, сформулированной им однажды (экспромтом) на одном из внутренних лабораторных семинаров.

Марк Аронович сказал, что как ученые, так и научные коллективы по своему характеру делятся, по его мнению, на три вида.

Первый вид — это разведчики; они выявляют новые направления.

Второй — разработчики; на найденном направлении они проделывают основную формальную работу.

Третий — хвостисты; они сводят совокупность результатов в стройную систему, устраняют мелкие погрешности<sup>2</sup>.

Дискриминации в этом разделении нет: все три вида равнозначны, все нужны для дела науки, ни один вид не имеет преобладания над другим. В этой рубрикации наш коллектив оказывается разведчиками; тем сменны тематики и оправданы.

Еще пример абсолютизма. Марк Аронович настолько ценил товарищеский дух лаборатории, ее сплоченность, что неоднократно публично заявлял: «Будь он (т.е. некий сотрудник) хоть семи пядей во лбу, если он мне портит лабораторию — выгоню!» И выгонял. Один раз предупредил, а во второй — до свидания...

Но абсолютизм был просвещенный, чему соответствовали методы управления, полностью демократические. Марк Аронович никогда не приказывал, не призывал, не заставлял, а только заинтересовывал, убеждал. Всегда была открытой возможность оспорить его доводы, переубедить — если ваши аргументы оказывались достаточно вескими — его в чем-то, предложить свою тематику. Значительная часть тематики рождалась именно таким образом. Особенно талантливым давалась возможность свободно работать над тем, над чем они хотят, по тематике, почти не связанной с лабораторией.

Скажу еще об одной, по-видимому малоизвестной стороне его интересов, также ярко характеризующей размах его кругозора.

Сложилось так, что у меня с Марком Ароновичем довольно часто бывали беседы на музлитературные темы: о композиторах, исполнителях, концертах, музыкальных записях и т. д. Конечно, иногда затрагивались и художественная литература, и живопись, и театр, и иные искусства, но затрагивались обычно походя, к слову. Например, однажды Марк Аронович рассказал мне, что в юности он увлекся поэзией Бориса Пастернака и даже прочел на память несколько его стихотворений. Но все же музлитература господствовала безраздельно.

Марк Аронович имел прекрасную фонотеку — собрание грампластинок и магнитофонных записей. В ней не было малозначительных, неинтересных вещей: это были талантливые композиторы, дирижеры, инструменталисты, вокалисты. Фонотека эта не лежала мертвым грузом: часто вечерами, надев наушники (он никогда не пользовался громкоговорящим звуковоспроизведением), Марк Аронович любил что-либо послушать. На концерты он, сильно перегруженный научной и преподавательской работой, ходил очень редко.

Так как и у меня была большая фонотека, мы обменивались записями. Увлекался Скрябиным, я «пропагандировал» этого автора и исполнительство Софроничко.

<sup>2</sup> Термин, конечно, не слишком удачен.

Издрка бывая за рубежом, я всегда знал тратился на грампластинки. Так, однажды из Бухареста я привез запись с-пол'ной мессы Моцарта (K427) в очень хорошем исполнении и три пластинки Дину Липатти: вальсы Шопена, фортепьянный концерт Грига и запись Баховской программы. Это было, когда пластинки этого гениального пианиста у нас еще не появлялись. И месса, и записи Липатти оказались тогда для меня открытиями, которыми я, конечно, сразу же поделился с Марком Ароновичем.

Несколько открытий сделал и он для меня.

Однажды Марк Аронович приобрел пластинку с записью 14-й Симфонии Д. Шостаковича (Op. 135) в исполнении Г. Вишневецкой, М. Решетина, М. Ростроповича. Симфония потрясла Марка Ароновича. Я не помню сейчас, что он мне говорил о ней; он принес мне эту пластинку и крайне заинтересовал меня ею.

До этого я 14-ю Симфонию не знал (слышал премьеры 10-й, 11-й, 12-й). Симфония и на меня произвела столь большое впечатление, что сразу стала одним из любимейших музыкальных произведений. Ее я слушал потом многократно, а позже покупал и ее следующие выпуски с иными составами исполнителей.

Открыл мне Марк Аронович и оперу того же Д. Шостаковича «Нос» (Г. Рождественский), и исполнительское искусство Розы Тамаркиной, и многое иное.

В зарубежные командировки Марк Аронович ездил довольно часто. Перед поездкой всегда выспрашивал, что мне известно о новых интересных записях, появившихся в мире, просил составить их список. Разузнавал, чего у меня нет, что мне хотелось бы иметь, и старался сделать приятный подарок. Следующая «музыкальная история» иллюстрирует, насколько Марк Аронович был внимательным, чутким человеком, насколько для него был недопустим малейший оттенок равнодушия, пренебрежительности.

Как-то, вернувшись из США, Марк Аронович привез мне в подарок пластинку с записью трех фортепьянных сонат Бетховена Op 31: G-dur, d- moll и Es-dur (вып. 1973 г.) в исполнении Гленна Гульда. Пластинка оказалась с браком по вине изготовителя, слушать ее было невозможно. Когда Марк Аронович спросил меня о впечатлении от этого исполнения, пришлось признаться, что пластинка была негодная.

Марк Аронович отобрал у меня эту пластинку, отправил ее обратно, взял на себя всю переписку с ответственной американской фирмой и в конце концов добился того, чтобы взамен была прислана доброкачественная пластинка.

Заочную свой рассказ еще одной «музыкальной историей», которая примечательна своей продолжительностью: она тянулась десятилетиями!

Все началось с американской выставки в Москве, в Сокольниках летом 1959 года. Билеты на выставку продавались посеансно, но после окончания очередного

сеанса публику с территории выставки не выгоняли: можно было остаться на следующую сессию, потом еще на один и т. д., пока не надоест или до самого закрытия.

Осмотрев все, но жалая уходить, я прогуливался по выставке, и тут мое внимание привлек динамик на столбе: из него лилось пение хора. Исполнение было настолько идеально совершенным, что я прямо-таки не верил своим ушам. Такого совершенства я не мог даже мысленно себе представить!

Поэтому около динамика пришлось сделать длительную остановку. В конце концов, крайне заинтригованный, я отправился искать выставочную радиостудию, чтобы узнать, что же это был за хор. Оказалось, что передавался концерт хора под управлением Роберта Шоу (Robert Shaw). Сверх этого узнать ничего не удалось.

Но когда в 1962 г. на московских афишах появилось объявление о гастролях этого хора, я уже представлял себе, с чем встречу. Публика этого еще не знала, потому билеты продавались свободно, и я закупил сразу комплект билетов на все концерты.

И вот 27 ноября 1962 г. хор Р. Шоу в Большом зале консерватории исполняет h-moll'ную мессу И. С. Баха. Это был один из тех концертов, которые доводится слушать также единицами за жизнь. Они запоминаются навсегда.

Богатство звуковых красок и динамических оттенков, одухотворенность и яркость исполнения отдельных номеров. Музыкально-драматургическое развитие, соединяющее эти номера в единое грандиозное, эпически-монументальное целое, непрезойденное по глубине и силе чувств. Никогда до того (да и после тоже) я не слышал подобного исполнения этой мессы!

С этого момента перед каждой очередной заграничной поездкой Марка Ароновича я прямо-таки приставал к нему с просьбой поискать исполнение си минорной мессы хором Р. Шоу<sup>3</sup>.

Марк Аронович помнил эти просьбы, искал мессу, но, увы, безуспешно. В магазинах, в том числе магазинах Америки, о такой записи не знали, и только в одном магазине, в начале 70-х годов, припомнили, что когда-то такой хор существовал, но теперь он уже распался.

Однако на этом история с хором Р. Шоу не кончается. В дни визита Президента Р. Никсона в СССР летом 1974 г. по нашему радио вдруг передали две части из мессы — и с отличным техническим качеством. Стало ясно, что на нашем радио эта запись имеется. Но все попытки найти к ней подступы опять ни к чему не привели. И, наконец, спустя четверть века, в 1987 г. (какие-нибудь

<sup>3</sup> Вскоре после концерта у нас выпустили пластинку с записью фрагментов исполнения мессы в Большом зале консерватории, но технически запись была сделана столь неграмотно, что слушать ее было невыносимо.

авторские права истекли, что ли?) полную запись исполнения си минорной мессы И. С. Баха 27 ноября 1962 г. в Большом зале консерватории, в комплекте из трех пластинок, с прекрасным техническим качеством, выпустила фирма «Мелодия». И я имел удовольствие подарить эту запись Марку Ароновичу!

Л. А. Гусев

### Советы М. А. Айзермана

Я познакомился с Марком Ароновичем в начале 1971 г. Я был представлен ему как аспирант Эммануила Марковича Бравермана из Института стали и сплавов, с той же кафедры инженерной кибернетики, где работал Э. М. Браверман и которой заведовал С. В. Емельянов (в то время зам. директора ИГУ). Марк Аронович сказал, что он будет только приветствовать, если я буду участвовать во внутривлабораторных семинарах, и вообще, как мне показалось, одобрил мое некоторое участие в жизни его лаборатории.

По-настоящему я узнал Марка Ароновича примерно через год, когда Эммануил Маркович показал ему подготовленный им при моем участии первый вариант статьи по неравновесным ценам, которая шла за моей подписью; надо сказать, что от моего первоначального варианта в этой статье сохранились только «оржики да ножки». М. А. позвонил мне домой через пару дней и сказал, чтобы я приехал к нему домой переделывать статью. Я в ужасе позвонил Э. М. Браверману, который одобрил мой предполагаемый визит. Через день, дома у М. А., мы начали переделывать статью. Сначала мне объяснили, что ни Э. М. Браверман (к этому времени он был уже почти пять лет доктором), ни остальные сотрудники лаборатории так, к сожалению, и не научились писать статьи. Поэтому я должен усвоить, что статьи пишутся для того, чтобы их читали, а не для того, чтобы продемонстрировать, до чего автор додумался. Поэтому меня попросили объяснить, до чего же я все-таки додумался. Через полтора часа моих объяснений в ответ на вопросы М. А. и с помощью текста статьи, который лежал перед ним, я, наконец, выяснил, о чем же все-таки статья. Но, догадавшись, как мне сегодня кажется, я так и не сумел объяснить это М. А. Тогда М. А. продиктовал мне четыре страницы текста, которые были введением в статью.

Я думаю, что и сегодня это лучшие страницы из всего числящегося за моей подписью. Именно это объяснение сути неравновесных моделей, причин их возникновения и подходов к их исследованию использовалось мною потом неоднократно.

ратно: и в статьях, и в книгах, и в лекциях. Честно говоря, я был потрясен в первую очередь не тем, какой текст получился, — это я понял значительно позже, а тем, как М. А. со мной общался. Никакой демонстрации превосходства и никаких демонстративных поучений, скорее ощущение, что мне передают тот опыт, который является коллективным опытом и в создании и передаче которого я должен буду в дальнейшем принимать посильное участие.

Когда статья была подготовлена к печати, я написал благодарность и М. А. Айзерману, и Э. М. Браверману. Увидев это, Э. М. Браверман потребовал, чтобы я немедленно это выкинул, в противном случае и он, и М. А. со мною просто перестанут здороваться. Но М. А. об этом узнал и передал, чтобы я к нему зашел поговорить. Мне было сказано две фразы: первая, что он очень тронут «высокой оценкой его участия в работе» (сказано было без всякой зыбкости), но что это «у них не принято»; и вторая, что «единственное, чем я могу реально расплачиваться — это тем, чтобы помогать так же другим».

Потом я встречался с Марком Ароновичем Айзерманом много раз. Это были встречи на семинарах, в лаборатории, несколько неформальных встреч дома у М. А. и в доме З. М. Лезиной (дочери Марка Ароновича). М. А. давал мне советы по поводу того, чем стоит заниматься, отвечал на мои вопросы о том, как вообще устроена наука управления и что такое моделирование в его понимании, как часто надо менять области, в которых работаешь, на кого надо ориентироваться в работе и многое другое. Но хочу рассказать еще о двух эпизодах отдельно.

Весной 1975 г., накануне защиты моей диссертации в ЦЭМИ, уже после подготовленного доклада, М. А. предложил Э. М. Браверману, чтобы я рассказал ему свою «речь». Выслушав меня, М. А. преподавал в течение 10 минут мне (и еще десяти собравшимся для прослушивания) урок, в котором было сказано, что речь надо полностью переделать, посвятив первые 10 минут (из 20 допустимых для выступления) тому, насколько катастрофична ситуация, сложившаяся до начала моей работы, и как моя работа (и здесь М. А. объяснил как) предотвратила эту катастрофу (я, конечно, чуть-чуть утрирую, но за идею ручаюсь). До сих пор считаю, что лучшего объяснения тому, как надо строить такого рода доклады, я не получал.

Второй эпизод также связан с моей диссертацией. Весной 1977 г., после предъявления мне отрицательного заключения одного из экспертов ВАКа на мою диссертацию, меня вызвали на Экспертный Совет ВАКа. Один из тех людей, от которых зависело положительное или отрицательное решение уже на Совете, разъяснил мне, что при всем его доброжелательном отношении ко мне и к моей работе, решение будет, что почти предreshено, отрицательным. Я в совершеннейшей панике бросился за советом к М. А. — что же мне делать (надо сказать, в

этот момент Э. М. Браверман находился при смерти, сделал все за несколько дней до этого вместе с Л. И. Розонозом и А. В. Малишевским для подготовки меня к ответам на возможные вопросы экспертов). На что М. А. сказал: «Спокойно продолжайте готовиться и забудьте на время про сказанные слова о грядущем провале». Глядя на мое удивленное лицо, он разъяснил (глубина и простота этого разъяснения меня впечатляет и сегодня): «Вам, Марк, объяснили: если вас утвердят, то благодаря этому лицу (что вы все равно никогда проверить не сможете), а если нет, то вас об этом предупреждали заранее. И ничего другого в предупреждении и не содержится» (надо сказать, что меня действительно утвердили).

И в заключение еще несколько слов. Я до сих пор не понимаю, как удалось М. А. в тот очень непростой период (70–80-е годы) обеспечивать существование двухуровневой лаборатории: первый уровень — это люди, принадлежавшие собственно к лаборатории, и второй — значительно более широкий круг людей, формально или неформально связанных с лабораторией и по работе, и личными контактами. Последние, я в том числе, пользовались ее поддержкой, независимо от того, где работали, и ее капиталом все эти непростые годы. Разговаривая с М. А. на научные и не только научные темы, я всегда ощущал, что он — «представитель» мировой науки, и не только потому, что он много ездил за границу и читал, но и потому, что люди, события и научные работы оценивались им после отбрасывания всего второстепенного. При этом очень часто свое мнение он не высказывал и, тем более, не афишировал.

*М. И. Левин*

### Несколько эпизодов

По просьбе Марка Ароновича мне пришлось изменить свою деятельность в возглавляемой им лаборатории и исполнять обязанности руководителя внутривлабораторной технической группы по самым разным вопросам на протяжении более десятка лет, что обусловило мою практически ежедневную совместную работу с Марком Ароновичем.

Мне вспоминаются различные эпизоды, связанные с Марком Ароновичем (возможно, случайно отобранные, но в каком-то смысле характерные), о некоторых из них мне хотелось бы рассказать.

Когда уругвайский профессор математики Массера по политическим мотивам оказался в тюрьме, Марк Аронович неоднократно настойчиво обращался к

представителям научных кругов Уругвая с просьбой поддержать профессора и способствовать его освобождению. Затем он выдвинул кандидатуру Массеры на соискание звания члена Международной академии наук (США). Чтобы оформить документы для этого выдвижения, Марк Аронович приехал на работу за два дня до смерти, в очень плохом самочувствии, и с обычной своей серьезностью и тщательностью заполнил по-английски все необходимые бланки и написал официальное письмо-рекомендацию.

Во время научных семинаров Марк Аронович всегда вел себя очень естественно и непринужденно. На одном из заседаний Общесоюзного семинара по проблемам расширения возможностей автоматов (начало 90-х годов), где выступал американский профессор Теодор Гровс, Марк Аронович вел семинар и сидел в первом ряду вместе с руководством института и ведущими учеными из других научных организаций. В момент, когда Гровс, двигаясь вдоль доски, излагал ключевой пункт своего выступления, шнур микрофона зацепился за что-то, и микрофон отказал. Не дожидаясь, пока кто-нибудь из молодых сотрудников, ответственных за организацию семинара, распутает шнур и снова подключит микрофон, Марк Аронович сам стремительно поднялся на сцену и устранил неисправность.

Читая курс лекций для молодых ученых, посвященный А. А. Андронову (70-е годы), Марк Аронович с большой убежденностью говорил, что он, как и А. А. Андронов, считает необходимым для успешной научной работы широкое обсуждение задач, подходов к их решению и достигнутых результатов на научных семинарах. После лекции слушатели задавали вопросы, и один из молодых ученых поделился сомнениями, сказав, что он оценивает семинары положительно, но все же не может позволить себе докладывать незавершенные результаты, так как у него всегда уходит много времени на техническое оформление идей, и нет уверенности, что кто-нибудь более расторопный не воспользуется ими. Марк Аронович горячо возразил на это, сказав: «Нельзя жить с пистолетом в кармане!»

Вообще об А. А. Андронове Марк Аронович говорил как об эталоне ученого и человека. Практически все знавшие Айзермана люди понимали, что речь идет о принципах, которым он и сам всегда стремится следовать.

*И. А. Лещева*

### Айзермановское руководство андроновским семинаром

В июне 1940 г. в Москве состоялось Всесоюзное совещание, посвященное проблемам автоматики и телемеханики в народном хозяйстве. Организатором этого совещания был созданный в рамках Академии наук Институт автоматики и телемеханики. Как показало совещание, в крупнейших городах страны, в Москве, Ленинграде, Харькове и др. велись работы по данной тематике. Общение между представителями отдельных организаций показало плодотворность такого рода совещаний. Наряду с официальной программой совещания происходили личные контакты между отдельными участниками, в частности, важно отметить знакомство широко известного ученого, одного из авторов книги «Теория колебаний» Александра Александровича Андропова с молодым научным работником Марком Ароновичем Айзерманом. Уже тогда А. А. Андроновым была высказана идея о целесообразности создания семинара по данной тематике. С началом Великой Отечественной войны контакты прервались. К 1944 г. появилась конкретная возможность организации такого семинара, сыгравшего роль важнейшего звена в общей системе работ в области развития теории автоматического управления и регулирования. Организационная работа выполнялась М. А. Айзерманом, так как А. А. Андронов жил в Горьком (ныне Нижний Новгород). Ошибочно утверждать, что семинар возник как бы случайно и что основанием для развития и работы семинара были идеи Пуанкаре. Это не так. Идея А. А. Андропова состояла в организации семинара по типу Мандельштамовского семинара по физике. А. А. Андронов считал, что группа молодых ученых, которая была связана с ним, вполне созрела, чтобы стать основным ядром такого семинара. Тематика семинара в то время была подготовлена работами указанной группы, а также многими научными работниками, интересовавшимися проблемами теории автоматического регулирования и управления. Фактически, работа семинара началась докладом А. А. Андропова о задаче Мизеса в теории прямого регулирования и теории точечных преобразований поверхностей. Трудно назвать это событие заседанием семинара. Это было большое научное событие, послужившее таким мощным импульсом, что в дальнейшем заботиться о посещаемости семинара не приходилось.

Следует подчеркнуть, что на заседаниях семинара всегда господствовала атмосфера взаимопонимания и взаимопомощи между всеми, внесшими посильный вклад в науку, или, наоборот, резкая критика в адрес желающих получить одобрение какой-то недоброкачественной «работенки». Чтобы представить себе научный и теоретический уровень работы семинара, можно привести следующие факты: между 1946 и 1953 годами были защищены и утверждены Высшей Аттестационной Комиссией шесть докторских диссертаций.

В 1946 г. защитил докторскую диссертацию М. А. Айзерман на тему «Устойчивость одного класса нелинейных систем автоматического регулирования» (название по памяти). Подчеркну, что на семинаре сама диссертация не рассматривалась и никаких решений по диссертации не принималось, но результаты, составлявшие сущность проблемы, широко обсуждались. Основные результаты Айзермана хорошо известны.

В 1947 г. защитил докторскую диссертацию Я. З. Цыпкин на тему «Устойчивость и динамические свойства систем с запаздыванием».

В 1948 г. защитил докторскую диссертацию М. В. Мееров на тему «Системы автоматического регулирования, устойчивые при сколь угодно малой динамической ошибке, и следящие системы, устойчивые при любой сколь угодно малой динамической ошибке».

В 1949 г. докторскую диссертацию защитил А. А. Фельдбаум на тему «Основные характеристики качества систем автоматического регулирования».

В том же 1949 г. защитил докторскую диссертацию В. В. Солодовников на тему «Качество систем автоматического регулирования».

В 1950 г. защитил диссертацию Л. Гольдфарб на тему (по памяти) «Устойчивость нелинейных систем с определенным видом нелинейной характеристики».

Из перечня видно, что на семинаре обсуждались принципиальные проблемы теории и методы построения систем регулирования. Не только упомянутые авторы и не только названная тематика обсуждались на семинаре. С уходом из жизни А. А. Андропова в 1952 г. работа семинара не прекратилась, и руководство семинаром продолжал М. А. Айзерман. Хочу подчеркнуть, что написанное выше никоим образом не исчерпывает все сделанное в будущем СССР по теории автоматического регулирования. Дальнейшая работа семинара насыщена новыми результатами и многими именами ученых, занявшими достойное место в истории становления и создания теории автоматического регулирования и управления.

*М. В. Мееров*

#### Он проникнул в суть вещей

Я познакомился с Марком Ароновичем в апреле 1967 г. — именно тогда я поступил на работу в ИАТ в лабораторию А. А. Талья (которая лишь незадолго до этого выделилась из лаборатории Марка Ароновича).

Мой дядя Б. Л. Коробочкин, один из виднейших советских станкостроителей, был хорошо знаком с М. А. Айзерманом. Через Марка Ароновича он и устроил меня в ИАТ. Но по каким-то причинам (помнится, из-за отсутствия мест в лаборатории) Марк Аронович не взял меня к себе в лабораторию, а порекомендовал Алексею Алексеевичу Талю. А поскольку эти лаборатории были изначально родственными, и А. А. Таль всегда считал М. А. Айзермана своим учителем и старшим товарищем, мы часто общались, и я потом не стал переходить в лабораторию Айзермана, хотя он и предлагал мне это.

Я всю свою сознательную жизнь вступать в КПСС под разными предложениями отказывался. Алексей Алексеевич был членом партии (одно время даже членом партбюро ИАТ). А Марк Аронович никогда не был членом КПСС. В его положении это, наверное, доставляло ему определенные (и, возможно, немалые) трудности. Я никогда не слышал от Марка Ароновича ничего о политике, даже что-либо отдаленно напоминающее о ней. Может быть, политика его просто не интересовала. А еще вероятнее, что он как человек честный врать не хотел, а честно говорить с такими, как я (ведь я не был близким ему человеком) не мог.

Марк Аронович был очень добрым и благожелательным человеком. Я ни разу не слышал от него «Я сейчас занят, зайдите позже». У него всегда находилась минута выслушать. С самого начала моего пребывания в ИПУ я обратил внимание на то, с каким огромным уважением и почтением относятся к Марку Ароновичу все его сотрудники. И именно как к человеку и ученому, а не как к шефу. Для А. А. Талья, например, «Марк Аронович одобрил» было высшей похвалой.

М. А. Айзерман часто бывал за рубежом, и чаще всего на Западе, например, в США. В те времена это было очень необычно для советского ученого, тем более, беспартийного еврея.

Возвращаясь из поездок, Марк Аронович всегда подробно делился своими впечатлениями, иллюстрируя рассказ прекрасными слайдами. Эти рассказы — особая статья. Дело в том, что происходило это в 70-х годах. Его прямой обязанностью было «критиковать» Запад, воспитывать у нас к этому Западу негативное отношение. Но Марк Аронович никогда этого не делал (возможно, рискуя, но как человек честный, иначе он не мог). Если ему задавали какой-нибудь вопрос «с политикой», он очень тактично переводил беседу на чисто культурные и научные аспекты. А рассказчиком Марк Аронович был замечательным! Мне кажется, я никогда (по крайней мере, в те времена) не слышал столь интересных рассказов (да еще со слайдами) об Италии, Франции, США. Они сопровождалась такими интересными бытовыми и культурными подробностями, что многое я помню до сих пор. Например, его рассказ о симфоническом концерте под открытым небом,

когда слушатели удобно расположились на склоне холма прямо на одеялах почти в домашней обстановке. Его рассказы, кроме своей информативности и яркости изложения, имели еще две особенности, что я яснее понял много позже. С одной стороны, он рассказывал о Западе с большой теплотой. Вместе с тем, его рассказы никогда не вызывали чувства нашей ущербности или преклонения перед Западом, а только чувство глубокого уважения. Видимо, нужно было быть М. А. Айзерманом с его отношением к людям и его высокой культурой, чтобы находить такую форму рассказа! Так мог говорить только человек, расположенный к людям, уважающий их и обладающий настолько высокой культурой, чтобы чувствовать себя в «своей тарелке» в любой обстановке. И еще доверяющий своим собеседникам — кто мешал любому из нас «настучать» на его «вражескую пропаганду»?

Уважение к людям и высокая культура Марка Ароновича проявлялись в полной мере на научных семинарах, которыми он руководил. Я не помню, чтобы он повысил голос. Марк Аронович на семинаре в моей памяти остался с неизменной доброй улыбкой и спокойным голосом.

Мое знакомство с М. А. Айзерманом как с ученым произошло, когда мне пришлось заняться теорией автоматического регулирования. Я прочитал много книг на эту тему, но моей настольной книгой стал его широко известный учебник «Теория автоматического регулирования двигателей». В ней проявились многие черты М. А. Айзермана-ученого. Очень редко мне приходилось до этого и позже сталкиваться с таким ясным и в то же время аккуратным изложением теоретических проблем. Вообще я мало встречал в своей жизни людей, которые могли бы так, как Марк Аронович, поставить задачу, после чего найти столь прекрасную форму для ее постановки. В определенном смысле его книга читалась как художественное произведение. И при этом оставалась строгой научной литературой! Много позже я понял, как глубоко нужно знать предмет, как тонко его прочувствовать, чтобы так формулировать и излагать свои мысли. Эта черта М. А. Айзермана проявлялась всегда — на семинарах, в частной беседе, на Ученом Совете, в его публикациях. Лишь немногим дано не только проникнуть «в суть вещей», но увидеть, что задачи, из казались бы, не связанных между собой областей — это одна и та же задача, только сформулированная на разных языках. Его аналогии сперва могли вызвать недоумение, затем возрастающий интерес, а в итоге изумление, граничащее с досадой: «Как же это просто, как же я сам до этого не додумался». И надо осознать, что это дано лишь немногим, для этого нужно иметь «дар Божий». Марк Аронович был одним из таких немногих.

*В. В. Руднев*

### Около Марка Ароновича

Я проработал около Марка Ароновича всего несколько лет (именно около, потому что непосредственно с ним я работал немного), но влияние его личности на меня было, да и остается, таким сильным, что я решился поделиться своими воспоминаниями и впечатлениями о некоторых запомнившихся мне моментах, не пытаясь их как-то обобщать и систематизировать.

В ИАТ я попал по распределению в 1960 г. и так все для меня удачно сложилось, что Марк Аронович оставил меня в своей лаборатории № 11.

Первое яркое впечатление — Марк Аронович просит меня пойти в другой отдел и по предварительной договоренности получить чудо техники: импортный аппарат для показа диапозитивов с дистанционным (на толстом проводе) управлением. Я принес руководителю того отдела бумагу и слышу в ответ: «Могу дать только во временное пользование». Обескураженный, возвращаюсь к Марку Ароновичу и слышу пророческую фразу: «Берите, молодой человек, в Советском Союзе все дается во временное пользование, только земля колхозам — в вечное». Это было 1961 год.

Запомнился мне один из рецептов Марка Ароновича по общению с начальством: «Надо просить наверняка, не создавая прецедента, чтобы тебе отказывали». Может быть поэтому Марку Ароновичу удавалось так много делать для своих сотрудников?

Следующий, очень важный для меня кусок воспоминаний. Это было в 1961 г. Мы изготавливали на электронском станке прототипы струйных элементов. Для каждой модели требовалось около сорока часов работы станка, т. е. пять рабочих дней. Станок был автоматизирован, но за ним полагалось наблюдать. Однажды, уходя с работы вместе со своим руководителем, в ответ на его сетования по поводу долгого изготовления я предложил оставить станок включенным на ночь. Тому эта идея очень понравилась, и он написал расписку дежурному вахтеру в том, что в комнату осталась включенная установка.

Однако утром мой руководитель, с которым у нас и раньше случались конфликты, захотел, как бы сказали сейчас, меня «подставить» и написал служебную записку, что я самовольно оставил на ночь включенную установку. Меня вызвал Марк Аронович и начал объяснять, что так нельзя делать и т.п. Я рассказал, как это было на самом деле, и когда расписка была обнаружена, был вызван мой руководитель и ему было сказано, что он может испортить молодому человеку всю жизнь (эта работа по струйным элементам в тот период находилась на стадии засекречивания). К сожалению, не могу воспроизвести все яркие слова Марка

Ароновича, но лаборатория вскоре с тем человеком рассталась, и этот казался бы незначительный эпизод сыграл здесь не последнюю роль.

При общении с Марком Ароновичем меня всегда поражала его способность одновременно «парить в облаках» в идейном и материальном смысле и при этом не отрываться от земли. Марк Аронович всегда знал, что сколько стоит. Это проявилось, в частности, при организации банкета по случаю получения Ленинской премии за работы по пневмоавтоматике (УСЭППА) в 1964 г. (я помогал Марку Ароновичу в организации банкета). Надо было согласовывать список приглашенных, выбирать меню и т.п. Очень впечатляющей была наша встреча с шеф-поваром ресторана «Будапешт». Это была беседа двух профессионалов экстракласса. Запомнилось экзотическое блюдо «сыр из дичи», заказ которого вызвал у шеф-повара большое уважение, и он обещал постараться, хотя уже давно его не готовил. Потом игра переместилась на другое поле: надо было заказать побольше дешевых и эффектных блюд. Тут Марк Аронович поразил меня в очередной раз, продемонстрировав большие познания и даже навыки и в этой области. Банкет всем понравился.

Совсем недавно, в ноябре 1999 г., после долгого перерыва состоялось Всероссийское совещание по пневмо-гидроавтоматике. В кулуарах один из ветеранов — Главный конструктор завода «Тизприбор» В. В. Белов — узнав о подготовке этого материала, просил меня специально подчеркнуть, что идея модульной конструкции, главная идея системы УСЭППА, была выдвинута М. А. Айзерманом на совещании специалистов и оказалась последним нереальной. Это к вопросу об отношении теоретика Марка Ароновича к прикладным решениям.

Хотелось бы поделиться еще несколькими «околонаучными» воспоминаниями.

Это было в середине 60-х годов, в период «медового месяца» кибернетики в СССР. Все хорошо, Марк Аронович находится на гребне этой большой волны, и вдруг... Марк Аронович выступает на большом Ученем Совете Института проблем управления с запомнившимся многим присутствовавшим тезисом: «Не под тем деревом копали». Марк Аронович со свойственными ему эрудицией и убедительностью показал, что нет такой самостоятельной и отдельной науки «кибернетика», а есть некоторые, не всегда абсолютные результаты в традиционных областях знания. Возмущению почти всех уважаемых членов Совета не было предела. Многие это заявление восприняли как эпатаж или как признание собственных разочарований докладчика, а на самом деле это был плод глубоких размышлений, которые заставили задуматься многих.

Вообще семинары Марка Ароновича, помимо содержательности, были необычайно зрелищны, и молодежь ходила туда независимо от конкретных научных интересов. Надо было видеть, как этот немолодой и достаточно грузный человек

живо реагировал на происходящее, направлял дискуссию и развивал мысли и идеи, о которых даже докладчик не всегда догадывался. Не касаясь сути семинара, должен отметить, что они имели большое воспитательное значение.

Считаю возможным коснуться и такого деликатного вопроса, как неоднократные, но всегда неудачные баллотировки Марка Ароновича в члены-корреспонденты АН СССР. Естественно, я не знаю деталей, но одна из подробностей (по разговорам «в народе») заключалась в том, что за этим выдвижением очень ревностно следил тогда всемогущий академик С. Королев. Говорили, что причиной столь пристального внимания был отказ Марка Ароновича вступить в его «ракетную команду», которая формировалась вскоре после войны. В отместку — так и не полученный титул.

Вспоминается еще один пример общения Марка Ароновича с высокими властями. В 1967 г. ему предложили выступить по центральному телевидению с осуждением израильской агрессии. Отказаться впрямую невозможно. Как поступил Марк Аронович? Он сказал: «Я должен выступать как ученый, аргументированно. Дайте мне, пожалуйста, досье с хроникой событий, карты, и я подготовлю убедительное выступление». Больше к нему с такой просьбой не обращались.

Хочу рассказать еще об одной ситуации, когда Марк Аронович использовал свой авторитет и способность убеждать для защиты своей далеко не бесспорной позиции. На начальном этапе разработки струйной техники, или пневмоники (это слово, кстати, тоже придумал Марк Аронович), это направление представлялось очень перспективным и даже конкурентным по отношению к электронике. В этой ситуации, когда многие ведущие в лаборатории разработки носили «пионерский» характер, сотрудникам, особенно молодым, хотелось их запатентовать, т. е. получить авторские свидетельства. Марк Аронович был категорически против, и хотя его аргументация была малоубедительной и даже отчасти демагогической: «Мы — научные работники, и изобретать новые устройства — наша основная работа», все вынуждены были подчиниться.

Только позднее, после неудачного выдвижения работы по струйной технике на Ленинскую премию, я понял, от какого количества склок, разборок и т. п. избавил нас Марк Аронович своим запретом. Это было действительно мудрое и своевременное решение, которое помогло сохранить коллектив.

Невозможно передать словами ту атмосферу доброжелательности и вместе с тем требовательности, которую создавал вокруг молодых, да и не только молодых сотрудников Марк Аронович.

Вспоминается и последняя встреча с Марком Ароновичем, примерно за два месяца до его кончины. Это было в Академической больнице в тот день, когда его возили на «Каширку» и подтверждали роковой диагноз. Марк Аронович сам мне

рассказал об этом, был очень спокоен и, я бы даже сказал, рационален, говорил о своих планах на ближайшее время. Это было настоящее мужество.

С того момента, когда Марк Аронович взял меня на работу, прошли десятки лет, нет уже той лаборатории, нет многих людей, с которыми мы вместе работали и дружили, но я по-прежнему считаю своей огромной удачей в жизни то, что я начинал свою работу под руководством Марка Ароновича Айзермана.

*Б. С. Шкрабов*

НАУЧНОЕ ИЗДАНИЕ

Марк Аронович Айзерман  
(1913–1992)

Редактор *Л. А. Памощкина*  
Компьютерная верстка *М. Н. Гризук*

ИД № 01389 от 30.03.2000

Подписано в печать 15.01.2003. Формат 60x70/16

Бумага офсетная № 1. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 19,9 плюс 8 вклеек. Уч.-изд. л. 24,3. Тираж 800 экз.

Заказ № 19

Отпечатано с готовых диапозитивов

ГУП «Облиздат»

248640 Калуга, пл. Старый торг, 5

# Content

Z. M. Lezina M.A. AIZERMAN (1913-1992) ( <i>An attempt of the biography</i> ) .....	5
DOCUMENTS ONLY ( <i>Appendix to the biography</i> ) .....	21
A LIST OF PUBLICATIONS BY M. A. AIZERMAN .....	67
Ye. S. Pyatnitskiy THE WORK OF M. A. AIZERMAN IN CONTROL THEORY, STABILITY OF MOVEMENT AND THEORY OF OSCILLATIONS .....	82
A. M. Kazimov M. A. AIZERMAN AND PNEUMOAUTOMATICS .....	105
L. I. Razonoer, I. M. Smirnova ON THE WORK OF M. A. AIZERMAN IN THE THEORY OF LOGIC DEVICES .....	112
A. A. Dorofeyuk, I. B. Muchnik THE WORK OF M. A. AIZERMAN IN PATTERN RECOGNITION AND DATA ANALYSIS .....	115
E. A. Andreeva, I. B. Muchnik LOOKING FOR AN ADEQUATE LANGUAGE TO STUDY CONTROL PRINCIPLES IN LIVING BEINGS .....	160
F. T. Aleskerov THE WORK OF M. A. AIZERMAN ON CHOICE THEORY .....	199
P. Yu. Chebotarev THE WORK OF M. A. AIZERMAN ON DYNAMIC VOTING .....	240
L. I. Razonoer M. A. AIZERMAN AS I KNEW HIM .....	244
I. M. Smirnova IN THE LABORATORY OF MARK ARONOVICH AIZERMAN .....	252
From the Editorial Board .....	260
E. A. Andreeva, L. A. Gusev OUR RECOLLECTIONS ABOUT IRINA MIKHAILOVNA SMIRNOVA .....	261
V. K. Isaev M. A. AIZERMAN AND FIZTECH .....	266
Yu. I. Neymark TOGETHER WITH A. A. ANDRONOV ( <i>The relations of A. A. Andronov and M. A. Aizerman as I observed them met Mark Aronovich</i> ) .....	289
DETAILS OF THE PORTRAIT .....	296