

Игра, связанная с организацией системы связи агентов с направленными антеннами

А.В. Кузнецов
avkuz@bk.ru



Воронежский государственный университет



Факультет прикладной математики, информатики и механики

May 13, 2020

Постановка задачи

Пусть агенты из множества $Ag = \{ag_1, \dots, ag_m\}$ перемещаются по местности и должны периодически синхронизировать по радиосвязи информацию друг о друге и о других объектах, замеченных в процессе движения. Если каждый агент обладает всенаправленной антенной и нет ограничений на время передачи данных, то задача тривиальна, так как обмен информацией возможен практически в любой момент времени. Однако, если в целях повышения скрытности и для экономии ресурса электропитания агенты снабжены направленными антеннами и (или) если агенты могут обмениваться информацией только в определенные моменты времени, то синхронизация агентов сильно затрудняется. Становится необходимым выбирать компромисс между актуальностью информации и расходами на разворот агентов, включение передатчика и возможным снижением скрытности.



Термины и определения

Пусть (S, H) – некооперативная игра n лиц в нормальной форме, где S – набор чистых стратегий, а H – набор выигрышей. Когда каждый игрок $i \in \{1, \dots, n\}$ выбирает стратегию $x_i \in S$ в профиле стратегий $x = (x_1, \dots, x_n)$, игрок i получает выигрыш $H_i(x)$. Заметьте, что выигрыш зависит от всего профиля стратегий: не только от стратегии x_i , выбранной самим игроком i , но и от чужих стратегий x_{-i} , то есть всех стратегий x_j при $j \neq i$. Профиль стратегий $x^* \in S$ является равновесием по Нэшу, если изменение своей стратегии с x_i^* на x_i не выгодно ни одному игроку i , то есть для любого i

$$H_i(x^*) \geq H_i(x_i, x_{-i}^*).$$



Термины и определения

Обратная индукция – метод нахождения оптимальной последовательности действий. Предполагает обратную хронологию: первым определяется оптимальное действие на последнем шаге, затем определяются предшествующие оптимумы. Последним обнаруживается то действие, которое следует совершить в самом начале игры. Процедура продолжается до тех пор, пока не будет найден оптимум в каждом из информационных множеств, то есть в каждой из игровых ситуаций, доступных для восприятия игроком.



Актуальность информации

Предположим, что основным типом информации, которым оперируют агенты, является информация о координатах различных объектов, в том числе – самих агентов. Если из точки $r_0 = (x_0, y_0)$ равномерно двигается агент ag_0 со скоростью $v = (v_x, v_y)$, то через время t этот агент находился бы в точке $r_1 = r_0 + tv$. Тогда расстояние от неподвижного агента ag_1 , находившегося все это время в точке r_2 , до агента ag_0 будет

$$l(t) = \|r_2 - r_1\| = \|r_0 - r_1 + tv\|.$$

Определим в это случае актуальность информации об агенте ag_0 у агента ag_1 на момент времени t как

$$A(t) = \frac{\|r_0 - r_1\|}{\|r_0 - r_1\| + \|tv\|} \leq \frac{l(0)}{l(t)}.$$



восприятия игроком.



Актуальность информации

Соотношение может быть переписано как

$$A(t) = \frac{1}{1 + t\rho}, \quad \rho = \frac{\|v\|}{\|r_0 - r_1\|}.$$

Перейдем к времени $\tau = 1 + \rho t$ и получим, что

$$A(\tau) = \frac{1}{\tau}.$$



Актуальность информации

Если предположить, что агент движется не с одной и той же скоростью, а его траектория является случайным блужданием

$$r(t+1) = r(t) + (\xi, \eta),$$

где (ξ, η) – нормально распределенный случайный вектор с независимыми компонентами, с математическим ожиданием 0 и среднеквадратичным отклонением σ . В этом случае, согласно центральной предельной теоремы, при достаточно больших t , случайный вектор r будет иметь распределение, близкое к нормальному, и с среднеквадратичным отклонением $\frac{\sigma}{\sqrt{t}}$.

Тогда $\|r\|$ будет иметь распределение, близкое к распределению Рэлея с дисперсией $(2 - \pi/2)\sigma^2/t$. Соответственно, актуальность информации можно будет определить как

$$A(t) = \frac{\sigma\sqrt{2 - \pi/2}}{\sqrt{t}} = \frac{1}{\sqrt{\tau}}, \quad t = \tau\sigma\sqrt{2 - \pi/2}.$$



Расходы на поддержание системы

Поддержание актуальности информации для агента требует затрат (расхода энергии на разворот антенны, перемещение в пространстве на позицию, видную другими агентами и т.п.). Поэтому можно задать функцию расходов агента, например:

$$U(t) = \begin{cases} 1, & \text{в тур } t \text{ есть синхронизация.} \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases} .$$

Цель состоит в минимизации U и максимизации A . Далее мы будем рассматривать игру с функцией выплат в одном туре $f_\beta = A + \beta U$, $\beta < 0$ и во всей игре

$$F_\beta = \sum_t f_\beta(t).$$



Игра поддержки актуальности информации

Будем полагать, что до начала игры все агенты обладают актуальной информацией и располагают выигрышем α_0 . Агент $ag_i \in Ag$ в туре t имеет альтернативы:

- ▶ либо s_0 – актуализировать информацию от другого агента $ag_j \in Ag$, получив выигрыш $\beta < 0$ в туре t и выигрыш 1 в туре $t + 1$, если ag_j согласится на актуализацию в ответ, получив также выигрыш $\beta < 0$ в туре t и выигрыш 1 в туре $t + 1$;
- ▶ либо s_1 – продолжить без актуализации, получив выигрыш $A(n)$, где n – количество туров, прошедших с момента последнего применения s_0 , если $A(n) \geq b$, $0 \leq b < 1$, иначе или если s_0 еще не применялась, получить выигрыш $\beta < 0$.
Альтернативно: если средняя актуальность информации у агента не меньше, чем b .



Игра поддержки актуальности информации

Всего туров может быть как конечное число N , так и неограниченное количество. Параметр b соответствует предельно допустимому уровню неактуальности информации. Рассмотрим случай двух агентов. В развернутой форме эта игра запишется в виде бинарного дерева. Узлы t -го яруса этого дерева, соответствующего туру t , будем обозначать как $u(t, k)$, $k = \overline{0, 2^t - 1}$, причем $u(t, k)$ смежен с $u(t - 1, l)$, если $l = \lfloor k/2 \rfloor$, причем ребру между $u(t, k)$ и $u(t - 1, l)$ будет соответствовать альтернатива s_i , $i = k \bmod 2$. Каждому узлу будет соответствовать вектор выигрышей за тур (u_1, u_2) , u_i – выигрыш i -го агента.



Игра поддержки актуальности информации

На рис. 1 приведен пример для $\alpha_0 = 1$, $\beta = -0.1$, $b = 0$, $N = 20$. Зеленым показан выигрыш, соответствующий равновесным по Нэшу стратегиям в самой крайней подыгре. Стратегии для всех игроков имеют вид

$$s_1 s_0 s_1 s_0 s_1 s_0 s_1 s_0 s_1 s_1.$$

Лишнее s_1 связано с тем, что нет смысла синхронизироваться под конец игры. Для $N = 22$ стратегии выглядят как

$$s_1 s_0 s_1 s_0 s_1 s_0 s_1 s_0 s_1 s_0 s_1 s_0.$$

Видно, что чем меньше β , тем меньше выигрыш и тем большая часть стратегий приводит к отрицательному выигрышу. Для $\beta = -0.5$ равновесная стратегия (правая точка) выглядит как

$$s_1 s_1 s_0 s_1 s_1 s_0 s_1 s_1 s_0 s_1,$$

для $\beta = -1$ равновесная стратегия (правая точка) выглядит как

$$s_1 s_1 s_1 s_1 s_1 s_0 s_1 s_1 s_1 s_1.$$



Игра поддержки актуальности информации

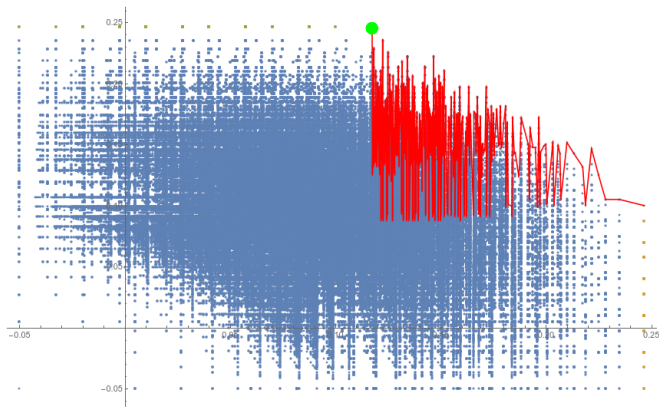
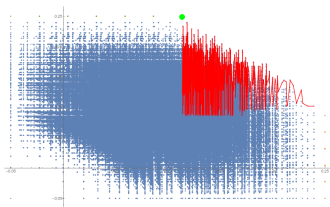


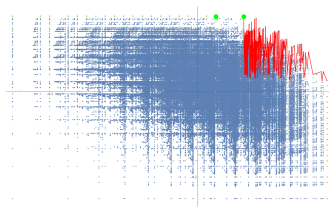
Figure: Выигрыши при $N = 20$, по осям F_β/N для первого и второго агента, $\beta = -0.1$, $A(t) = t^{-1}$



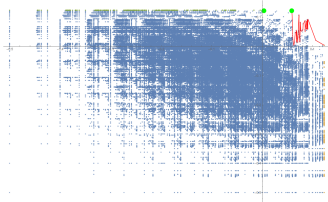
Игра поддержки актуальности информации



(a) Выигрыши при $N = 22$, по осям F_β/N для первого и второго агента, $\beta = -0.1$, $A(t) = t^{-1}$



(b) Выигрыши при $N = 20$, по осям F_β/N для первого и второго агента, $\beta = -0.5$, $A(t) = t^{-1}$



(c) Выигрыши при $N = 20$, по осям F_β/N для первого и второго агента, $\beta = -1$, $A(t) = t^{-1}$



Игра поддержки актуальности информации

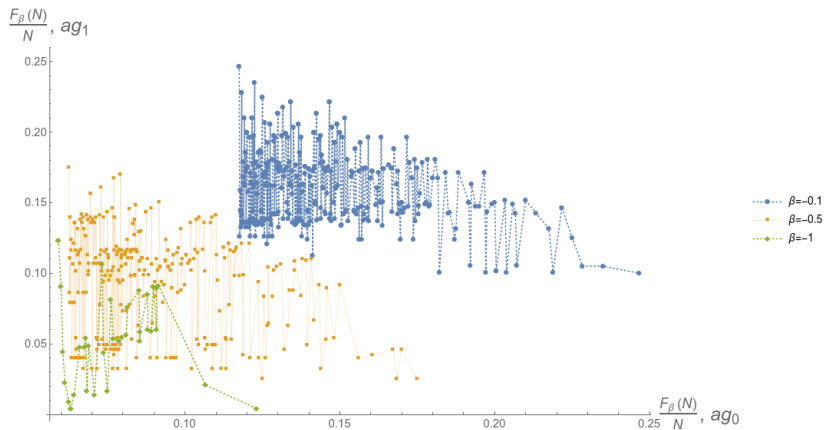


Figure: Сравнение фронтов Парето, $N = 20$, $A(t) = t^{-1}$



Игра поддержки актуальности информации

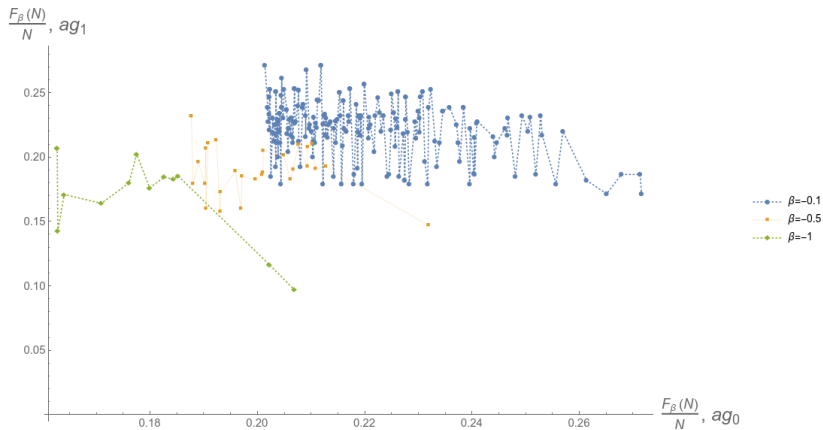
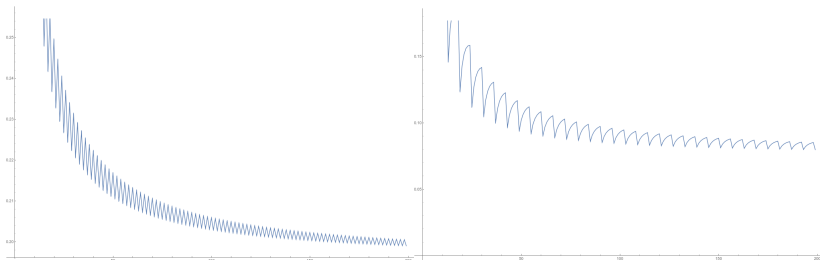


Figure: Сравнение фронтов Парето, $N = 20$, $A(t) = t^{-1/2}$



Поведение платежной функции при стратегиях, близких к равновесным, в долгосрочной перспективе

При периодической синхронизации F_β неизбежно убывает с каждым туром.



(a) $F_\beta(t)/t$, $\beta = -0.1$, $A(t) = t^{-1}$ (b) $F_\beta(t)/t$, $\beta = -1$, $A(t) = t^{-1}$



Поведение платежной функции при стратегиях, близких к равновесным, в долгосрочной перспективе

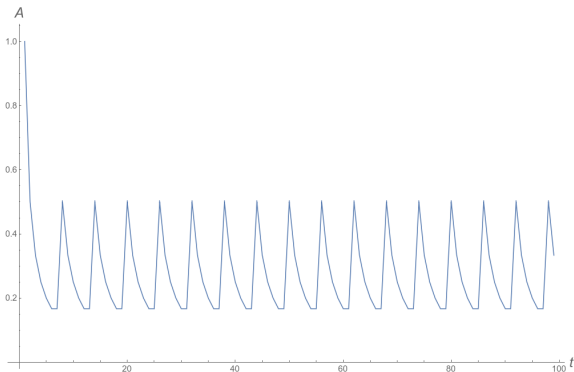


Figure: Изменение актуальности информации, $A(t) = t^{-1}$

Если агентов много, то актуализирующие информацию последними будут страдать. Поэтому периодически игру надо останавливать и менять порядок ходов агентов.



Спасибо за внимание!

