

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
НАУКИ ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ УПРАВЛЕНИЯ
ИМ. В. А. ТРАПЕЗНИКОВА РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

На правах рукописи



Федянин Денис Николаевич

**МОДЕЛИ ИНФОРМАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ В
РЕФЛЕКСИВНОМ УПРАВЛЕНИИ
АКТИВНЫМИ СЕТЕВЫМИ СТРУКТУРАМИ**

Специальность 2.3.8 — Информатика и информационные процессы

Научно-квалификационная работа (диссертация) на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель:

д.ф.-м.н.

Чхартишвили А.Г.

Москва — 2025

Содержание

Введение	4
1 Проблемы построения структур информированности в АСС	9
1.1 Особенности проблем управления АСС	9
1.2 Анализ моделей управления АСС	10
1.3 Выводы по главе 1	20
2 Обобщенная множественная структура информированности	21
2.1 Определение ОМСИ и ее связь с рефлексивным управлением АСС	21
2.2 Модель рефлексивного управления АСС при частичной наблюда- емости	32
2.3 Модель рефлексивного управления АСС на основе когнитивной инерции	42
2.4 Модели и методы предсказания действий агентов для применения рефлексивного управления в игре со скрытыми коалициями (на примере олигополии Курно)	47
2.5 Модели и методы применения рефлексивного управления в АСС для игры Таллока	58
2.6 Выводы по главе 2	70
3 Прикладные модели рефлексивного управления АСС	71
3.1 Применение рефлексивного управления для достижения консен- суса при поляризации мнений	71
3.2 Применения рефлексивного управления при частичной информи- рованности о влиятельности агентов	77
3.3 Применение рефлексивного управления для достижения консен- суса при ограниченном доверии	82

3.4	Применение рефлексивного управления для использования датчиков умного города	85
3.5	Применения рефлексивного управления для скрытного поиска объекта группой подводных роботов	87
3.6	Выводы по главе 3	94
Заключение		96
Список литературы		97
Приложение 1. Акты и справки о внедрении результатов диссертационной работы		120
Приложение 2. Свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ		123

Введение

Активные сетевые структуры (АСС) – это структуры, состоящие из множества агентов (индивидуальных и коллективных субъектов, обладающих свойством активности – способности к самостоятельному выбору определенных целей и действий) и определенного на нем множества тех или иных связей. Частными случаями АСС являются онлайн-социальные сети, сети экономических агентов, сети оборудованных взаимодействующими датчиками транспортных средств. Действия агентов зависят от их информированности, поэтому одним из видов управления АСС является рефлексивное управление – формирование управляющим органом (центром) нужной ему информированности (в том числе взаимной информированности). Моделирование взаимной информированности агентов и информационных процессов в АСС осуществлялось и осуществляется в рамках различных научных направлений

В рамках эпистемической логики (С. А. Крипке [143–145], Я. Хинтиikka [136], A. Baltag [61–66], S. Smets [63, 67, 73, 177, 180], van Benthem [187–191, 193–195, 200], J. C. Halpern [102, 103, 128–131] и др.) исследовались вопросы моделирования информированности, в рамках теории игр (Дж. Нэш [60], В. Н. Бурков [2, 3], Д. А. Новиков [19, 35, 36, 38], Дж. Харшаньи [133], Ю. Б. Гермейер [6–8], Г. А. Угольницкий [43–45] и др.) – вопросы принятия решений. В сетевых играх и играх на сетях (R. Tatko [184], Н. А. Зенкевич [9, 40], В. В. Мазалов [12, 13, 32–34], Ч. Ван [5], Ц. Гао [5], Е. М. Парилина [39, 42, 85, 146, 165], M. O. Jackson [99], Д. А. Губанов [11, 37], Д. А. Новиков [11, 37], А. Г. Чхартишвили [11, 37, 46, 47], Л. Ю. Жилякова [15, 16] и др.) исследовались сетевые аспекты информационного взаимодействия агентов, также сетевые особенности многоагентных систем исследовались в работах О. П. Кузнецова [21–25]. В эпистемических и рефлексивных играх, а также моделях рефлексивного управления (Р. Ауман [58], P. Weirich [84, 170, 205], B. De Bruin [92–94], A. Brandenburger [80], A. Perea [166], В. А. Лефевр [30, 31], В. Е. Лепский [26–29], А. Г. Чхартишви-

ли [35] и др.) упор был сделан на сложную взаимную информированность агентов. Отметим также научное направление, связанное с разработкой логико-игровых моделей социальных процессов (А. Baltag, S. Smets, Z. Cristoff [89], R. K. Rendsvig [71], F. Liu [174] и др.).

Одной из существенных проблем моделирования информированности и информационных процессов в перечисленных выше научных направлениях АСС является возможность различного количества и состава агентов в субъективных представлениях. Иными словами, обычно состав участников ситуации считается фиксированным и общеизвестным, что не всегда соответствует реальным ситуациям с неполной информированностью. Таким образом, актуальной является разработка более общих моделей, учитывающих в том числе и этот аспект информационных процессов в АСС.

Научная новизна

- Построена модель информированности и информационных процессов (ОМСИ) в виде, который позволяет выявлять закономерности обмена информацией, в условиях неполной взаимной информированности агентов о составе системы, для поддержки принятия решений на различных уровнях управления (пункт 1 паспорта специальности 2.3.8).
- Разработаны алгоритмы построения и трансформации структуры информированности и принятия решения на основе ОМСИ (пункт 6 паспорта специальности 2.3.8), позволяющие учесть неполную взаимную информированность агентов о составе системы.
- Предложены методы моделирования информированности с помощью ОМСИ в различных предметных областях, которые обеспечивают адекватное и наглядное описание, (пункт 16 паспорта специальности 2.3.8).

Объектом исследования являются активные сетевые структуры (АСС).

Предметом исследования — информационные процессы рефлексивного управления в АСС.

Целью исследования является обеспечение возможности рефлексивного управления в условиях неполной взаимной информированности агентов о составе АСС на основе разработки и исследования моделей информационных процессов.

Для достижения цели работы были решены следующие **задачи**:

1. Проведен анализ и систематизация моделей информационных процессов в рефлексивном управлении АСС (гл. 1).
2. Разработана модель информированности и информационного равновесия на ее основе в условиях неполной взаимной информированности агентов о составе системы, способствующей поддержке принятия решений при рефлексивном управлении (гл. 2).
3. Разработаны и исследованы алгоритмы построения и трансформации структуры информированности в АСС (гл. 2).
4. Разработаны прикладные модели неполной взаимной информированности для рефлексивного управления в социальных, экономических, технических системах (гл. 3).

Методы исследования. В основе исследования лежит аппарат современной теории управления, в частности подходы и результаты теории игр, теории активных систем, теории рефлексивного управления, теории принятия решений и исследования операций

Теоретическая и практическая значимость работы состоит в том, что разработанные методы рефлексивного управления АСС позволяют учитывать сложную взаимную информированность агентов о составе моделируемой системы. Практическая значимость состоит в применении этих методов для решения задач рефлексивного управления в различных предметных областях, таких как управление беспилотными подводными аппаратами, управление безопасностью городской транспортной системы, управление мнениями в социальных сетях и др.

Эффективность использования разработанных в диссертационной работе

моделей и методов рефлексивного управления АСС подтверждена актом и справкой о внедрении.

Основные результаты, выносимые на защиту:

1. Модель обобщенной множественной структуры информированности (ОМСИ) и информационного равновесия на ее основе в условиях неполной взаимной информированности агентов о составе системы, и способствующая поддержке принятия решений на различных уровнях управления.
2. Алгоритм построения и трансформации обобщенной множественной структуры информированности.
3. Прикладные модели информированности и принятия решений в социальных, экономических, технических системах в условиях, которые обеспечивают возможность рефлексивного управления в условиях неполной взаимной информированности агентов о составе АСС.

Степень обоснованности и достоверности полученных результатов. обеспечивается корректностью применяемых математических методов и численных расчетов.

Апробация результатов. По тематике диссертационной работы были сделаны доклады на следующих российских и международных конференциях:

- международной конференции IFAC International Conference on Control, Decision and Information Technologies (CoDIT2022);
- международных конференциях «Управление развитием крупномасштабных систем» (MLSD2018, MLSD2021);
- международных конференциях по системам управления, математическому моделированию, автоматизации и энергоэффективности (SUMMA2020, SUMMA2021);
- международных конференциях «Теория игр и приложения» (GTM 2016, 2017);

- международных конференциях «Формальная философия» (2021, 2022);
- симпозиуме «Рефлексивные процессы и управление» (2013);
- конференциях МФТИ (2014, 2015, 2016, 2017, 2018);
- конференциях «Управление большими системами»(2014, 2023);
- конференциях МКПУ (2016, 2017, 2018);
- научных семинарах ТУОС ИПУ РАН и ВЦ РАН.

Также основные положения диссертации докладывались и обсуждались на заседаниях научных семинаров «Теория управления организационными системами» в Институте проблем управления имени В.А. Трапезникова Российской академии наук (ИПУ РАН)).

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 15 печатных изданиях, 4 из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК, 4 — в журналах, индексированных Scopus. 7 — в докладов, индексированных Scopus или Web of Science. Личный вклад автора в работах, опубликованных в соавторстве, заключается в следующем: в статье [48] предложена ключевая идея и примеры, в статьях [46,47,116] автором доказаны математические утверждения, при работе над статьей [4] автором разработан программный комплекс для оценки инновационных проектов, в статье [106] автором предложена идея и разработан программный комплекс.

Личный вклад соискателя. . Все результаты получены автором самостоятельно.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и двух приложений. Полный объём диссертации составляет 124 страниц с 7 рисунками и не содержит таблиц. Список литературы содержит 213 наименований.

1 Проблемы построения структур информированности в АСС

Первая глава содержит обзор различных подходов к моделированию информированности агентов и рефлексивному управлению в условиях неполной взаимной информированности агентов в активных структурах. На основании этого обзора проведено сопоставление между модельными структурами различного типа. Показано, что в рамках известных моделей не выработано способов моделирования ситуации с неопределенностью относительно состава участников ситуации.

1.1 Особенности проблем управления АСС

В соответствии с данным во введении определением частными случаями АСС являются онлайн-социальные сети, сети экономических агентов, сети оборудованных взаимодействующими датчиками транспортных средств. Действия агентов зависят от их информированности, поэтому одним из видов управления АСС является рефлексивное управление – формирование управляющим органом (центром) нужной ему информированности (в том числе взаимной информированности). Моделирование взаимной информированности агентов и информационных процессов в АСС осуществлялось и осуществляется в рамках различных научных направлений.

Моделирование взаимной информированности агентов и информационных процессов в АСС осуществлялось и осуществляется в рамках различных научных направлений.

Особенности проблем управления АСС являются важным направлением исследований, так как предполагают учёт специфики соответствующих задач и необходимость формирования адекватного математического аппарата и методов их решения [17].

Среди задач управления, представляющих интерес для исследователей АСС, можно выделить следующие:

- поиск правил функционирования сети, которые позволяют получить сеть с заданными параметрами;
- поиск оптимальных алгоритмов принятия решения самими пользователями, гарантирующих получение ими максимального дохода от использования сети;
- поиск подмножества пользователей, которые при воздействии на них смогут распространить информацию среди наибольшего количества других пользователей за заданное время [17].

1.2 Анализ моделей управления АСС

Модели, описывающие поведение пользователей в АСС, по-видимому, смогут иметь много применений: от продвижения товаров и услуг на рынке до выявления и нейтрализации террористических групп. Одной из широко используемых в научных исследованиях моделей является так называемая марковская модель социальной сети, часто также называемая моделью Де Гроота. Полное описание можно найти в работе [11], здесь лишь кратко опишем модельные предположения и используемые далее понятия [17].

В настоящее время большое количество исследований выполнено в сфере моделирования социальных сетей и разработки методов управления ими [17, 46, 107].

Активность может проявляться в виде размещения пользователями социальных сетей сообщений, удаления/добавления друзей, размещения постов и т.д. В данной работе проведено предварительное исследование пяти гипотез о распределении пользователей по одному из типов их активности внутри подмножеств, где пользователи имеют сходные показатели другого типа своей актив-

ности Проблема выбора агентами действий заключается в том, что они априори не знают, какие действия выберут другие агенты, и им приходится принимать решение в ситуации неопределенности. При этом предполагается, что все агенты знают все множество игроков, их доступные действия и целевые функции и, что особенно важно отметить, они знают о том, что все это знают, мало того, они знают, что все знают, что все знают, и т.д.

Основы теории активных систем были заложены В. Н. Бурковым [2]. В дальнейшем теорию развивали и другие исследователи, в том числе А. К. Еналеев, А. Ю. Заложнев, А. В. Щепкин, Д. А. Новиков, А. Г. Чхартишвили и др. [3]. В частности, в работах Д. А. Новикова и А. Г. Чхартишвили при моделировании различных типов рациональности активных элементов часто используется понятие ранга рефлексии, разбиение множества агентов осуществляется по их типам рациональности — рангам (рефлексивное разбиение) [19, 20].

В рамках таких структур возникают проблемы принятия решений в ситуациях, когда выгоды от принятия решений зависят не только от действий агента, но и от действий других агентов, что является предметом традиционных моделей теории игр и теории коллективного поведения. Одним из ключевых факторов в этом случае является взаимная осведомленность агентов, их возможные действия и принципы принятия решений.

В современных исследованиях поведения участников экономических взаимодействий часто можно встретить описание взаимодействия в виде той или иной теоретико-игровой модели (см., напр., [35]). Среди всего многообразия игр, пожалуй, наиболее исследованными являются игры в нормальной форме. Игра в нормальной форме задается множеством агентов, принимающих участие в игре, доступными им действиями и целевыми функциями и описывает ситуацию, когда агенты одновременно и независимо выбирают свои действия из допустимых множеств так, чтобы их целевые функции принимали наибольшие значения.

Осознание ограниченного применения концепции неполного и несимметрич-

ного знания почти сразу после начала исследований игр с общим знанием привело к исследованию игр с неполной информированностью. Значительные результаты в этой области были получены Харшаньи (так называемые байесовы игры), однако они имеют ограниченное применение, см. [117].

Неполная информированность может иметь большое влияние на эффективность принимаемых агентами решений, а обеспечение агентов полной информацией часто физически невозможно из-за ограничений, связанных с трафиком или безопасностью. В таких случаях можно дать четкие инструкции агентам, как выбирать действия для каждой конкретной ситуации неопределенности, и это весьма плодотворный подход. Однако в некоторых случаях может оказаться более эффективным предварительное наблюдение агента за поведением других агентов. Проанализировав поведение других агентов, можно попытаться получить о них больше информации и, таким образом, иметь возможность принять решение в условиях меньшей неопределенности. Такой подход требует особого математического аппарата, так как, например, потребует, вообще говоря, учета того, как сам факт наблюдения одного агента за другим повлияет на поведение всех агентов, и такой аппарат существует. В частности, для анализа подобных ситуаций последнее время успешно применяется аппарат рефлексивных взаимодействий. Его подробное описание можно найти в работах [35, 113].

Существует много моделей описания информированности и различные способы их графического представления. В их числе эпистемическая и рефлексивная модели. Обе они основаны на понятии возможных миров (т.е. миров, которые агенты могут считать истинными), которое использовалось Хинтиккой [136], Ауманом [58].

В аналитической философии для описания знаний традиционно также используется термин «эпистемология». Этот термин относится к моделям (в том числе формальным) знаний о знаниях, а соответствующая логика называется эпистемической логикой. Однако в логическом смысле знание всегда верно, т.е. заблуждения обычно не считаются знанием. Поэтому для описания убеждений

(веры, уверенности) агентов, которые не обязательно истинны, используется специальный термин — «доксатические модели». Построение эпистемических моделей, в том числе моделей знаний о знаниях, часто преподается на первых курсах философских факультетов в европейских и североамериканских университетах. В этих курсах термин «рефлексия» обычно используется в другом значении — а именно как свойство отношения. Отношение рефлексивно, если любая точка связана сама с собой. Это можно хорошо проиллюстрировать на примере отношения дружбы. При рефлексивном отношении человек всегда сам себе друг. Рефлексия в этом смысле как аксиома возникает как свойство эпистемических моделей [57].

Традиционно историю модальной логики начинают с Аристотеля, который в своей работе начал формализовывать термины необходимости и достаточности [1]. Хинтиikka пишет в своем обзоре [137], что модальная логика начинается с анализа Аристотелем выражений, содержащих термины «необходимо» и «возможно»¹. В дальнейшем была построена теория, в которой модальность по отношению к формуле означала, что эта формула возможна (или необходима) [207]. Замена смысла модальности в математической модели с «необходимо, что» на «знает, что», по-видимому, была сделана Хинтиикой [137]. Позже Хинтиikka опубликовал исторический обзор [138]. Появилась идея упорядочивать миры по степени вероятности: «По примеру классической работы Адама Гроува ключевая идея состоит в том, чтобы наделить эпистемические диапазоны порядком правдоподобия для каждого агента: предварительный порядок (рефлексивный и транзитивный) ... который говорит: "Агент i считает мир w по крайней мере таким же правдоподобным, как v " [126].

Оказывается, если ввести аксиомы, то обоснованно можно будет говорить, что в мире агент знает, что некоторая формула истинна тогда и только тогда, когда результат применения модального оператора к этой формуле в этом мире истинен. В том числе это позволяет описывать и проверять, знает ли агент, что другой агент знает, что некоторая формула истинна (или ложна). Для это-

го используется мультимодальная версия модальной логики, в которой множество миров и истинность переменных в этих мирах фиксированы, а отношения между мирами и соответствующие им модальности определяются для каждого агента индивидуально.

Для описания динамических процессов также может быть использован синтаксический подход, например, темпоральная логика — специальная модальная логика. В ней возможные миры связаны ребром, если один мир может возникнуть не раньше другого. Модальность позволяет описывать следующую идею: результат применения модального оператора к формуле истинен тогда и только тогда, когда во всех последующих возможных мирах эта формула истинна.

Несмотря на возможность использования темпоральной логики для описания различных процессов, в том числе и эпистемических, более популярна специальная динамическая эпистемическая логика, которая тоже может быть отнесена к синтаксическому подходу.

Первая ее особенность заключается в том, что в формулы добавляется оператор публичного сообщения об истинности формулы. Публичному сообщению доверяют все агенты, причем оно становится общим знанием. Также рассматриваются модели, где сообщение становится общим знанием не для всех, а лишь для некоторой группы агентов. Модальная логика только с оператором публичного сообщения и модальными операторами называется логикой публичных объявлений.

Второй довольно часто встречающейся (но не всегда) особенностью является введение упорядочения между мирами, например, какие-то миры более вероятны для агента, чем другие. Другой характерной чертой является так называемая модель действий. Она позволяет описывать трансформацию знаний агентов при наступлении событий. Суть в том, что помимо обычной описанной выше эпистемической модели вводится дополнительная модель, состоящая из событий (действий), также имеющая структуру, например построенную на неразличимости для агента каких-то событий. Каждое событие имеет припи-

санную ему формулу, имеющую смысл условия. На каждом шаге динамики по эпистемической модели и модели событий строится новая эпистемическая модель: возможные миры – это все такие пары (*мир*, *событие*), что в мире верно условие, приписанное событию, при этом пары связаны в новой модели тогда и только тогда, когда или миры, или события в них различаются конкретным агентом.

Термин «эпистемический» очень широко используется во многих публикациях, например, [102, 103, 128–131, 187–191, 193–195, 200]. Другие статьи по этому подходу [58, 122, 187].

При этом формулы в мирах-парах будут верны те же, что и в мирах. Так как снова получается эпистемическая модель и модель событий, то этот шаг можно повторно применить. В работах также рассматриваются

- мягкое и жесткое обновление информированности [67, 97, 121, 153, 199, 200];
- модели суждений на основании свидетельств (justification) [54, 189, 190];
- модели действия, модели активности агентов и игры [69, 164, 168, 191–195, 203];
- логическая модель STIT [135, 175];
- логическая модель BDI [84, 155, 170];
- логическая модель AGM [68, 118, 173, 205];
- связь равновесия Нэша и неповторных булевых функций [83].

Благодаря возможности исследовать игры с произвольной структурой информированности понятие игры в нормальной форме обобщается введением концепции рефлексивной игры, см. [35]. В рефлексивной игре информированность агентов может быть представлена в виде структуры информированности [36].

Опишем базовую модель рефлексии более подробно. Рассмотрим агента, который выбирает свое действие, предполагая, что все остальные агенты являются агентами нулевого уровня рефлексии. Такого агента назовем агентом первого уровня рефлексии. Агентами k -го уровня рефлексии будем считать агентов, считающих всех остальных агентов агентами $(k - 1)$ -го уровня рефлексии [19, 30].

Рефлексию принято разделять на информационную и стратегическую [36, 38]. Процесс формирования агентом представлений о принципах принятия решений оппонентами называется стратегической рефлексией. Рефлексивный подход хорошо известен в России по историческим причинам, но обычно его использование ограничено исключительно нашей страной.

Рефлексия имеет различные интерпретации. В психологии систематическое обращение к размышлениям относится к 1960-м годам (научная школа В. А. Лефевра [31]).

Как указано в [35], множественная структура информированности представляет собой продвинутую модель рефлексии, где структура информированности представляет собой ориентированный граф с вершинами двух типов – миров и агентов. Под миром понимается любая совокупность параметров, описывающих состояние мира, например, история действий других агентов в предыдущие моменты времени. Агенты в графе могут быть как реальными, так и фантомными, то есть существующими только в воображении других агентов. Исследователю известно, какой из миров является реальным, а какие существуют лишь в воображении других агентов. В таком графе направленное ребро от агента к миру означает, что данный агент входит в данный мир, а направленное ребро от мира к агенту означает, что данный агент считает данный мир возможным.

Если в графе множественной структуры информированности не существует агента, который бы входил в какой-то мир, но не считал его возможным, и не существует агента, который бы считал возможным какой-то мир, но не входил в него, то множественную структуру информированности можно представить в

виде неориентированного графа. Ребро между миром и агентом в таком графе означает, что данный агент входит в данный мир и данный агент считает данный мир возможным. Построенный вспомогательный неориентированный граф также будем называть графом множественной структуры информированности.

Отметим также следующие научные подходы к описанию рефлексии:

1. Логика модификаций графов [57].
2. Обобщенная логика обновления стрелок [141].
3. Логика коммуникации и изменений [196].
4. Общая динамическая логика [123].
5. Топологические модели знания. На множестве возможных миров задается топология. Одна из идей в том, что в мире что-то истинно, если найдется окрестность этого мира такая, что в ней это истинно. Такие логики называются пространственными логиками. Дальнейшая модификация возникает, если требовать истинность не везде, а почти всюду [68, 177].
6. Социальные взаимодействия [49, 71, 72, 180].
7. Знания, основанные на статистических наблюдениях [73, 74, 122].
8. Формализация совместного знания агентов (формализация социального аспекта «ноу-хау») [100, 160, 161].
9. Неполные модели, т.е. когда по имеющейся модели не все для всех формул можно установить, истинны они или ложны (в структурах Крипке обычно полнота присутствует) [55, 56].
10. Упрощение вычислений за счет отказа от хранения всех возможных миров. Основная идея – использовать ленивые вычисления и хранение формул в виде бинарных диаграмм принятия решений [197].

11. Прикладные модели для робототехники и искусственного интеллекта, например, использование моделей теории сознания [132].
12. Эпистемическое планирование [76, 147, 150].
13. Оценка сложности квантификации публичного обновления [50, 198, 201, 204].

Особо следует отметить экспериментальные исследования иерархий представлений в [87, 159, 181] и др. – см. обзор в [208].

Сложность работы с множественными структурами информированности заключается в том, что даже для точечной структуры информированности количество возможных миров растет с каждым уровнем рефлексии как показательная функция, причем основание этой функции в общем случае равно количеству агентов. Т.е. если количество агентов равно 10^6 , то на втором уровне рефлексии потребуется 10^{12} возможных миров, а на третьем — 10^{18} . Причем даже если параметр, о значении которого агенты рефлексивно размышляют, бинарный, то количество всех возможных структур равно $2^{10^{18}}$, что делает невозможным в общем случае решение задачи поиска оптимального рефлексивного управления [108].

Существует несколько способов решить эту проблему: идентифицировать агентов, разбить сеть на коалиции, ограничить рациональность агентов, уменьшить неопределенность, упростить критерий [10], однако не все частные случаи рассмотрены. Исследование одного из таких нерассмотренных случаев проведено мной в работе [108].

Управление информированностью агентов принято называть информационным управлением, а управление информированностью об информированности, включая убеждения агентов об убеждениях других агентов, — рефлексивным управлением.

При наличии взаимодействия между агентами между воздействием на них центра и их выбором стратегии они могут изменять свои мнения, обмениваясь

информацией. Особенно важно учитывать такие процессы, если агенты являются пользователями социальных онлайн-сетей.

Для учета изменения информированности и мнений агентов в результате их взаимодействия было создано огромное число моделей при различных предположениях об агентах. В настоящее время процесс создания таких моделей и их исследования активно продолжается. Популярными моделями среди них являются модели Де Гроота, Френча, Фридкина, а также многие другие.

В заключение обзора отметим другие подходы к решению прикладных задач, к которым было применено рефлексивное управление.

В общем случае такой процесс приводит к экспоненциально быстрой поляризации мнений, т.е. расстояние между мнениями агентов начинает экспоненциально быстро расти и, в случае ограничений на мнения, последние размещаются на границе области допустимых значений. Полного исследования стабилизации неуправляемого случая не проводилось.

Одним из наиболее известных классов таких моделей являются модели, где мнения представлены в виде действительных чисел, а агенты меняют свои мнения синхронно. Примером такой модели является модель Де Гроота [202], в которой мнения агентов вычисляются как взвешенное среднее предыдущих мнений их друзей и их собственных. В этой модели веса неотрицательны, и обычно их сумма для каждого агента равна 1. Матрица, состоящая из этих весов, является стохастической и обладает важными свойствами. Модель Де Гроота и ее модификации довольно популярны среди исследователей для моделирования динамики мнений. В модели Де Гроота мнения агентов всегда находятся внутри выпуклой оболочки, построенной над их начальными мнениями, также известно, что при довольно слабых условиях мнения агентов сходятся к консенсусу.

Однако критической слабостью модели Де Гроота является то, что она не приспособлена для описания поляризации мнений, которая возникает в социальных сетях. Такая поляризация часто выводит мнения агентов за границы выпуклой оболочки начальных мнений этих агентов. В настоящее время по-

иск адекватной модели поляризации еще не завершен. Важность поляризации в том, что она играет значительную роль в разделении общества на враждующие группы и часто ведет к росту уровня агрессии в обществе, что обычно является нежелательным эффектом.

1.3 Выводы по главе 1

Первая глава содержит обзор различных подходов к моделированию информированности агентов и рефлексивному управлению в условиях неполной взаимной информированности агентов в активных сетевых структурах. В различных научных дисциплинах (теории активных систем, модальной логики, социально-сетевого анализа) выработаны способы моделирования ситуации с неопределенностью относительно состояния природы, однако является актуальной важная с теоретической и практической точек зрения задача моделирования ситуация неопределенности относительно состава участников ситуации.

2 **Обобщенная множественная структура информированности**

Глава посвящена построению и исследованию обобщенной множественной структуры информированности (ОМСИ), позволяющей решить одну из существенных проблем моделирования информированности, а именно: обеспечения возможности существования различного количества и состава агентов в субъективных представлениях. Предлагаемый подход позволяет рассчитать равновесные состояния активной системы.

2.1 **Определение ОМСИ и ее связь с рефлексивным управлением АСС**

В данном разделе описан способ решения задач методом редукции ОМСИ, в том числе следующие алгоритмы: алгоритм преобразования в модальную логику, алгоритм скрытия миров, алгоритм скрытия агентов, алгоритм сведения к конечной ОМСИ, алгоритм устранения многозначности. Также доказана теорема об эквивалентности ОМСИ и отмеченных структур Крипке для регулярных структур.

Опишем предлагаемую обобщенную множественную структуру информированности формально для двух случаев – интервальной и вероятностной информированности. Для этого введем следующие множества и отображения [48]:

- Θ – множество возможных состояний природы, т.е. состояний природы, которые агенты могут считать возможными;
- $A = \{a_1, \dots, a_n\}$ – множество агентов;
- $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_m\}$ – множество возможных миров, т.е. миров, которые агенты могут считать возможными;

- $\omega^* \in \Omega$ – реальный мир;
- $\theta(\omega)$ – функция, ставящая в соответствие возможному миру характеризующее его состояние природы: $\omega \in \Omega, \theta(\omega) \in \Theta$;
- $\xi(\omega)$ – функция, ставящая в соответствие возможному миру множество присутствующих в нем агентов: $\omega \in \Omega, \xi(\omega) \subseteq A$;
- $\eta(a)$ – функция, ставящая в соответствие каждому агенту множество миров, которые он считает возможными: $a \in A, \eta(a) \subseteq \Omega$.

Агент $a \in A$ является реальным, если $a \in \xi(\omega^*)$; в противном случае он является фантомным.

Будем считать, что выполнены следующие условия, аналогичные условиям из работы [35].

Условие 1 (идентичности агента). $\forall a \in A, \forall \omega \in \eta(a)$ имеет место $a \in \xi(\omega)$, т. е. каждый агент входит во все миры, которые он считает возможными.

Далее, для каждого мира ω следующим образом определим множество миров и агентов $J(\omega)$, связанных с миром ω . Мир ω' связан с миром ω^1 , т.е. $\omega' \in J(\omega^1)$, если существуют конечные последовательности миров $\omega^2, \dots, \omega^k$ и агентов $a^1, \dots, a^k$ такие, что

$$a^i \in \xi(\omega^i), \quad i = 1, \dots, k; \quad \omega^j \in \eta(a^{j-1}), \quad j = 2, \dots, k; \quad \omega' \in \eta(a^k).$$

Агент $a \in A$ связан с миром ω' , если он входит в мир, связанный с миром ω' , т.е. $a \in \xi(\omega), \quad \omega \in J(\omega')$. Понятие миров и агентов, связанных с данным миром, позволяет определить второе условие.

Условие 2 (связности миров). $\omega \in J(\omega^*), a \in J(\omega^*)$, для любого мира $\omega \in \Omega$ и любого агента $a \in A$, т.е. каждый мир и каждый агент связан с реальным миром.

По аналогии с информационным равновесием в работе [35] можно ввести определение информационных равновесий для ОМСИ. **Определение 2.1.1**

Назовем интервальной обобщенной множественной структурой информированности (интервальной ОМСИ) кортеж

$$I_{int} = (\Theta, \Omega, \omega^*, A, \theta(\omega), \xi(\omega), \eta(a)) ,$$

для которого выполнены условия идентичности агента и связности миров.

Определение 2.1.2 Назовем вероятностной обобщенной множественной структурой информированности (вероятностной ОМСИ) кортеж

$$I_{int} = (\Theta, \Omega, \omega^*, A, \theta(\omega), \xi(\omega), \eta(a), p^\omega(a)) ,$$

где

$$\sum_{\omega \in \eta(a)} p^\omega(a) = 1,$$

для которого выполнены условия идентичности агента и связности миров.

В дальнейшем под ОМСИ (без уточнения) будем иметь в виду и интервальные, и вероятностные, и нечеткие ОМСИ, используя единое обозначение I .

Для описания ситуации принятия решений будем считать, что у каждого агента $a_i, i \in \{1, \dots, n\}$, имеется множество допустимых действий X_i . Свои действия агенты совершают одновременно и независимо (т.е. рассматривается игра в нормальной форме). У агента a_i имеется целевая функция в каждом мире ω , который он считает возможным: $f_i^\omega(\theta, x_i, x_{-i}^\omega)$, где $\omega \in \eta(a_i), x_i \in X_i$, а через x_{-i}^ω обозначено множество действий агентов из множества агентов $\xi(\omega) \setminus \{i\}$. Назовем информационным равновесием множество $x_i \in X_i, i \in \{1, \dots, n\}$, для которого выполнены следующие условия:

$$x_i \in \max_{x_i \in X_i} \min_{\omega \in \eta(a_i)} f_i^\omega(\xi(\omega), x_i, x_{-i}^\omega)$$

для интервальной ОМСИ и

$$x_i \in \max_{x_i \in X_i} \sum_{\omega \in \eta(a_i)} p^\omega(a_i) f_i^\omega(\xi(\omega), x_i, x_{-i}^\omega)$$

для вероятностной ОМСИ (в обоих случаях через x_{-i}^ω обозначены равновесные действия агентов из множества $\xi(\omega) \setminus \{i\}$).

Алгоритм 2.1.1 (построения обобщенной множественной структуры информированности). следующий:

1. Создается вершина, соответствующая реальному миру. Таким образом создается первый слой дерева информированности. Уровень рефлексии устанавливается равным 0.
2. Создаются вершины, соответствующие каждому реально существующему агенту, и связываются направленной связью от реального мира к реальному агенту. Таким образом создается второй слой дерева информированности.
3. Для каждого агента последнего построенного слоя создаются вершины, соответствующие мирам, которые он считает возможными. Если известна вероятность мира, то такая вероятность прикрепляется к соответствующему ребру между агентом и миром. Таким образом создается следующий слой дерева информированности. Вообще говоря, теоретически множество таких миров может быть несчетно, но для многих задач оно конечно. Несчетное количество возможных миров может возникать даже для одного агента, ведь агент может считать возможными все миры, отличающиеся значением действительной переменной из некоторого непустого интервала (такой интервал содержит несчетное количество элементов).
4. Для каждого возможного мира создаются вершины, соответствующие каждому агенту, который существует в этом возможном мире (количество созданных таким образом агентов для любого возможного мира может не совпадать с количеством реальных агентов как в большую, так и в меньшую сторону), и связываются направленной связью от этого мира к та-

кому агенту, который, можно называть фантомным. Уровень рефлексии увеличивается на 1.

5. Если целевой уровень рефлексии не достигнут, то выполняются пункты 3-5.

Обобщенная структура является ОМСИ и обозначается как U-структура, где присутствуют или только миры, или только агенты.

К этой структуре можно применять в числе других следующие операции:

1. Операция W (**Алгоритм скрытия миров**). Удалять все вершины, соответствующие агентам вместе с ребрами, идущими к ним или от них, соединяя при этом миры, связанные через удаленных агентов, и размещая на ребрах между такими мирами идентификатор удаленного агента.
2. Операция A (**Алгоритм скрытия агентов**). Удалять все вершины, соответствующие мирам, вместе с инцидентными ребрами.
3. Операция P (**Алгоритм устранения многозначности**). Для каждого агента удалять возможные для него миры, если их вероятность меньше наибольшей среди таких миров. Если есть несколько таких миров с максимальной вероятностью, то произвольно выбирается один из них.
4. Операция C (**Алгоритм сведения к конечной ОМСИ**). Объединение миров и агентов, если построенные над ними деревья совпадают.

Таким образом, если важны только агенты или только возможные миры, то можно произвести редукцию модели U-структуры, чтобы остались или только миры (W-структуры), или только агенты (A-структуры). Также можно рассмотреть структуры, где у всех агентов всегда только один возможный мир, например, наиболее вероятный, в этом случае получится P-структура. Ценность таких конечных структур в том, что их уже можно иногда полностью записать в память компьютера. Доказательство эквивалентности, как и ее определение,

могут быть различными. Так, в модальной логике стандартным способом является попытка построения бисимуляций.

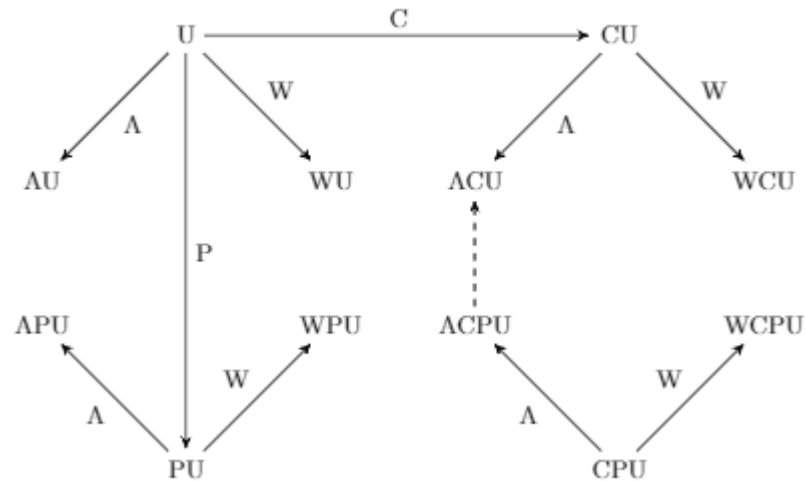


Рисунок 1 – Диаграмма связи между структурами

К одной и той же структуре могут быть применены различные операции из перечисленных выше. Получившие частные случаи известны в литературе, имеют собственные названия и применения.

- CU-структуры — множественные структуры информированности;
- A-, APU- и AU-структуры — граф рефлексии;
- U-структуры — дерево множественной структуры информированности;
- WCU-структуры — конечные структуры Крипке;
- WU-структуры — структуры Крипке без ограничения на конечность;
- APU-структуры используются в эпистемических играх;
- ACPU-структуры используются для байесовых игр и тесно связаны с типами Харшаньи.

Связь с эпистемической логикой следует из следующего **алгоритма сведения МСИ к модальной логике**:

- для регулярных множественных структур информированности строится, с одной стороны, описывающая их логика первого порядка;
- затем применяется операция W и результат оказывается описанным построенной логикой первого порядка с учетом модификаций, а с другой — полученная структура является структурой Крипке, на которой можно задать соответствующую логику.

Для регулярных структур получается структура Крипке, соответствующая логике $S5$. Отметим, что логики могут иметь разные аксиоматики, и, кроме того, вообще говоря, множественные структуры информированности работают с многозначными выражениями, т.е. требуется или многозначный вариант модальной логики, или редукция до бинарных переменных в множественных структурах информированности.

Для удобства все возможные результаты применения операций можно записать в виде действий операторов на U -структуру, т.е. WPU -структура — это структура, полученная из общей множественной структуры информированности удалением всех агентов и переходом к единственному возможному миру для каждого агента.

Ниже описано формальное представление частного случая ОМСИ в виде модальной логики.

Рассмотрим множество реальных агентов $N = \{1, \dots, n\}$ и конечные множества $A_1, \dots, A_n \neq \emptyset$, а также множество всех агентов $A = \cup_{i \in N} A_i$; Θ — множество всех возможных миров, и Ω — множество пар миров и информации об агентах, находящихся в этих мирах. Элементы Ω имеют структуру $(\theta_0 \in \Theta, a_1 \in A_1, \dots, a_n \in A_n)$, где θ_0 — корректный образ реального мира. В работе не различается корректный образ реального мира и сам реальный мир:

$$\forall i, j \in N \quad A_i \cap A_j = \emptyset,$$

$$\forall i \in N \quad A_i \cap \Theta = \emptyset \quad A \cap \Omega = \emptyset.$$

Построим модель $M = (W, R, V)$, где $W \subset \Omega \cup A$ — множество вершин, $R \subseteq (A \times \Omega) \cup (\Omega \times A) \subseteq W \times W$ — множество ребер между вершинами, V — функция оценки для модели M . Обозначим $xRy := ((x, y) \in R)$. Пусть $w \in W$ — вершина, а x — формула. Через $M, w \models p$ обозначается тот факт, что x истинно для мира w в модели M . Используется многозначная логика и определяется функция оценки как функция, возвращающая множество миров, где переменная p_i равна заданному значению p .

$$V(p_i, p) = \{x \in W : M, x \models (p_i = p)\}.$$

Таким образом,

$$M, x \models (y = z) \Leftrightarrow x \in V(y, z),$$

p_0 используется как индикатор того, является ли вершина образом агента или возможным миром. Формально это можно записать как

$$M, x \models (p_0 = \top) \Leftrightarrow x \in \Omega;$$

$$M, x \models (p_0 = \perp) \Leftrightarrow x \in A,$$

где используются стандартные обозначения $\top$ — истина, $\perp$ — ложь.

Грамматика языка следующая:

$$x := p_i \mid \neg x \mid \Box x,$$

где $p_i \in P_i$ — значение свойства i , и

$$M, w_1 \models \Box p \Leftrightarrow \forall w_2 : w_1 R w_2, (M, w_2 \models p).$$

Если $x \in A$, то $B_i p$ означает, что агент i считает, что все возможные миры включают в себя p и, таким образом, он убежден, что p — истинно.

Пусть $\omega_1, \omega_2 \in \Omega$; $i, j \in N$ and $a_i^1, a_i^2 \in A_i$; $a_j^1, a_j^2 \in A_j$, $a \in A$, $b \in A$, тогда:

1. Формула $a_1^1 R \omega_1$ означает, что агент считает мир ω_1 возможным.

2. Пусть дополнительно $w = \omega_1 = (\theta_0 \in \Theta, a_1^1 \in A_1, \dots, a_n^1 \in A_n)$, $wRa \Leftrightarrow \exists j \in N : a = a_j^1$, тогда формула $\omega_1 Ra$ означает, что агент a принадлежит миру ω_1 .
3. Формулы $\omega_1 R\omega_2$ и aRb всегда ложны. Вершины, соответствующие любым двум возможным мирам, не связаны между собой ребром, также и между любыми двумя фантомными агентами нет ребра.

Если $w_1 Ra$ и aRw_1 истинны в одно и тоже время в w_1 , тогда отношение R рефлексивно и такие множественные структуры информированности (МСИ) являются регулярными, однако R не обязано быть рефлексивным в любых МСИ. По крайней мере один агент верит, что a_i^1 является корректным образом агента i в мире w_1 , но агент i верит, что мир w_1 не является возможным, тогда $w_1 Ra$ истинно и aRw_1 ложно.

Выражение $w_1 Ra$ всегда истинно, если aRw_1 истинно, но эта аксиома спорная, в более современных моделях ее стараются не использовать. Идея в том, что агент не может верить, что мир возможен, если он сам в нем отсутствует. Критика заключается в том, что агент может иметь неправильный образ самого себя. Агент i в мире ω_1 верит, что ω_2 возможно, если и только если

$$\exists a_i \in A_i : \omega_1 Ra_i \wedge a_i R\omega_2.$$

Обозначим

1. $\omega_1 \succ_i \omega_2 := \exists a_i \in A_i : \omega_1 Ra_i \wedge a_i R\omega_2$
2. $\omega_1 \sim_i \omega_2 := \exists a_i \in A_i : a_i R\omega_1 \wedge a_i R\omega_2.$

В общем случае можно ввести следующую нотацию для того, чтобы сделать акцент на пошаговом формировании структуры информированности

$$W^{t+1} = \{\omega : \omega \in R_{WA}(a), a \in A^t\},$$

$$A^{t+1} = \{a : a \in R_{AW}(w), w \in W^t\},$$

где

$$R_{AW} : W \rightarrow (A_1 \times \dots \times A_n),$$

$$R_{WA} : A \rightarrow 2^W.$$

Если этот процесс детерминированный, то он обладает марковским свойством — и если удастся доказать, что на каком-то шаге миры совпадут, то они будут совпадать и на всех последующих, так как сам алгоритм генерации на каждом шаге одинаков.

$$M, x \models (\Box p = q) \Leftrightarrow \forall y (xRy \Rightarrow M, x \models (p = q))$$

$$M, x \models (B_i p = q) \Leftrightarrow (x \in A_i) \wedge (M, x \models (\Box p = q))$$

Пусть $\omega_1, \omega_2 \in \Omega$; $i, j \in N$ и $a, b \in A$, тогда следующие два утверждения эквивалентны.

1. Формулы $\omega_1 R \omega_2$ и $a R b$ всегда ложны.
2. Верны также следующие свойства :

$$\forall M, x, (M, x \models p_0 \Rightarrow M, x \models \Box \neg p_0),$$

$$\forall M, x, (M, x \models \neg p_0 \Rightarrow M, x \models \Box p_0).$$

Рассмотрим пример. Множества агентов

$$A_k = \{(i, k) : i \in \{0, 1\}, k \in 1, 2\},$$

A — множество всех агентов

$$A = \{(i, k) : i \in \{0, 1\}, k \in N = \{1, 2\}\} =$$

$$= \{(0, 1), (1, 1), (0, 2), (1, 2)\}$$

$$\Theta = \{(i, j), i, j \in \{0, 1\}\} = \{(0, 0), (0, 1), (1, 0), (1, 1)\},$$

$$\Omega = \{(\theta_m, a_1, a_2) : \theta_m \in \Theta, a_1 \in A_1, a_2 \in A_2\}.$$

$$\begin{aligned}
R_{A\Omega} &= \left\{ ((i, k) \in A, ((i_1, i_2), (j_1, 1), (i_2, 2)) \in \Omega) : \begin{cases} i_1 = i, k = 1, \\ i_2 = i, k = 2, \end{cases} \right\} \\
R_{\Omega A} &= \left\{ (((i_1, i_2), (j_1, 1), (i_2, 2)) \in \Omega, (i, k) \in A) : \begin{cases} i_1 = i, k = 1, \\ j_2 = i, k = 2, \end{cases} \right\} \\
R &= R_{A\Omega} \cap R_{\Omega A}.
\end{aligned}$$

Агент может считать возможными несколько миров и запись этого в общем виде в виде структуры приводит к общей множественной информированности.

Алгоритм 2.1.2 (устранения многозначности). преобразовывает U-структуру в PU-структуру.

Пусть $M = (W, R, V)$ — модель для U-структуры, модель $M' = (W', R', V')$ — модель PU-структуры для U-структуры тогда и только тогда, когда

1. $W' \subset W$, $R' \subset R$, $V'(p_i, p) = V \cap W'$;
2. для любого $w \in AW'$: $M, w \models \neg p_0$ существует только один w' такой, что $wR'w'$ и $M, w' \models p_0$, переменная p_0 истинна только в вершинах w , соответствующих агентам, как было определено выше;
3. аксиома идентичности агентов истинна;
4. аксиома единства миров истинна;
5. аксиома корректности истинна.

Алгоритмы скрытия миров и скрытия агентов создают так называемые A- и W-структуры. Идея заключается в том, чтобы избежать использования вершин разного типа — т.е. чтобы использовались либо миры, либо агенты.

Идея соответствующих операций в том, что модель для структуры без агентов или миров, может быть создана, например, такими преобразованиями:

$$W : w_1 R w_2 \leftrightarrow \exists a : w_1 R a \& a R w_2,$$

$$A : a_1 R a_2 \leftrightarrow \exists w : a_1 R w \& w R a_2.$$

Если структура информированности I конечная, тогда возможно определить минимальную длину последовательности индексов γ такую, что, зная структуры I_τ , $\tau \in \sum_+$, $|\tau| = \gamma$, можно построить все структуры. Таким образом, можно сказать, что эта длина показывает наибольший необходимый уровень рефлексии.

Структура информированности I называется структурой с конечной глубиной.

Предложена U-структура для информированности агентов на основе двух операций и описывающая ее логика (фрагмент логики первого порядка). Структуры Новикова—Чхартишвили выводятся из U-структуры. Описаны операции A-, W-, P-, C- для редукции общей структуры до структур, наиболее подходящих для конкретных задач управления. Динамика структур не рассматривалась, но является перспективной областью исследований.

Построенная модель информированности позволяет более точно описывать реальность и, соответственно, строить более точное управление.

2.2 Модель рефлексивного управления АСС при частичной наблюдаемости

В данном разделе описана модель частичного наблюдения и связанные с ней алгоритмы: алгоритм информационного процесса при частичном наблюдении, алгоритм поиска оптимального управления моделью частичного наблюдения, алгоритм построения обобщенной ОМСИ для модели частичного наблюдения [113]. Также доказаны утверждения: о корректности таблицы наилучших управляющих воздействий, о монотонности множества миров, утверждение о сложности прямого перебора.

Модель частичного наблюдения обобщает модель из классической задачи «о трех мудрецах» или «о чумазных детях».

Формальная постановка модели частичного наблюдения выглядит следующим образом. Обозначим $N = \{1, \dots, n\} \subset A$ — множество реальных агентов, $Q = \{1, \dots, m\}$ — множество бинарных параметров (результаты для небинарных также получены, но не опубликованы), и соответственно $\Theta = \{0, 1\} \times \dots \times \{0, 1\}$ и $|\Theta| = 2^m$. Для каждого агента заданы наблюдаемые им параметры таким образом, что Q_i — наблюдаемые i -м агентом параметры. Списки наблюдаемых параметров являются общим знанием, в то время как сами значения известны только наблюдающим их агентам и управляющему центру. При этом существуют ограничения: управляющий центр должен построить множество $\{Q_i\}_{i \in N}$, такое, что $\sum_{i \in N} |Q_i| = q$, и сообщение о параметрах, которое исключает из рассмотрения агентами ровно v возможных миров, где q, v - внешние ограничения.

Матрица наблюдаемости - матрица, которая состоит из 0 и 1: элемент матрицы в i -й строке и j -м столбце равен 1 тогда и только тогда, когда i -й агент наблюдает (знает) значение j -го параметра.

Общее количество агентов (не только реальных) в соответствующей ОМСИ вычисляется из комбинаторных соображений и равно

$$|A| = \sum_{i \in N} 2^{|Q_i|}.$$

Алгоритм 2.2.1 (построения ОМСИ для модели частичного наблюдения).

1. Построить все возможные миры с различными состояниями природы.
2. Сформировать результаты наблюдения для пар (*агент, мир*) как выборку тех параметров состояния природы, значения которых агент наблюдает.
3. Для каждого агента разбить миры на множества валентности по одинаковым результатам наблюдения.

4. Создать фантомных агентов каждого агента по количеству классов эквивалентности и связать все миры этих классов с соответствующими им фантомными агентами.

Задача рефлексивного управления представлена ниже.

1. Цель управляющего центра в условиях существующих ограничений, снизить, насколько это возможно, количество шагов взаимодействия агентов, после которого все они будут знать точные значения параметров.
2. Агенты на каждом шаге одновременно и независимо сообщают, известно ли им значение всех параметров. Если кому-то из агентов становятся известны все значения, то он, сообщая об этом, тем не менее не раскрывает сами значения параметров. Это соответствует тому, что агент, узнав все значения параметров, совершает действие, которое об этом однозначно свидетельствует, однако по самому действию в общем случае конкретные значения параметров определить нельзя.
3. Взаимодействие завершается, если на каком-то из шагов количество возможных миров ни для какого из агентов не изменяется.

Такая модель обобщает известные модели из классической задачи «о мудрецах и колпаках» (другое название — задача «о чумазах детях»), одновременно с этим добавляя управление.

При решении задачи управляющего центра был обнаружен эффект немонотонности, который был объяснен. Суть эффекта в том, что при некоторых сочетаниях параметров управляющий центр не может достичь полной информированности, при этом, если потребовать от него удалять другое заданное, но меньшее количество возможных миров, то центр сможет достичь своей цели: полной информированности агентов.

Такая модель обобщает известные модели из классической задачи о мудрецах и колпаках (другое название — задача о чумазах детях). Само многоагент-

ное обобщение для некоторых графов было известно ранее, но случай графа общего вида и произвольных сообщений ранее не рассматривался.

При решении задачи управляющего центра обнаружена немонотонность и объяснить ее, а также построить оптимальное управление и его результаты для всех соотношений параметров.

В проведенном исследовании были найдены оптимальные управления агентами при ограничениях на используемое управление. Доказано нетривиальные свойства для произвольного конечного количества агентов и произвольного количества параметров.

Частично решенная задача управления относится к классу задач рефлексивного управления, так как целевая функция управляющего центра зависит только от информированности агентов, включающую информированность об информированности, сама динамика взаимодействия между агентами описывается моделью модификаций множественных структур информированности, относящейся к теории рефлексии. При этом само управление осуществляется как информированностью агентов, так и информированностью об информированности.

Рассматривается взаимодействие агентов под воздействием на них управляющего центра, выбирающего два действия. Задано множество агентов и множество параметров. В частном случае количество агентов и параметров совпадает и каждому агенту сопоставлен параметр. Именно такая интерпретация соответствует широко известным классическим задачам о мудрецах, визирях и чумазах детях.

Матрица наблюдаемости и действия, выбранные управляющим центром, являются общим знанием для агентов.

Алгоритм 2.2.2. (поиска оптимального управления в модели частичного наблюдения) следующий:

1. В цикле центр перебирает все возможные действия.

2. До начала взаимодействия агентов управляющий центр совершает выбранные два действия на основании известной ему матрицы наблюдаемости.
3. Первое действие состоит в том, чтобы на основании известной управляющему центру матрицы наблюдаемости выбрать изменение ее элементов или, что в нашем случае одно и то же, сразу выбрать необходимую ему матрицу наблюдаемости на основании требований по количеству ненулевых элементов в ней.
4. Второе действие управляющего центра состоит в публичном сообщении агентам информации, по которой агенты однозначно могут понять, какие из возможных миров невозможны, т.е. по сути управляющий центр сообщает, какие миры агентам следует удалить из возможных, например, сообщением недопустимых комбинаций значений параметров.

Утверждение 2.2.1 (о сложности прямого перебора). Сложность прямого перебора для поиска наилучшего управления в худшем случае равна

$$O\left(2^{2^{m^2}+2^m-1}\right).$$

Доказательство. Доказательство очевидно следует из того, что центру следует перебрать все возможные подмножества возможных миров, которых 2^m , и множество всех возможных ребер в графе размера 2^m , которых 2^{m^2} . $\square$

Взаимодействие агентов построено в виде последовательности шагов, где на каждом шаге агенты одновременно совершают действия, по которым другие агенты могут однозначно понять, кто из них обладает полной информированностью о параметрах, а кто нет.

Отметим, что представление информированности в виде множественной структуры информированности не эквивалентно представлению в виде матрицы наблюдаемости.

Рассмотрим систему из одного агента и трех параметров: $a_1 = 1 \in \{0, 1\}$, $a_2 = 0 \in \{0, 1\}$, $a_3 = 1 \in \{0, 1\}$, при этом агент знает значение только параметра a_3 . Соответствующая структура информированности будет содержать 4 возможных мира, и если бы агент знал другое сочетание параметров, то количество возможных миров также было бы степенью двойки.

Теперь сообщим агенту, что мир $a_1 = 0$, $a_2 = 0$, $a_3 = 1$ невозможен. Количество возможных миров станет равным 3, что не является степенью двойки, а значит не существует такой матрицы наблюдаемости, которая бы соответствовала такой информированности.

Задача управляющего центра в выборе матрицы наблюдаемости, состоящей из 0 и 1 и имеющей заданное количество ненулевых элементов, и сообщения, удаляющего заданное количество возможных миров так, чтобы минимизировать шаг, на котором агенты получают полную информированность.

Утверждение 2.2.2. Не существует управления для достижения полной информированности агентами за один шаг, если сообщением управляющего центра удалено менее, чем $2^{n-n[m/n]} - 1$ возможных миров, где $[x]$ – оператор взятия целой части от x .

Доказательство. Полная информированность первого агента означает, что после сообщения от управляющего центра для всех агентов нет неопределенности. Пусть первому агенту соответствуют m_1 ненулевых элементов в матрице наблюдаемости, второму агенту соответствуют m_2 ненулевых элементов в матрице наблюдаемости, ... , n -му агенту — m_n ненулевых элементов в матрице наблюдаемости. Сообщение управляющего центра должно удалить $2^{n-m_1} - 1$ возможных миров, чтобы гарантировать достижение первым агентом полной информированности на первом шаге, $2^{n-m_2} - 1$ возможных миров для достижения полной информированности второго агента и т.д. Таким образом, по крайней мере $\min \{2^{n-m_1} - 1, \dots, 2^{n-m_n} - 1\}$ возможных миров должно быть

удалено. В то же время должно быть удовлетворено ограничение на $m_1, \dots, m_n$:

$$\sum_{i=1}^n m_i = m. \quad (1)$$

Пусть конечная последовательность $m_1, \dots, m_n$ не убывает. В решение оптимизационной задачи будут включены агенты с максимальным числом ненулевых элементов в матрице наблюдаемости и, возможно, какие-то другие. Заметим, что

$$\min\{2^{n-m_1} - 1, \dots, 2^{n-m_n} - 1\} = 2^{n-\max\{m_1, \dots, m_n\}} - 1.$$

Таким образом, необходимо доказать, что для любого множества $m_1, \dots, m_n$, которое удовлетворяет (1), выполняется следующее условие

$$\min\{m_1, \dots, m_n\} = \left\lfloor \frac{m}{n} \right\rfloor.$$

Доказательство проведем по индукции.

База индукции

Пусть $m_1 = \dots = m_n = 0$. Тогда

$$\max\{m_1, \dots, m_n\} = \left\lfloor \frac{0}{n} \right\rfloor = 0.$$

Шаг индукции.

Пусть $m_1, \dots, m_n$ удовлетворяют условию

$$\max\{m_1, \dots, m_n\} = \left\lfloor \frac{m}{n} \right\rfloor. \quad (2)$$

Увеличивается одно из чисел $m_1, \dots, m_n$ на 1 так, чтобы увеличился максимальный элемент $\{m_1, \dots, m_n\}$. Это возможно тогда и только тогда, когда добавляется 1 к любому $m_i = \max\{m_1, \dots, m_n\}$.

Таким образом, добавление 1 гарантированно увеличит максимум тогда и только тогда, когда все значения $m_1, \dots, m_n$ совпадают, что происходит при $m \bmod n = 0$ и означает, что $\lfloor (m+1)/n \rfloor = \lfloor m/n \rfloor + 1$. В противном случае $\lfloor (m+1)/n \rfloor = \lfloor m/n \rfloor$. Что и доказывает утверждение. $\square$

Утверждение 2.2.3. Не существует управления, обеспечивающего полную информированность хотя бы одного агента, ни на каком шаге, если сообщением управляющего центра удалено меньше $2^{n-m} - 1$ возможных миров.

Доказательство. Если есть параметр, который не наблюдаем хотя бы одним агентом, то полной информированности не возникнет (если не сообщить всем агентам напрямую значение этого параметра, но для этого необходимо большее количество возможных миров). Выберем агента с наибольшей информированностью. Обеспечим его информацией о значении всех m параметров (создав необходимое количество ненулевых элементов матрицы наблюдения) для того, чтобы исключить оставшиеся возможные (для него) миры. Таких миров $2^{n-m} - 1$. Это означает, что невозможно достичь полной информированности удалением меньшего количества возможных миров. $\square$

Утверждение 2.2.4. Управление, достигающее полной информированности агентов на втором шаге удалением одного и более возможных миров, если количество ненулевых элементов в матрице наблюдаемости больше, чем $m = n - 1$, существует тогда и только тогда, когда количество удаленных сообщением управляющего центра миров не равно 2 или $n - 2$.

Доказательство. Идея доказательства в том, что обеспечивается полная информированность одного агента на первом шаге и полная информированность всех остальных агентов на втором шаге. Если обеспечить первого агента (или любого другого) знанием $n - 1$ параметров (т.е. наличием $n - 1$ ненулевых элементов в соответствующей агенту строке матрицы наблюдаемости), то можно достичь полную информированность первого агента удалением всего одного возможного мира, так как агент не знает значение только одного параметра. При этом не важно, какая именно информация будет предоставлена, если будет исключен один возможный мир, то этого будет достаточно, чтобы первый агент получил полную информированность. Другие агенты будут размышлять о фантомных копиях [35, 105] первого агента после того, как им становится известно,

что первый агент стал полностью информированным, и так как есть только две фантомные копии первого агента, то существуют только три возможных альтернативы: □

1. Фантомные копии первого агента, не считающие возможным ни один мир, — такие фантомные агенты могут быть легко исключены из рассмотрения дальнейшими рассуждениями.
2. Фантомные копии первого агента, считающие возможными два и более мира, — такие фантомные агенты могут быть тоже легко исключены из рассмотрения дальнейшими рассуждениями.
3. Фантомные копии первого агента, считающие возможным в точности один мир (не обязательно один и тот же), — таких фантомных агентов может быть сложно различить.

Если требуется удалить только один возможный мир, то проблему легко можно решить — случай 3 позволяет определить, какой из фантомных агентов совпадает с реальным.

Если можно удалить в точности два мира, то всегда найдется два мира, которые потребуют больше информации для того, чтобы их различить — или посредством более информативного сообщения, или большим количеством ненулевых элементов в матрице наблюдаемости.

Если можно удалить все возможные миры, кроме одного, чтобы удалить лишних фантомных агентов, то так как оставшийся неудаленным возможный мир будет реальным, то все входящие в него агенты тоже будут реальными.

Если можно удалить все возможные миры, кроме двух, то возникает такая же проблема, как и с удалением двух миров, — потребуется больше информации для того, чтобы их различить — или посредством более информативного сообщения, или большим количеством ненулевых элементов в матрице наблюдаемости.

Для остальных вариантов можно найти такое сообщение, чтобы избежать наличия фантомных агентов, неотличимых от реального первого агента. Идея в том, чтобы удалить любой мир и затем, шаг за шагом, удалять по два мира, чтобы избежать третьей ситуации.

Утверждение 2.2.5. Существует управление, которое позволяет достичь полной информированности всех агентов на втором шаге сообщением, удаляющим один или более возможных миров, если количество ненулевых элементов в матрице наблюдаемости не меньше, чем $m = 2(n - 1)$.

Доказательство. В силу проблемы идентификации, описанной в доказательстве утверждения 3, требуется более чем $m = n - 1$ ненулевых элементов в матрице наблюдаемости, чтобы определить, какой из фантомных образов агентов совпадает с реальным, если число удаленных возможных миров должно быть в точности равно 2 или $n - 2$. Так как невозможно удалить возможные миры сообщением, то единственной возможностью является манипуляция распределением ненулевых элементов в матрице наблюдаемости. Условие достижения полной информированности всех агентов ко второму шагу приводит к ограничениям на скорость изменения информированности — у агентов недостаточно времени, чтобы удалить все возможные миры, кроме реального. Это означает, что необходимо обеспечить для каждого агента еще хотя бы один ненулевой элемент в матрице осведомленности. При этом одного ненулевого элемента (соответствующего знанию первого параметра) для каждого, кроме первого, агента достаточно, чтобы достичь полной информированности всех агентов ко второму шагу. $\square$

Утверждение 2.2.6 (о корректности таблицы наилучших результатов). Используя утверждения 1-4, можно вычислить значения всех наилучших достижимых центров результатов для всех комбинаций значений v и q (таблицы), где v и q такие, как определены ранее.

Предложенный подход обобщается для произвольного количества параметров, агентов и матрицы наблюдаемости.

Утверждение 2.2.7 (о монотонности множества миров). Наилучший достижимый для центра результат не монотонен относительно ограничения на количество удаляемых возможных миров.

Доказательство. Доказательство очевидно следует из утверждения о корректности таблицы. □

Таким образом, частный случай ОМСИ позволяет описать свойства обобщенной классической задачи и полностью теоретически рассчитать наилучшие из достижимых центром результатов.

2.3 Модель рефлексивного управления АСС на основе когнитивной инерции

В данном разделе описаны модель и метод вычисления элементов структуры информированности для АСС, которые могут быть применены для социальных сетей и транспортных систем. Метод позволяет описывать информационные процессы в случае, когда требуется построить реалистичную модель поведения агентов и формальную модель их информированности без построения всех допустимых ситуаций (множество которых может быть бесконечно), т.е. позволяет частично решить проблему размерности для подобных задач. Например, описать поведение водителя в ситуации, вообще говоря, допускающей бесконечное количество вариантов размещения транспортных средств на ненаблюдаемой улице.

Модель может использоваться для решения классических проблем [86] и [172] в части применения для практического использования и построения теоретических моделей на основе принципа когнитивной инерции, суть которого в том, что если агент не имеет информации об изменении каких-то параметров

окружающего мира, то из всех возможных миров будущего он считает наиболее вероятными те, где эти параметры не изменились. Модель состоит из множества агентов, параметров, с указанием, какой из параметров какой из агентов в какой из моментов времени наблюдает.

Отметим важные предположения, лежащие в основе модели [114]. Первое предположение состоит в том, что если агент наблюдал значение параметра в какой-то момент времени, то этот факт наблюдения является общим знанием для всех агентов, которые тоже наблюдали значение этого же параметра в тот же самый момент времени. Это ярко иллюстрируется моделью комнат: параметрами являются состояния комнат; для того, чтобы узнать состояние комнаты, надо в ней находиться; все, кто находится в комнате, видят друг друга.

Вторым предположением является следствие из закона когнитивной инерции, заключающееся в том, что если агент не наблюдал изменения параметра, то он считает, что параметр не изменился; если же агент не видел, что другой агент наблюдал изменение параметра, то, с его точки зрения, другой агент считает, что параметр не изменился.

Формальное описание модели для одного параметра (без ограничения общности) выглядит следующим образом. Обозначим $T = \{1, \dots, t_{max}\}$ — конечное множество значений времени, $T_i \in T$ — конечное множество моментов времени, в которые агент i наблюдал значение параметра, $\theta(t)$ — значение параметра в момент времени t . Начальное значение параметра без ограничения общности будем считать равным 0, а также общим знанием. Введем обозначения для информированности агентов о знании других агентов о значении параметра. Выражение

$$B_{i_1} \dots B_{i_k}(\theta = \theta_0)$$

означает, что агент i_1 уверен, что агент i_2 уверен, что... , что агент i_k уверен, что значение параметра θ равно θ_0 .

В работе предлагается следующий новый быстрый алгоритм верификации

этого выражения. Для определения истинности этого выражения следует использовать следующее соотношение:

$$B_{i_1} \dots B_{i_k}(\theta = \theta_0) = \begin{cases} \text{истина,} & \text{если } \theta_0 = \theta \left(\max \left\{ \bigcap_{j=\overline{1,k}} T_{i_j} \right\} \right), \bigcap_{j=\overline{1,k}} T_{i_j} \neq \emptyset, \\ \text{истина,} & \text{если } \theta_0 = 0, \bigcap_{j=\overline{1,k}} T_{i_j} = \emptyset, \\ \text{ложь,} & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

Максимум достигается в силу конечности пересечения конечных множеств.

Введенная таким образом рефлексия обладает полезными свойствами:

1. $B_i B_j(\theta = \theta_0) \Leftrightarrow B_j B_i(\theta = \theta_0)$,
2. $B_i B_i(\theta = \theta_0) \Leftrightarrow B_i(\theta = \theta_0)$,

и информированность агентов легко вычисляется, так как требует нахождения не более чем k пересечений множеств для выражения с количеством убеждений не более k уникальных агентов. В частности, общее знание любых k агентов требует нахождения не более чем k пересечений множеств.

Построенная модель применима к социальным сетям в том числе при следующих интерпретациях:

1. Параметры – новостные ленты агентов, а наблюдаемость параметров — подписка на новостную ленту, соответствующая дружбе, при этом агентам известны подписки только своих друзей.
2. Параметры – новостные ленты информационных агентств, а наблюдаемость параметров — подписка на новостную ленту, при этом агентам известны все подписчики этих новостных лент.

Формальное описание модели для одного параметра (без ограничения общности) выглядит следующим образом. Обозначим $\theta(t)$ — значение параметра в момент времени t . Начальное значение параметра без ограничения общности будем считать общим знанием и равным 0.

Введем обозначения для рефлексии агентов о знании других агентов о значении параметра. Выражение

$$B_{i_1} \dots B_{i_k}(\theta = \theta_0)$$

означает, что агент i_1 уверен, что агент i_2 уверен, что... , что агент i_k уверен, что значение параметра θ равно θ_0 .

В работе предлагается следующий новый быстрый алгоритм верификации этого выражения. Для определения истинности этого выражения следует использовать следующее соотношение:

$$B_{i_1} \dots B_{i_k}(\theta = \theta_0) = \begin{cases} \text{истина,} & \text{если } \theta_0 = \theta \left(\max \left\{ \bigcap_{j=\overline{1,k}} T_{i_j} \right\} \right), \bigcap_{j=\overline{1,k}} T_{i_j} \neq \emptyset, \\ \text{истина,} & \text{если } \theta = 0, \bigcap_{j=\overline{1,k}} T_{i_j} = \emptyset, \\ \text{ложь,} & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

Введенная таким образом рефлексия обладает полезными свойствами:

1. $B_i B_j(\theta = \theta_0) \Leftrightarrow B_j B_i(\theta = \theta_0)$
2. $B_i B_i(\theta = \theta_0) \Leftrightarrow B_i(\theta = \theta_0)$

и легко вычисляется, так как требует нахождения не более чем k пересечений множеств для выражения с количеством убеждений не более k уникальных агентов. В том числе общее знание любых k агентов требует нахождения не более чем k пересечений множеств.

Построенная модель применима к социальным сетям в том числе при следующих интерпретациях:

1. Параметры —новостные ленты агентов, а наблюдаемость параметров — подписка на новостную ленту, соответствующая дружбе, при этом агентам известны подписки только своих друзей.

2. Параметры — новостные ленты информационных агентств, а наблюдаемость параметров — подписка на новостную ленту, при этом агентам известны все подписчики этих новостных лент.

Пусть в комнате происходят какие-то действия. Люди, которые находятся в комнате, знают, кто находится в комнате и какие действия произошли. Обобщение следующее. Пусть есть агенты, есть комната, и есть список наблюдений за событиями, действиями. В рамках модели каждое наблюдение точно определяет действие и является общеизвестным для всех игроков в комнате. Важным примером такого наблюдения является общеизвестное наблюдение, что в комнате присутствует агент. Наблюдение может образовывать противоречивую систему, потому что оно частичное, поскольку не все агенты всегда находятся в комнате и могут не наблюдать за некоторыми действиями. Мы можем проверить, является ли наблюдение каждого агента спорным или нет, но мы не описываем поведение агентов. Следующая таблица 1 иллюстрирует концепцию наблюдения.

Совещание — это временное объединение людей, причем все находящиеся на совещании знают, кто находится на совещании, а также слышат все, что говорится на этом совещании. Если человек вышел из переговорной, где проводится совещание, и затем вернулся, то все сказанное в его отсутствие он не знает, как и то, не выходил ли кто-то из переговорной, пока его не было.

Ниже приведено описание обозначений и свойств.

Будем записывать $B_i\alpha_k$, если агент i убежден, что произошло событие α_k , $B_iB_j\alpha_k$ — если агент i верит, что агент j верит, что событие α_k произошло.

Обозначим также формулами φ и ϕ наблюдения и результат наблюдений агентов, а S_i — множество действий, которые наблюдал агент i на совещании

$$B_{i_1}\dots B_{i_m}\alpha_i \leftrightarrow (\alpha_i \in \bigcap_{k \in \{i_1, \dots, i_m\}} S_k).$$

Важным следствием является то, что для любой конечной последовательно-

сти $i_1, \dots, i_k$, если $k \geq n$, тогда существует такой $m \leq n$, что существует такое множество индексов $j_1, \dots, j_m$, что

$$B_{i_1} \dots B_{i_k} p_i = B_{j_1} \dots B_{j_m} \alpha_i.$$

Это также верно и для бесконечных последовательностей, используемых, например, при определении общего знания $C\alpha_i$, которое можно определить следующим образом:

$$C\alpha_i = \alpha_i \cap B_{i_1} \alpha_i \cap \dots \cap B_{i_1} \dots B_{i_k} \alpha_i \cap \dots$$

Это позволяет редуцировать общее знание к конечному набору более простых эпистемических операторов.

Таким образом, более полно описано поведение агентов, и ниже будет показано применение к задачам управления информированностью в транспортных системах. Такое описание в рамках только известных моделей (до ОМСИ) было невозможно сделать в достаточно общем виде (даже в МСИ), так как количество агентов в возможных мирах не могло быть разным.

2.4 Модели и методы предсказания действий агентов для применения рефлексивного управления в игре со скрытыми коалициями (на примере олигополии Курно)

В данном разделе описана и исследована на примере олигополии Курно модель скрытых коалиций: участники игры принимают решения в собственных интересах (как обычно в некооперативных играх), однако могут, в тайне от других агентов, договариваться о совместных действиях. В разделе описано построение ОМСИ для произвольного количества агентов, найдены асимптотики, характеризующие ОМСИ при неограниченном возрастании этого количества.

Случай трех агентов полностью исследован аналитически, найдено решение игры (равновесие).

Используя построенную информационную структуру, можно вычислить информационное равновесие. Для вычисления информационного равновесия следует каждому ребру приписать значение вероятности. В обоих случаях для вычисления равновесия можно записать систему уравнений наилучшего ответа для каждой копии агента (которая называется фантомным агентом). Наилучший ответ для фантомного агента для равновесия Байеса-Нэша при заданной структуре информированности — это такая его стратегия, которая максимизирует математическое ожидание его выигрыша при известных вероятностях связанных с этим агентом возможных миров, в которых фантомные агенты выбирают заранее заданные стратегии, т.е. функция наилучшего ответа агента — это функция, зависящая от стратегий всех фантомных агентов во всех мирах, которые этот агент считает возможными.

Для исследования равновесий была взята олигополия Курно как хорошо изученная в экономике и в то же время имеющая линейно-квадратичную функцию выигрыша агентов при условии квадратичных затрат (именно такой случай был рассмотрен) с линейной функцией наилучшего ответа. Таким образом, для поиска равновесия следует решить обычную систему линейных уравнений специального вида.

Для случая трех агентов система может быть решена и исследована аналитически без каких-либо сложностей. Для случая четырех агентов аналитическое решение также существует, но громоздко. Однако для него можно найти асимптотики, что и было сделано.

Схема описания исследования следующая.

1. Построение ОМСИ для поиска равновесия общего вида для трех и четырех агентов и упрощение структуры.

2. Нахождение выражений для наилучших ответов и решение системы управлений для поиска равновесия.
3. Вычисление асимптотик для случая четырех агентов.
4. Построение оценок сложности всего алгоритма для произвольного количества агентов.

Построена структура информированности для скрытых коалиций [108]. Под скрытой коалицией здесь понимается такая коалиция, о существовании которой известно всем ее членам и только им, при этом агент может находиться не более, чем в одной коалиции. В этом случае, находясь в коалиции, агент, вообще говоря, не знает о коалициях агентов, не входящих в ту коалицию, в которую входит он сам. Для построения структуры информированности был применен общий алгоритм (**построение ОМСИ для произвольного количества агентов**) для подобного рода систем, который состоит в следующем.

1. Создать вершины для всех возможных миров. В данном случае — для всех возможных разбиений на коалиции. Как известно из комбинаторики, их число равно соответствующему числу Белла.
2. Создать вершины для всех агентов, причем для каждого агента создать количество копий соответствующих всем возможным вариантам его информированности. В данном случае для каждого агента надо создать количество копий, равное размеру множества всех подмножеств множества агентов без этого агента.
3. Соединить те вершины миров с теми копиями агентов, где коалиция, в которую входит агент, в точности совпадает с тем, какую коалицию он наблюдает. В более общем случае надо соединить те миры, наблюдая которые агент будет иметь в точности ту информированность, для которой была создана его копия.

Количество агентов в такой структуре будет равно

$$O\left(\left(\frac{0.792n}{\ln(n+1)}\right)^n n\right).$$

В этом выражении используется асимптотическая оценка для чисел Белла.

Агенты проиндексированы целыми неотрицательными числами, а также, для удобства восприятия, на диаграммах и при нахождении равновесия проиндексированы буквами латинского алфавита, т.е. агент 1 и агент «А» — один и тот же агент. Важным предположением является допущение, что все агенты, находящиеся в коалиции, выбирают одинаковые стратегии. В силу симметрии целевых функций, без нарушения общности выписываются выражения только одного разбиения на коалиции из класса эквивалентных ему с точностью до перестановки индексов агентов.

Для рассматриваемой модели функция игрока i выигрыша в каждом мире

$$f_i = x_i \left(1 - \sum_{j=1,2,3} x_j\right) - \frac{x_i^2}{r},$$

где коэффициент r определяет уровень технологического развития. Тогда частные производные имеют вид

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 1 - \sum_{j=1,2,3} x_j - x_i - 2\frac{x_i}{r}.$$

Соответственно, точки, где эти выражения обращаются в ноль, будут экстремальными точками, поэтому после упрощения можно записать

$$x_i = \frac{r}{r+2} \left(1 - \sum_{j=1,2,3} x_j\right).$$

После вычисления суммы получаем

$$\sum_{j=1,2,3} x_j = \frac{nr}{r+2} \left(1 - \sum_{j=1,2,3} x_j\right),$$

и

$$\sum_{j=1,2,3} x_j = \frac{\frac{nr}{r+2}}{\frac{nr+r+2}{r+2}} = \frac{nr}{nr+r+2}.$$

Это означает, что

$$x_j = \frac{r}{r+2} \left(1 - \frac{nr}{nr+r+2} \right) = \frac{r}{(nr+r+2)}.$$

При $n = 3$ агентах выражение принимает вид

$$x_j = \frac{r}{4r+2}.$$

Далее можно рассмотреть ОМСИ для скрытых коалиций 2:

- Ребро между возможным миром (разбиение на коалиции) и фантомным агентом существует тогда и только тогда, когда агент считает такое разбиение на коалиции возможным и сам является частью этого разбиения (возможно, в составе коалиции).
- Буквы в прямоугольнике показывают разбиение на коалиции.
- Агенты, чьи буквенные индексы не разделены запятой, находятся в коалиции (и только они).
- Буквы в кругах показывают фантомного агента соответствующего реального агента.

Как было сказано выше, предполагается, что все агенты в коалиции в силу симметрии выбирают одинаковые действия, однако, вообще говоря, существуют игры, где симметричные действия агентов внутри коалиции приводят к ее меньшему выигрышу. Из нашего предположения следует, что если все агенты находятся в одной коалиции, то все три выберут одинаковые стратегии x такие, что

$$u = 3x(1 - 3x) - \frac{3x^2}{r}$$

достигает максимума. Это происходит при

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 3 - 18x - 6\frac{x}{r} = 0,$$

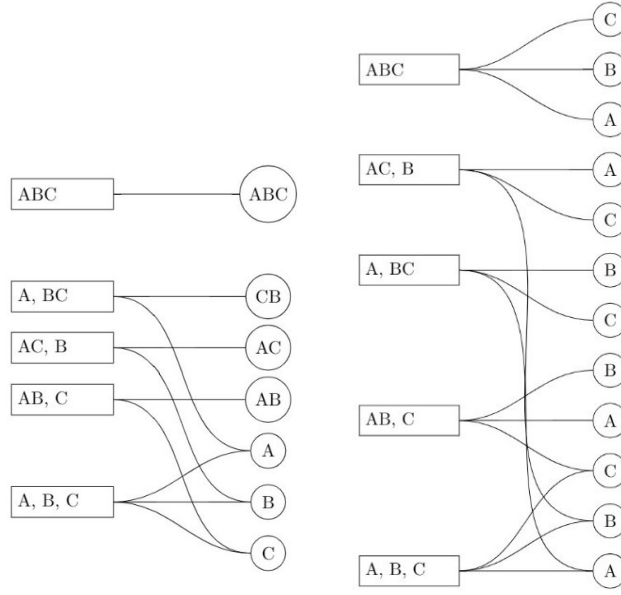


Рисунок 2 – Информационная структура для скрытых коалиций для трех агентов. Правая диаграмма является более общим представлением, а диаграмма слева — упрощенным

таким образом,

$$x = \frac{3r}{6(3r + 1)} = \frac{r}{2(3r + 1)}.$$

Будем обозначать через x_{ij} стратегии агентов i и j , когда они объединены в коалицию, состоящую только из них. В случае, когда два агента объединились в одну коалицию, то а оставшийся оказался вне коалиции, целевые функции принимают вид

$$u_1 = x_1(1 - x_1 - 2x_{23}) - \frac{x_1^2}{r},$$

$$u_{23} = 2x_{23}(1 - x_1 - 2x_{23}) - \frac{2x_{23}^2}{r},$$

и условия записываются следующим образом:

$$\frac{\partial u_1}{\partial x_1} = 1 - 2x_1 - 2x_{23} - 2\frac{x_1}{r} = 0,$$

$$\frac{\partial u_{23}}{\partial x_{23}} = 2 - 2x_1 - 8x_{23} - 4\frac{x_{23}}{r} = 0.$$

Это означает, что

$$x_1 \frac{2(r+1)}{r} = 1 - 2x_{23}; \quad x_{23} \frac{2(2r+1)}{r} = 1 - x_1,$$

таким образом,

$$x_1 \frac{2(r+1)}{r} = \frac{r}{2(r+1)}(1 - 2x_{23}),$$

и

$$x_{23} \frac{2(2r+1)}{r} = 1 - \frac{r}{2(r+1)}(1 - 2x_{23}).$$

Откуда

$$x_{23} \frac{4(2r+1)(r+1) - r^2}{2r(r+1)} = \frac{r+2}{2(r+1)},$$

и

$$x_{23} \frac{4(2r+1)(r+1) - r^2}{r} = r+2,$$

тогда

$$x_{23} = \frac{r(r+2)}{4(2r+1)(r+1) - r^2}.$$

Отсюда получаем

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{r}{2(r+1)} \left(1 - \frac{r(r+2)}{4(2r+1)(r+1) - r^2} \right) = \\ &= \frac{r(2(2r+1)(r+1) - r^2) - r(r+2)}{(4(2r+1)(r+1) - r^2)(r+1)}. \end{aligned}$$

Асимптотики представлены ниже.

- Если нет коалиций:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} x_i = \frac{1}{4}; \quad \lim_{r \rightarrow 0} x_i = 0.$$

- Публичная коалиция двух агентов и один агент независим:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} x_1 = \frac{4}{7}; \quad \lim_{r \rightarrow 0} x_1 = 0; \quad \lim_{r \rightarrow \infty} x_{23} = \frac{1}{7}; \quad \lim_{r \rightarrow 0} x_{23} = 0.$$

- Одна коалиция из всех трех агентов:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} x_{123} = \lim_{r \rightarrow \infty} x = \frac{1}{6}; \quad \lim_{r \rightarrow 0} x_{123} = \lim_{r \rightarrow 0} x = 0.$$

Информационная структура для скрытых коалиций обладает рядом важных свойств, однако весьма сложна для большого количества агентов.

Используя эту модель, можно найти информационного равновесия стандартными методами, составив систему из наилучших ответов. Эта система имеет следующий вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{ABC} = \arg \max_x \left((1 - 3x) - \frac{3x^2}{r} \right), \\ x_{AB} = \arg \max_x \left((1 - 2x - x_C) - \frac{2x^2}{r} \right), \\ x_{BC} = \arg \max_x \left((1 - 2x - x_A) - \frac{2x^2}{r} \right), \\ x_{AB} = \arg \max_x \left((1 - 2x - x_C) - \frac{2x^2}{r} \right), \\ x_{AC} = \arg \max_x \left((1 - 2x - x_B) - \frac{x^2}{r} \right), \\ x_A = \arg \max_x \left(p_A \left((1 - x - x_B - x_C) - \frac{x^2}{r} \right) + \right. \\ \left. + (1 - p_A)x(1 - x - 2x_{BC}) - \frac{x^2}{r} \right), \\ x_B = \arg \max_x \left(p_B \left((1 - x - x_A - x_C) - \frac{x^2}{r} \right) + \right. \\ \left. + (1 - p_B)x(1 - x - 2x_{AC}) - \frac{x^2}{r} \right), \\ x_C = \arg \max_x \left(p_C \left((1 - x - x_B - x_A) - \frac{x^2}{r} \right) + \right. \\ \left. + (1 - p_C)x(1 - x - 2x_{AB}) - \frac{x^2}{r} \right) \end{array} \right.,$$

где p_A, p_B, p_C вероятности, с которыми, по мнению агентов А, В, С, два других агента образуют коалицию, если сам агент не находится ни с кем в коалиции. Например, $p_A = 1$ означает, что агент А не верит, что агенты В и С могут объединиться в коалицию.

Затем, зная производные, можно выписать следующие выражения:

$$x_A = \arg \max_x (p_A (x(1 - x - p_A(x_B - x_C)) -$$

$$-2(1 - p_b)x_{BC}) - \frac{x^2}{r} \Big) \Big),$$

$$x_A = \frac{r}{2(r+1)} ((1 - p_A(x_B + x_C)) - 2(1 - p_A)x_{BC}).$$

К сожалению, результаты исследования показывают, что полное аналитическое решение в общем виде хоть всегда и существует (как решение системы линейных уравнений), но очень громоздко, поэтому были получены численные оценки при заданных значениях r , причем наиболее простой вид ожидаемо имеют асимптотики.

Утверждение 2.4.1. Равновесие имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} x_{BC} = & (r(128 + 576r - 16(-62 - p_B - p_C + 2p_Bp_C + \\ & 2p_A(-2 + p_B + p_C))r^2 + 8(102 + 5p_B + 5p_C - \\ & -10p_Bp_C + p_A(22 - 13p_B - 13p_C + 4p_Bp_C))r^3 + 2(161 + \\ & +15p_B + 15p_C - 31p_Bp_C + p_A(76 - 50p_B - 50p_C + \\ & +24p_Bp_C))r^4 + (49 + 7p_B + 7p_C - 15p_Bp_C + 6p_A(7 - 5p_B - \\ & -5p_C + 3p_Bp_C))r^5)) / (512 + 3072r - 64(-117 - p_B - p_C + \\ & +2p_Bp_C + p_A(-1 + 2p_B + 2p_C))r^2 + 128(p_A(2 + p_B(-4 + \\ & +p_C) - 4p_C) + 2(37 + p_B + p_C - 2p_Bp_C))r^3 + (819 + 46p_B + \\ & +46p_C - 93p_Bp_C + p_A(46 - 93p_B - 93p_C + 42p_Bp_C))r^4 + \\ & +16(147 + 14p_B + 14p_C - 29p_Bp_C + p_A(14 - 29p_B - \\ & -29p_C + 18p_Bp_C))r^5 + (7(49 + 7p_B + 7p_C - 15p_Bp_C) + \\ & +p_A(49 - 105p_B - 105p_C + 81p_Bp_C))r^6 \end{aligned}$$

$$x_A = (r(256 - 64(-19 + 3p_A)r + 32(70 + p_B + p_C - 2p_Bp_C +$$

$$\begin{aligned}
& +p_A(-22+p_B+p_C))r^2 + 8(250+11p_B+11p_C-22p_Bp_C+ \\
& +p_A(-118+9p_B+9p_C+2p_Bp_C))r^3 + 4(217+19p_B+19p_C- \\
& -39p_Bp_C+2p_A(-69+7p_B+7p_C+3p_Bp_C))r^4 + (3(49+ \\
& +7p_B+7p_C-15p_Bp_C)+p_A(-119+15p_B+15p_C+ \\
& +9p_Bp_C))r^5)/(512+3072r-64(-117-p_B-p_C+2p_Bp_C+ \\
& +p_A(-1+2p_B+2p_C))r^2 + 128(p_A(2+p_B(-4+p_C)- \\
& -4p_C)+2(37+p_B+p_C-2p_Bp_C))r^3 + 8(819+46p_B+ \\
& +46p_C-93p_Bp_C+p_A(46-93p_B-93p_C+42p_Bp_C))r^4+ \\
& +16(147+14p_B+14p_C-29p_Bp_C+p_A(14-29p_B- \\
& -29p_C+18p_Bp_C))r^5 + (7(49+7p_B+7p_C-15p_Bp_C)+p_A(49- \\
& -105p_B-105p_C+81p_Bp_C))r^6)
\end{aligned}$$

Эти выражения можно записать в виде:

$$x_A = \tilde{P}_6^A(r)/P_6^A(r); \quad x_{BC} = \tilde{P}_6^{AB}(r)/P_6^{AB}(r),$$

где $\tilde{P}_6^A(r), P_6^A(r), \tilde{P}_6^{AB}(r), P_6^{AB}(r)$ — полиномы от r степени 6.

Переходя к пределу, получаем **асимптотики**:

$$\begin{aligned}
& \lim_{r \rightarrow 0} x_A = \lim_{r \rightarrow 0} x_{BC} = 0; \\
& \lim_{r \rightarrow \infty} x_A = \frac{a_1^A + a_2^A p_A}{b_1^A + b_2^A p_A}; \quad \lim_{r \rightarrow \infty} x_{BC} = \frac{c_1^A}{b_1^A + b_2^A p_A},
\end{aligned}$$

где

$$a_1^A = 3(49 + 7p_B + 7p_C - 15p_Bp_C),$$

$$a_2^A = -119 + 15p_B + 15p_C + 9p_Bp_C$$

$$b_1^A = 7(49 + 7p_B + 7p_C - 15p_Bp_C),$$

$$b_2^A = 49 - 105p_B - 105p_C + 81p_Bp_C.$$

$$c_1^A = 6(7 - 5p_B - 5p_C + 3p_B p_C)$$

В случае, когда коалиций нет, сумма действий агентов равна

$$\lim_{r \rightarrow \infty} (x_A + x_B + x_C) = \lim_{r \rightarrow \infty} x_A + \lim_{r \rightarrow \infty} x_B + \lim_{r \rightarrow \infty} x_C =$$

$$\frac{a_1^A + a_2^A p_A}{b_1^A + b_2^A p_A} + \frac{a_1^B + a_2^B p_B}{b_1^B + b_2^B p_B} + \frac{a_1^C + a_2^C p_C}{b_1^C + b_2^C p_C},$$

где

$$a_1^B = 3(49 + 7p_A + 7p_C - 15p_A p_C),$$

$$a_2^B = -119 + 15p_A + 15p_C + 9p_A p_C,$$

$$b_1^B = 7(49 + 7p_A + 7p_C - 15p_A p_C),$$

$$b_2^B = 49 - 105p_A - 105p_C + 81p_A p_C,$$

$$c_1^B = 6(7 - 5p_A - 5p_C + 3p_A p_C),$$

$$a_1^C = 3(49 + 7p_B + 7p_A - 15p_B p_A),$$

$$a_2^C = -119 + 15p_B + 15p_A + 9p_B p_A$$

$$b_1^C = 7(49 + 7p_B + 7p_A - 15p_B p_A),$$

$$b_2^C = 49 - 105p_B - 105p_A + 81p_B p_A.$$

$$c_1^C = 6(7 - 5p_B - 5p_A + 3p_B p_A).$$

Если все агенты в одной скрытой коалиции, то фактически это то же самое, что все в публичной коалиции, так как все знают, что все в одной коалиции. Если агент А независим, а два других агента в коалиции, то предел суммы действий агентов при $r \rightarrow \infty$ равен $x_A + x_{BC}$, т.е.

$$\lim_{r \rightarrow \infty} x_A + \lim_{r \rightarrow \infty} x_{BC} =$$

$$= \frac{a_1^A + a_2^A p_A}{b_1^A + b_2^A p_A} + \frac{c_1^A}{b_1^A + b_2^A p_A} = \frac{a_1^A + c_1^A + a_2^A p_A}{b_1^A + b_2^A p_A},$$

Оценим сложность решения в общем виде. Для этого потребуется создать граф информированности. Так как возможное число коалиций равно количеству разбиений на подмножества, то оно задается числом Белла, также известно, что каждый возможный мир имеет связи не более, чем с n фантомными агентами (некоторые могут совпадать). Так как есть верхняя оценка для чисел Белла, то получаем

$$O\left(\left(\frac{0.792n}{\ln(n+1)}\right)^n\right),$$

что является верхней оценкой на количество уравнений так как каждое разбиение соответствует возможному миру. Так как система является линейной, как было показано выше, то достаточно просто решить эту систему. Сложность решения такой системы $O(n^3)$, или, в среднем, $O(n)$, как указано в [17].

Таким образом, используя ОМСИ, получен общий метод вычисления равновесия для случая скрытых коалиций, а также вычислить равновесие для тех агентов. Сложный вид выражения и простота его получения предложенным методом показывает преимущества метода.

2.5 Модели и методы применения рефлексивного управления в АСС для игры Таллока

В данном разделе описана модель управления представлениями агентов для достижения равновесия с максимальной суммой действий агентов на примере игры Таллока, позволяющая построить управление активной системой и информационными процессами в ней, при котором достигается максимальный объем суммарных усилий агентов.

Для этого взаимодействие агентов было классифицировано по двум основаниям: наличие обмена значимыми сообщениями и готовность к изменению своего мнения [115]. В исследовании приняты следующие формулировки для этих случаев.

1. Игра с полной информированностью. Мнения агентов совпадают между собой и с реальностью. Для поиска равновесия следует выписать и решить систему наилучших ответов. Для многих игр этот шаг уже выполнен ранее другими исследователями.
2. Агенты не общаются. Каждый считает, что его мнение является общим знанием. В этом случае для нахождения равновесия следует для каждого агента составить систему наилучших ответов, решить ее (использовав выражения, найденные для игры 1) и объединить специальным образом действия агентов. Так как агенты не общаются, то их готовность к изменению своего мнения не имеет значения для равновесия.
3. Агенты общаются и после взаимодействия приходят к консенсусу. Предполагается, что результат консенсуса описывается моделью Френча и является линейной взвешенной суммой начальных мнений агентов с весами, равными их авторитету. Для нахождения равновесия следует использовать такую же систему наилучших ответов, как и в игре 1, однако вместо реального значения параметра следует поставить итоговое мнение агентов, выраженное взвешенной суммой начальных мнений.
4. Агенты общаются, но не меняют своих мнений. В этом случае для нахождения равновесия следует также составить систему наилучших ответов, однако, в отличие от игры 1, для каждого агента следует использовать именно то значение параметра, которое известно всем и в истинность которого агент верит. Поиск равновесия в игре 4 наиболее сложный и для него в общем случае нельзя использовать выражения для равновесий, полученные для игры 1. Для многих игр аналитическое решение либо не может быть найдено, либо чрезвычайно громоздко. В частности, оно неизвестно для игры Таллока, в то время как для олигополии Курно с квадратичными затратами вполне может быть найдено.

После нахождения равновесий строилось управление равновесиями, которое заключалось в изменении начальных мнений и влиятельности (для игры 3) агентов. Одним из частных результатов было найденное оптимальное соотношение между изменением отношений между агентами и изменением самих мнений агентов. Было рассмотрено два вида управления: управление при неограниченном ресурсе (но со штрафом за каждую единицу использованного дополнительного ресурса), и управление при столь малом ограниченном ресурсе, что функция выигрыша может считаться линейной.

Предложена и рассмотрена модель управления представлениями агентов для достижения равновесия с максимальной суммой действий агентов на примере игры Таллока. Для этого взаимодействие агентов было классифицировано по двум основаниям: наличие обмена значимыми сообщениями и готовность к изменению своего мнения.

Отметим терминологическое важное различие между понятием знания и убеждения, т.е. что агент знает и во что верит. Традиционный водораздел состоит в том, что знание предполагает объективную истину, т.е. нельзя знать, что $2+2=5$, а вот убежденность в чем-то свободна от этого ограничения.

Модель 1 (общего знания). Значение параметра игры является общим знанием

Модель классическая и приводится здесь для сравнения с новыми моделями.

Управление в модели производится реальным значением параметра.

Модель 2 (изоляция). Агенты знают о существовании друг друга, но не обсуждают значение параметра

Различное представление о том, что является общим знанием (убеждением), а что нет, может быть результатом неверного предположения каждого агента, что каждый разумный человек обязан сделать именно такие выводы. Сам вопрос формирования такого убеждения интересен с научной точки зрения, но выходит за границы нашего исследования. Поэтому приведем только пример. Пусть Василиса и Иван были уверены в том, что какая-то новость правдива,

но затем на совещании им объяснили, что это не так. Однако Иван был невнимателен и пропустил это мимо ушей, в то время как Василиса внимательно слушала и не знала, что Иван отвлекся. В результате после совещания Иван будет оставаться при своем мнении и будет считать, что и Василиса думает также, а Василиса будет думать, что Иван внимательно слушал и знает, что новость фейковая.

Управление в модели производится как реальным значением параметра, так и представлениями агентов о том, какое значение параметра является общим знанием.

Модель 3 (согласие). Агенты общаются и приходят к консенсусу

Идея модели в том, что агенты после обсуждения соглашаются, что объем рынка имеет некоторое общее для всех значение, при этом какое именно, определяется по модели Френча или Де Гроота [95] как усреднение начальных мнений агентов с весами, равными их влиятельности cited1, d2.

Таким образом, по сути возникает модель с общим убеждением. Отличие от модели общего знания в том, что это общее убеждение не обязано совпадать с реальным значением параметра. Кроме того, управляющий центр получает возможность повлиять, к какому именно консенсусу придут агенты, изменяя их начальные мнения и их влиятельность.

Управление в модели производится реальным значением параметра, представлениями агентов о том, какое значение параметра является общим знанием, а также влиятельностью агентов.

Модель 4 (упрямство). Агенты знают мнения друг друга, но считают именно свое правильным

Управление для этой модели не исследовалось.

Более ранние исследования, которые использовали такие же постановки, но в качестве игроков модели вместо игры Таллока использовалась олигополия Курно, позволили найти управление и равновесие и для модели 4, однако в

данный текст они не включены по причине ограниченности допустимого объема диссертационной работы.

Для представления информированности выбраны множественные структуры информированности, предложенные Д.А.Новиковым и А.Г.Чхартишвили [35].

Ниже описана формальная постановка для каждой модели и выписаны методы вычисления равновесия в виде систем уравнений.

Вообще говоря, общая множественная структура информированности бесконечна, но в силу предположений и ограничений, описанных выше, многие возможные миры и фантомные агенты эквивалентны. Используя и другие свойства структуры, можно показать, что она может быть представлена без ограничения общности в виде CU-структуры или даже в виде PCU-структуры — точечной компактной структуры. Представление в таком виде позволяет свести поиск равновесия к решению конечной системы уравнений.

Размеры соответствующих систем приведены ниже. Для удобства количество агентов обозначено n .

- Для модели 1 количество уравнений совпадает с количеством агентов, т.е. n . Параметр имеет одно значение.
- Для модели 2 требуется n уравнений для каждого агента, т.е. n систем по n уравнений, всего n^2 уравнений. При этом объем рынка как параметр в каждой системе одинаков, но может отличаться от параметра в другой системе.
- Для модели 3 в силу ее схожести с моделью 1 требуется такое же количество уравнений, т.е. n . Параметр имеет одно значение, равное консенсусному.
- Для модели 4 требуется n уравнений, однако для каждого уравнения тре-

буется свое значение параметра, что существенно усложняет нахождение равновесия.

Было предложено управление при известных начальных убеждениях агентов и параметрах их взаимодействия. Особенное значение при синтезе управления имеют частные производные выражений для равновесных состояний, причем частные производные берутся по мнениям агентов.

Рассматриваются два типа управления:

- Бесконечно большой объем доступного управленческого ресурса, но есть квадратичные затраты за использование ресурса. В этом случае применяется метод Лапласа.
- Бесконечно малый объем доступного управленческого ресурса. В этом случае применяем линеаризацию и выбираем параметр с наибольшей производной — на него и оказывается влияние всем доступным ресурсом.

Информационная структура представлена деревом. Введем обозначения:

- $(\bar{M}, \alpha, n)_{a_1, \dots, a_k}$ — убеждения агента a_1 об убеждениях агентов a_2 ... об убеждениях агента a_k о значениях кортежа $(\bar{M}, \alpha, n)$; $I = \{(\bar{M}, \alpha, n)_{a_1, \dots, a_k} \forall a_1, \dots, a_k \in N\}$. Обозначим $(\bar{M}_a, \alpha_a, n_a) = (\bar{M}, \alpha, n)_a$.
- $x_{a_1, \dots, a_k}$ — стратегия, выбранная фантомной копией агента a_k в представлении агента a_{k-1} ... в представлении агента a_1 . При этом предполагается, что $x_{a_1, \dots, a_k, j} \in X_j$.

Равновесие является комбинацией всех выбранных стратегий фантомных и реальных агентов тогда и только тогда, когда

$$x_{a_1, \dots, a_k, i} = \\ = BR_i((\bar{M}, \alpha, n)_{a_1, \dots, a_k}, x_{a_1, \dots, a_k, 1}, \dots, x_{a_1, \dots, a_k, i-1}, \dots, x_{a_1, \dots, a_k, i+1}, \dots, x_{a_1, \dots, a_k, n}),$$

где BR_i — наилучший ответ игрока i , если ему известны стратегии, выбранные другими игроками, и на основе структуры информированности.

В модели 1, система, составленная из наилучших ответов, имеет вид

$$x_1^* = BR_1(x_{-1}^*, \bar{M}, n, \alpha); \dots; \quad x_n^* = BR_n(x_{-n}^*, \bar{M}, n, \alpha).$$

Решения этой системы и только они будут являться равновесиями.

В модели 2 система, составленная из наилучших ответов имеет вид

$$\begin{aligned} x_1^* &= BR(x_{-1}^*, \bar{M}, n, \alpha); \dots; \quad x_n^* = BR(x_{-n}^*, M, n, \alpha); \\ x_1^{*1} &= BR(x_{-1}^{*1}, \bar{M}_1, n_1, \alpha_1); \dots; \quad x_n^{*1} = BR(x_{-n}^{*1}, \bar{M}_1, n_1, \alpha_1); \\ x_1^{*j} &= BR(x_{-1}^{*j}, \bar{M}_j, n_j, \alpha_j); \dots; \quad x_n^{*j} = BR(x_{-n}^{*j}, \bar{M}_j, n_j, \alpha_j); \\ x_1^{*n} &= BR(x_{-1}^{*n}, \bar{M}_n, n_n, \alpha_n); \dots; \quad x_n^{*n} = BR(x_{-n}^{*n}, \bar{M}_n, n_n, \alpha_n); \\ x_1^* &= x_1^{*1}; \dots; \quad x_n^* = x_n^{*n}. \end{aligned}$$

Решения этой системы и только они будут являться равновесиями.

В модели 3 система, составленная из наилучших ответов имеет вид

$$\bar{M}^* = \sum_{i \in N} w^{\bar{M}_i} \bar{M}_i; \quad \alpha^* = \sum_{i \in N} w_i^\alpha \alpha_i; \quad n^* = \sum_{i \in N} w_i^n n_i,$$

где $w^{\bar{M}_i}, w_i^\alpha, w_i^n$ — влияние агента i , а $\bar{M}^*, \alpha^*, n^*$ — финальное мнение агентов о $\bar{M}, \alpha, n$ при консенсусе.

Система, составленная из наилучших ответов, имеет вид

$$\begin{aligned} x_1^* &= BR(x_{-1}^*, \sum_i w_i^{\bar{M}} \bar{M}_i, \sum_i w_i^n n, \sum_i w_i^\alpha \alpha); \\ &\dots \\ x_n^* &= BR(x_{-n}^*, \sum_i w_i^{\bar{M}} \bar{M}_i, \sum_i w_i^n n, \sum_i w_i^\alpha \alpha). \end{aligned}$$

Решения этой системы и только они будут являться равновесиями.

Управление при неограниченном ресурсе (но со штрафом за каждую единицу использованного дополнительного ресурса).

Целевая функция центра в модели 1.

$$F = \sum_j x_j - ((\bar{M} - \bar{M}_0)^2 + (\alpha - \alpha_0)^2 + (n - n_0)^2),$$

$$F = \frac{n-1}{n} \alpha \bar{M} - ((\bar{M} - \bar{M}_0)^2 + (\alpha - \alpha_0)^2 + (n - n_0)^2).$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \bar{M}} F &= \frac{n-1}{n} \alpha - 2(\bar{M} - \bar{M}_0) = 0 \\ \frac{\partial}{\partial \alpha} F &= \frac{n-1}{n} \bar{M} - 2(\alpha - \alpha_0) = 0; \\ \frac{\partial}{\partial n} F &= \frac{2-n}{n^2} \alpha \bar{M} - 2(n - n_0) = 0, \end{aligned}$$

Для нее гессиан имеет вид

$$H(F) = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2}{\partial \bar{M}^2} F = -2 & \frac{\partial^2}{\partial \bar{M} \partial \alpha} F = -\frac{n-1}{n} & \frac{\partial^2}{\partial \bar{M} \partial n} F = \frac{2-n}{n^2} \alpha \\ \frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial \bar{M}} F = -\frac{n-1}{n} & \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} F = -2 & \frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial n} F = \frac{2-n}{n^2} \bar{M} \\ \frac{\partial^2}{\partial n \partial \bar{M}} F = \frac{2-n}{n^2} \alpha & \frac{\partial^2}{\partial n \partial \alpha} F = \frac{2-n}{n^2} \bar{M} & \frac{\partial^2}{\partial n^2} F = -2 \end{pmatrix};$$

$$\det H(F) = \frac{2(\bar{M}^2 n(n-2)^2 - \alpha \bar{M}(n-1)(n-2)^2) +}{n^5} + \frac{2n(4\alpha^2 + (\alpha^2 + 1)n^2 - 3n^4 - 2n^3 - 4\alpha^2 n)}{n^5}.$$

Для достаточно больших n гессиан отрицательно определен и, таким образом, для достаточно больших n максимум целевой функции F достигается в точке равенства градиента нулю, если эта точка внутренняя.

Вычисление нулевых точек градиента сложно в силу того, что параметр α в показателе степени, но можно найти простое условие на зависимость между $\bar{M}$ и α в точке максимума:

$$\frac{\alpha}{\bar{M}} = \frac{\bar{M} - \bar{M}_0}{\alpha - \alpha_0}.$$

Целевая функция центра в модели 2.

$$F = \sum_j x_j - \sum_j ((\bar{M}_j - \bar{M}_{j0})^2 + (\alpha_j - \alpha_{j0})^2 + (n_j - n_{j0})^2),$$

$$F = \sum_{k=1}^m \frac{\bar{M}_k(n_k - 1)\alpha_k}{n_k^2} - \sum_j ((\bar{M}_j - \bar{M}_{j0})^2 + (\alpha_j - \alpha_{j0})^2 + (n_j - n_{j0})^2).$$

Если гессиан отрицательно определен, то нули градиента, как и в случае модели 1, являются точками максимума, если находятся во внутренней области. Также можно выписать соотношения между параметрами в точке максимума для любых $k \in N$:

$$\frac{\alpha_k}{\bar{M}_k} = \frac{\bar{M}_k - \bar{M}_{k0}}{\alpha_k - \alpha_{k0}}.$$

Для достаточно больших n гессиан отрицательно определен, так как детерминант блочной диагональной матрицы равен произведению детерминантов блоков, а рассматриваемый гессиан имеет блочный вид.

Целевая функция центра в модели 3.

$$F = \sum_j x_j - \sum_j ((\bar{M}_j - \bar{M}_{j0})^2 + (\alpha_j - \alpha_{j0})^2 + (n_j - n_{j0})^2) -$$

$$\sum_j \left((w^{\bar{M}_j} - w^{\bar{M}_{j0}})^2 + (w_j^\alpha - w_{j0}^\alpha)^2 + (w_j^n - w_{j0}^n)^2 \right),$$

$$F = \frac{\sum_{j=1}^m n_j w_j^n - 1}{\sum_{j=1}^m n_j w_j^n} \sum_{j=1}^m w_j^\alpha \alpha_j \sum_{j=1}^m \bar{M}_j w^{\bar{M}_j} -$$

$$\frac{1}{r} \sum_j ((\bar{M}_j - \bar{M}_{j0})^2 + (\alpha_j - \alpha_{j0})^2 + (n_j - n_{j0})^2) -$$

$$\frac{1}{r} \sum_j \left((w^{\bar{M}_j} - w^{\bar{M}_{j0}})^2 + (w_j^\alpha - w_{j0}^\alpha)^2 + (w_j^n - w_{j0}^n)^2 \right),$$

где

$$\bar{M}^* = \sum_{j=1}^m \bar{M}_j w^{\bar{M}_j} \quad \alpha^* = \sum_{j=1}^m \alpha_j w_j^\alpha; \quad n^* = \sum_{j=1}^m n_j w_j^n.$$

Условие на обращение в ноль градиента

$$\begin{aligned}\frac{n^* - 1}{n^*} \alpha^* w^{\bar{M}_k} &= 2(\bar{M}_k - \bar{M}_{k0}); & \frac{n^* - 1}{n^*} \bar{M}^* w_k^\alpha &= 2(\alpha_k - \alpha_{k0}); \\ \frac{2 - n^*}{(n^*)^2} \alpha^* \bar{M}^* w_k^n &= 2(n_k - n_{k0});\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{n^* - 1}{n^*} \alpha^* \bar{M}_k &= 2(w^{\bar{M}_k} - w^{\bar{M}_{k0}}); & \frac{n^* - 1}{n^*} \alpha_k \bar{M}^* &= 2(w_k^\alpha - w_{k0}^\alpha); \\ \frac{2 - n^*}{(n^*)^2} \alpha^* \bar{M}^* &= 2(w_k^n - w_{k0}^n)\end{aligned}$$

Так как есть существенные ограничения: $0 < \alpha_k < 1$, $1 < \bar{M}$, $0 < w^{\bar{M}_i} < 1$, $0 < w_i^\alpha < 1$, $0 < w_i^n < 1$, $\sum_j w^{\bar{M}_j} = 1$, $\sum_j w_j^\alpha = 1$, $\sum_j w_j^n = 1$, то требуется выписать лагранжин и провести стандартную процедуру оптимизации.

Гессиан можно применять для вычисления максимума даже в том случае, когда вместо линеаризации использовали квадратичную аппроксимацию, так как соответствующее разложение в многомерный ряд Тейлора также содержит гессиан.

Управление при столь малом ограниченном ресурсе, что функция выигрыша может считаться линейной.

Критерий F зависит от дискретных и непрерывных переменных, т.к. количество агентов дискретно. Однако, мы этим пренебрежем, подразумевая, что агентов достаточно много, чтобы дискретность не оказывала значительного влияния.

В случае, когда ресурса R бесконечно мало, перепишем критерий в виде $F = \sum_j x_j$ со следующими ограничениями: $\bar{M}^2 + \alpha^2 + n^2 \leq R$ для модели 1,

$$\sum_j ((\bar{M}_j - M_{j0})^2 + (\alpha_j - \alpha_{j0})^2 + (n_j - n_{j0})^2) \leq R$$

для модели 2,

$$\begin{aligned}& \sum_j ((\bar{M}_j - \bar{M}_{j0})^2 + (\alpha_j - \alpha_{j0})^2 + (n_j - n_{j0})^2) - \\ & \sum_j ((w^{\bar{M}_j} - w^{\bar{M}_{j0}})^2 + (w_j^\alpha - w_{j0}^\alpha)^2 + (w_j^n - w_{j0}^n)^2) \leq R\end{aligned}$$

для модели 3.

Когда ресурс R достаточно мал, оптимальное управление можно найти, выбрав наибольшую частную производную, т.е. выражение для максимального достижимого результата будет иметь вид

$$\max \left(\frac{\partial}{\partial \bar{M}} \sum_j x_j, \frac{\partial}{\partial \alpha} \sum_j x_j, \frac{\partial}{\partial n} \sum_j x_j \right),$$

и затем потратить весь управленческий ресурс на изменение параметра, чья производная наибольшая по абсолютному значению.

Рассмотрим модель 1.

Использование линеаризации приводит к следующему выражению для максимума критерия, который может быть достигнут при наличии ресурса R :

$$R \max \left(\frac{n_0 - 1}{n_0} \alpha_0, \frac{n_0 - 1}{n_0} M_0, \frac{n_0 - 2}{n_0^2} \alpha_0 \bar{M}_0 \right).$$

Если выполняется ограничение $0 < \alpha < 1 \leq \bar{M}$, то можно построить управление, которое состоит в том, что всегда следует выделять весь ресурс на изменение параметра α до $\alpha = \alpha_0 + R$, если $\alpha_0 < 1 - R$. Увеличение критерия F будет приблизительно (в силу линеаризации) равно

$$\frac{n_0 - 1}{n_0} R \bar{M}_0,$$

так как наибольшая производная, это

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} \sum_j x_j = \frac{n - 1}{n} \bar{M},$$

потому, что

$$\begin{aligned} R \max \left(\frac{n_0 - 1}{n_0} \alpha_0, \frac{n_0 - 1}{n_0} \bar{M}_0, \frac{n_0 - 2}{n_0^2} \alpha_0 M_0 \right) = \\ R \frac{n_0 - 1}{n_0} \max \left(\alpha_0, \bar{M}_0, \frac{n_0 - 2}{n_0 - 1} \alpha_0 \bar{M}_0 \right) = R \frac{n_0 - 1}{n_0} \max (\alpha_0, \bar{M}_0) = \\ \frac{n_0 - 1}{n_0} R \bar{M}_0, \end{aligned}$$

если $\alpha_0 > 1 - R$. Оптимальное управление состоит в том, чтобы потратить ресурс $1 - \alpha_0$ для увеличения параметра α до 1 и оставшийся ресурс потратить на увеличение параметра $\bar{M}$ до $\bar{M} = \bar{M}_0 + R - 1 + \alpha_0$. Увеличение критерия F будет приблизительно (в силу линеаризации) равно

$$\frac{n_0 - 1}{n_0} \left((1 - \alpha_0)\bar{M}_0 + (R - 1 + \alpha_0)\alpha_0 \right).$$

Рассмотрим модель 2.

Использование линеаризации приводит к следующему выражению для максимума критерия, который может быть достигнут при наличии ресурса R :

$$R \max_{k \in N} \left(\frac{(n_{k0} - 1)\alpha_{k0}}{n_{k0}^2}, \frac{M_{k0}(n_{k0} - 1)}{n_{k0}^2}, \frac{M_{k0}(n_{k0} - 2)\alpha_{k0}}{n_{k0}^3} \right) =$$

$$R \max_{k \in N} \left(\frac{(n_{k0} - 1)\alpha_{k0}}{n_{k0}^2}, \frac{M_{k0}(n_{k0} - 1)}{n_{k0}^2} \right) = R \max_{k \in N} \frac{M_{k0}(n_{k0} - 1)}{n_{k0}^2} \approx R \max_{k \in N} \frac{M_{k0}}{n_{k0}}.$$

Если $n - \sum_j \alpha_{j0} > R$, тогда алгоритм оптимального управления следующий:

1. Произведем присвоение $\bar{M} := \bar{N}$.
2. Выберем агента из $\bar{M}$ с максимальным значением $\bar{M}_{k_0}(n_{k_0} - 1)/n_{k_0}^2$ среди всех агентов в $\bar{M}$. Обозначим такого агента j .
3. Если $1 - \alpha_{j0}$ больше, чем R , то потратить R чтобы увеличить α_j до $\alpha_j = \alpha_{j0} + R$, и завершить алгоритм.
4. Если $1 - \alpha_{j0}$ меньше или равно R , то потратить $1 - \alpha_{j0}$, чтобы увеличить α_j до $\alpha_j = 1$.
5. Присвоим $R := R - 1 + \alpha_{j0}$.
6. Исключим j из $\bar{M}$, и если $\bar{M}$ не пусто и $R > 0$, перейти к пункту 2.

Рассмотрим модель 3.

Воспользовавшись выражением для линейного приближения, выпишем оптимально достижимое значение оптимизируемого критерия при наличии ресурса R :

$$R \frac{n^* - 1}{n^*} \max_{k \in N} \left(\alpha^* w_k^M, \bar{M} w_k^\alpha, \frac{n^* - 2}{n^* - 1} \alpha^* \bar{M}^* w_k^n, \alpha^* \bar{M}_k, \alpha_k \bar{M}^*, \frac{n^* - 2}{n^* - 1} \alpha^* \bar{M}^* \right),$$

где

$$\bar{M}^* = \sum_{j=1}^m \bar{M}_j w_j^{\bar{M}_j}; \quad \alpha^* = \sum_{j=1}^m \alpha_j w_j^\alpha; \quad n^* = \sum_{j=1}^m n_j w_j^n.$$

2.6 Выводы по главе 2

Во второй главе разработана модель информированности и информационного равновесия на ее основе в условиях неполной взаимной информированности агентов о составе системы (обобщенная множественная структура информированности, ОМСИ), способствующая поддержке принятия решений при рефлексивном управлении. Отдельно рассмотрены случаи интервальной неопределенности (когда агентам известен только набор ситуаций (миров), которые являются в его представлении возможными) и вероятностной неопределенности (когда, кроме набора возможных миров, заданы их вероятности с точки зрения агента). Разработаны и исследованы алгоритмы построения и трансформации структур информированности в АСС. Рассмотрены примеры применения ОМСИ в игре со скрытыми коалициями в олигополии Курно и в рефлексивном управлении для игры Таллока.

3 Прикладные модели рефлексивного управления АСС

3.1 Применение рефлексивного управления для достижения консенсуса при поляризации мнений

В данном разделе предложена модель поляризации на основе механизмов манипулирования заявками при распределении бюджета [111].

Идея заключается в том, что у агентов есть целевые значения агрегированного мнения его и других агентов и представления о том, как именно будет происходить агрегирование. В рассмотренной модели агрегирование происходит по модели Френча, т.е. как линейная комбинация начальных мнений агентов с весами, равными их влиятельности. Мнения выражены векторами действительных чисел. Важной особенностью модели является то, что агент выбирает свои действия на основании своего субъективного представления о том, кто именно какой влиятельностью обладает.

Агенты считают, что решение будет принято менеджером на основе агрегирования их мнений, причем агрегирование будет происходить простым суммированием их мнений с весами.

Взаимодействие агентов происходит на основе индикаторного поведения следующим образом:

1. На первом шаге агенты выбирают некоторые значения своих мнений. Эти значения центром не контролируются.
2. Каждый агент, наблюдая за мнениями других агентов, выбирает такое мнение, которое доставляет максимум его функции полезности
3. Если ограничение на количество шагов не достигнуто, то повторяется шаг 2.

Однократным управлением мнениями достичь консенсуса в данной модели невозможно, управлением влиятельностью, если субъективная влиятельность всех агентов совпадает для каждого агента, также в общем случае невозможно.

Однако было найдено управление различием субъективных влиятностей агентов (т.е. различием в том, насколько влиятельным является агент по мнению разных других агентов). Идея заключается в том, чтобы агенты имели бы настолько экстремальные мнения, что агенты, стремясь компенсировать их экстремизм, выбирают мнения, близкие к выгодному центру (при оптимальном размещении мнений экстремальных агентов), и консенсус, разумеется, таким образом оказывается достижим.

Пусть есть три агента и менеджер спрашивает мнение всех агентов об оптимальном, по их мнению, количестве новых агентов участников проекта, затем агрегирует их мнения и включает в свой план по найму.

Агент 1 хотел бы иметь четырех новых участников в проекте, агент 2 считает, что лучше иметь только троих новых участников, а агент 3 уверен, что 10 новых участников — оптимальное количество. Агенты знают настоящие мнения друг друга и пытаются предсказать мнения, которые будут сообщать агенты менеджеру, и его решение.

Описание модели

Рассматривается многоагентная система. Агенты стремятся к тому, чтобы агрегированное мнение всех агентов было как можно ближе к их целевому мнению, цели агентов задаются множеством $\{g_i \in R^2\}$, где g_i — цель i -го агента. Агрегирование мнения агентов будет моделироваться вектором вещественных чисел, а под расстоянием понимается обычное евклидово. Пусть w_i — реальное влияние агента i на агрегированное мнение, тогда обозначим w_{ij} представление j -го агента о влиянии агента i , а функцию агрегированного мнения с точки зрения агента i обозначим h_i .

Обозначим u_i^t представление агента i о своей целевой функции в момент времени t . Отметим, что так как нам важны лишь их стратегии, то какое именно

решение примет менеджер и каковы будут значения целевых функций агентов, не представляет интереса в данном исследовании.

В одномерном случае мнение агента i в момент времени (на этапе рассуждений) t равно $x_i^t \in [0, 1]$. Если мнение агента задается вектором, то k -й элемент мнения агента i в момент времени t обозначим x_{ik}^t .

Матрица представлений агентов о влиянии мнений агентов на решение менеджера

$$W = (1 - a - b)W_0 + aI + bE,$$

где $E(i, j) = 1$ и

$$I(i, j) = \begin{cases} 1 & , \text{ если } i = j \\ 0 & , \text{ если } i \neq j \end{cases}.$$

Представление агента i в момент времени t о своей функции полезности будем считать равным

$$u_i^t = H - | (h_i(y_i) - g_i) | = H - (h_i(y_i) - g_i)^2,$$

где y_i — предсказание агрегированного мнения (и соответственно решения менеджера) агентом i . Если эти предсказания в точности совпадают с наблюдаемым (т.е. агент считает, что другие агенты не изменяют своего мнения), то

$$y_i^t = \frac{\sum_{j \in N} w_{ij} s(x_i^t, x_j^t) x_j^t}{\sum_j w_{ij} s(x_i^t, x_j^t)}, \quad i \notin u,$$

$$s_i(x_i^t, x_j^t) = \begin{cases} 1 & , \text{ если } |x_i^t - x_j^t| \leq r \\ 0 & , \text{ если } |x_i^t - x_j^t| > r \end{cases},$$

где мнение x может быть скаляром из R , вектором из R^m или функцией $R^m \rightarrow R$. Если $r > \max |x_i^{t_i} - x_j^{t_j}|$, тогда модель совпадает с моделью Де Гроота.

Следующие выражения демонстрируют вычисление наилучшего ответа для зависимости взвешенных средних от времени:

$$u_i^t = H_i - \left(\sum_{k \in N} \frac{\sum_{j \in N} w_{ij} s(x_i^t, x_j^t)}{\sum_{j \in N} w_{ij} s(x_i^t, x_j^t)} x_k^t - g_i \right)^2,$$

$$\frac{\partial u_i^t}{\partial x_j^t} = \frac{-2w_{ii}}{\sum_{j \in N} w_{ij}s(x_i^t, x_j^t)} \left(\frac{\sum_{j \in N} w_{ij}s(x_i^t, x_j^t)}{\sum_{j \in N} w_{ij}s(x_i^t, x_j^t)} x_j^t - g_i \right) = 0,$$

$$x_i = \frac{\sum_{j \in N} w_{ij}s(x_i^t, x_j^t)}{w_{ii}} \left(g_i - \frac{\sum_{j \neq i} w_{ij}s(x_i^t, x_j^t)}{\sum_{j \in N} w_{ij}s(x_i^t, x_j^t)} x_j^t \right).$$

Формулировка задачи управления. В качестве целевой функции управляющего центра выберем критерий, насколько мнения агентов близки к консенсусу

$$F = \log \left(\sum_i \sum_j (x_j^T - x_k^T)^2 + 1 \right) \geq 0.$$

Если консенсус достигается, то $F = 0$. Эффективность управления вычисляется по следующей формуле

$$q = h(x_1^0, \dots, x_n^0) - h(x_1^T(u), \dots, x_n^T(u)),$$

где u — управление.

Рассматриваются следующие виды управления: управление мнениями агентов, изменение целей агентов, изменение ограничений на стратегии агентов, изменение представлений агентов о влиятельности других агентов, создание фантомных агентов. Также рассматривается зависящее и не зависящее от времени управление.

Для управления есть несколько эвристик, в том числе:

- Попытаться достичь общего консенсуса, когда все агенты приходят к одинаковому мнению.
- Попытаться разделить группы на группы и достичь консенсуса в группах. Хотя этот подход не позволяет полностью избавиться от проблемы поляризации, он может частично ее нивелировать.

Пусть задано множество n новых фантомных агентов $M = \{n + 1, \dots, n + n\}$, которые влияют на решение менеджера. Рассмотрим управление мнениями через изменение мнений этих фантомных агентов и матрицы представлений о

влиятельности. В этом случае существует управление, приводящее всех агентов к консенсусу. Обозначим общее итоговое мнение агентов x_0 .

Действительно, приведем матрицу представлений о влиятельности к виду

$$W' = \begin{bmatrix} w_1 & 0 & 0 & \dots & 1 - w_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & w_2 & 0 & \dots & 0 & 1 - w_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & w_n & 0 & 0 & \dots & 1 - w_n \\ \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix}.$$

Это разбивает проблему на n меньших проблем взаимодействия пар агентов и фантомных агентов.

Таким образом, получаем управление для достижения консенсуса в целевом мнении. Важно, что реальное влияние фантомного агента было равно нулю, так как в противном случае, следуя алгоритму, не получится достичь консенсуса. Предложенный алгоритм может быть модифицирован для того, чтобы избежать введения фантомного агента, но в этом случае потребуется полный контроль над мнениями не менее чем $n/2$ агентов. В этом случае агенты используются в качестве фантомных, однако в отличие от фантомных агентов мнение управляемых агентов влияет на целевое мнение центра, поэтому их также требуется модифицировать, так как в противном случае консенсус достичь в общем случае нельзя. К сожалению, консенсус в этом случае можно обеспечить только среди неуправляемых агентов — для вообще всех агентов консенсус, вообще говоря, недостижим.

Чтобы достичь консенсуса, следует создать фантомного агента, мнение которого дальше от целевого мнения центра, чем целевое мнение агента, и лежащего с ними на одной прямой в многомерном пространстве. Этот эффект частично описывается выражением "наличие общего врага, объединяет однако

существенное отличие в том, что представление о том, какое именно мнение у врага, для каждого агента свое. Для моделирования в полной мере выражения "наличие общего врага объединяет" следует использовать другие модели. Для такого управления можно рассчитать требуемую влияние фантомного агента. Действительно,

$$x_i = h_i \geq \frac{g_i(w_{ii} + b_i) - w_{ii} \sum_j w_{ij} h_j - w_{ii} w_{ik} u_k}{w_{ii}^2 + b_i},$$

где k — индекс фантомного агента и a_{ik} — его влияние по мнению агента i . Таким образом,

$$w_{ik} u_k \geq \frac{g_i(w_{ii} + b_i) - w_{ii} \sum_j w_{ij} h_j - h_i(w_{ii}^2 + b_i)}{w_{ii}}.$$

Если влияние фиксировано, то

$$u_k = \max \left\{ \frac{g_i(w_{ii} + b_i) - w_{ii} \sum_j w_{ij} h_j - h_i(w_{ii}^2 + b_i)}{w_{ii} w_{ik}} \right\}.$$

Проблема здесь заключается в том, чтобы снизить до нуля влияние агента на принятие решения центром и убедить агентов в том, что это действительно так.

Это управление применимо не только к модели динамики мнений Де Гроота, но и для модели ограниченного доверия, однако при условии, что требуемое для управления мнение фантомного агента не находится слишком далеко от мнения управляемого агента.

Пусть радиус толерантности равен r ; тогда консенсус в заданном мнении не достигим описанным выше управлением, если

$$r < \max \left\{ \frac{g_i(w_{ii} + b_i) - w_{ii} \sum_j w_{ij} h_j - h_i(w_{ii}^2 + b_i)}{w_{ii} w_{ik}} \right\}.$$

Это ограничивает управление воздействием на представление о влиятельности. Следующее условие показывает, что невозможно достичь консенсус этим способом, если доступно управление только мнением и влиянием одного фантомного агента.

$$r < \max \left\{ \frac{g_i(w_{ii} + b_i) - w_{ii} \sum_j w_{ij} h_j - h_i(w_{ii}^2 + b_i)}{w_{ii}} \right\}.$$

Эта грубая оценка может быть выведена из предыдущего выражения, если положить $w_{ik} = 1$, так как влияние ограничено сверху 1. Отметим, что для модели ограниченного доверия аналогичное выражение имеет более сложный вид.

Если допустимо изменение доверия между агентами, сохраняющее доверие к управляемому агенту, то это не изменит условия для минимально необходимого управления, так как все агенты при консенсусе имеют одинаковое мнение, не зависящее от доверия.

Если целевые мнения агентов не находятся на границе допустимых мнений, т.е. $0 < g_{jk} < 1$ для любых j и k , то предложенное управление может привести систему к единому мнению, т.е. $x_0 = \{x_{0j}\}$, если выражение

$$\sum_j (x_{0j} - g_{jk}) \leq r$$

выполняется для любого j .

Это требует использования n фантомных агентов и в общем случае может также потребовать изменения всех элементов в матрице представления о влиянии других агентов.

Таким образом, усилен предложенный в [35] метод управления убеждениями одновременно на случай ограничений на управления и многомерные мнения для решения задачи по достижению консенсуса при поляризации мнений.

3.2 Применения рефлексивного управления при частичной информированности о влиятельности агентов

В данном разделе рассмотрена модель информационного управления в активной сетевой структуре в случае, когда воздействие центра на агента может либо отсутствовать, либо быть равным одинаковой для всех агентов вели-

чине, при этом управляющему центру неизвестны влияния агентов внутри группы. Найдены математические ожидания и дисперсии наилучшего результата управления, на основе которых определены наилучшие и наихудшие для центра параметры АСС. Модель может применяться для описания воздействия рекламных плакатов на жителей городских районов, когда требуется выбрать целевые районы по известной частичной информации о жителях района. Важной особенностью является учет сетевых взаимодействий между жителями cites16 - жители свободно обмениваются своим мнением о рекламируемом товаре или услуге, причем неизвестно заранее кто из жителей с кем общается и кто к чьему мнению прислушивается [116].

Пусть существует управляющий агентами орган – центр, который стремится достичь максимального суммарного значения характеристик агентов $\sum_{i \in N} x_j^i n f$. Пусть, далее, он имеет возможность оказывать на агентов в начальный момент времени управляющие воздействия u_i , изменяющие их характеристики. Тогда суммарное итоговое изменение характеристик агентов (здесь $u = (u_1, \dots, u_n)$):

$$F(u) = \sum_{j \in N} (A^I n f u)_j = \sum_{j \in N} \left(\sum_{i \in N} a_{ij}^i n f \right) u_j = \sum_{j \in N} w_j u_j$$

Функция $F(u)$ представляет собой функцию полезности центра, которую он стремится максимизировать. Видно, что при ограниченных ресурсах на управление (например, если из n компонент вектора u лишь k могут быть отличны от нуля) центру следует воздействовать на агентов с большей влиятельностью. Это даст ему больший итоговый выигрыш.

Далее будем рассматривать (при различных вариантах информированности центра) следующую ситуацию: центр может оказать управляющее воздействие, равное 1, на k агентов, $1 \leq k < n$. На основе модели были сделаны следующие выводы относительно предпочтительности для центра тех или иных структур. Дан анализ модели информационного управления в сетевых структурах. Показана зависимость результата информационного управления как от информи-

рованности управляющего органа (центра), так и от влиятельностей элементов сетевой структуры (агентов). Исследован вопрос о более выгодных для центра структур.

- В случае полной информированности наиболее выгодная для центра сеть, в которой отличны от нуля влиятельности лишь тех агентов, на которых он может воздействовать; наименее выгодная для центра сеть, в которой влиятельности всех агентов одинаковы.
- В случае неинформированного центра наиболее выгодная для него сеть, в которой влиятельности всех агентов одинаковы; наименее выгодная сеть, когда в сетевой структуре имеется единственный элемент, обладающий ненулевой влиятельностью.
- В случае частично информированного центра наиболее выгодная для него сеть, в которой суммарное число агентов в информационных подмножествах, средняя влиятельность в которых отлична от нуля, не превосходит числа агентов, на которых он может воздействовать; наименее выгодная для центра сеть, в которой средние влиятельности во всех информационных подмножествах одинаковы.

Другими словами, в условиях модели справедливы следующие закономерности.

1. Наиболее благоприятной для центра является ситуация, когда влиятельности всех агентов одинаковы.
2. Наименее благоприятной для центра является ситуация, когда все влияние сосредоточено у одного агента.
3. Чем более однородной (в смысле влиятельностей агентов) является сетевая структура, тем более предсказуемыми являются результаты стохастического информационного управления.

Отметим, что закономерности стохастической модели существенно отличаются от результатов для детерминированного случая.

Перспективным направлением дальнейших исследований представляется анализ различных вариантов информированности центра и их влияния на эффективность информационного управления в активных сетевых структурах.

Таким образом результат задается ресурсами центра, его информированностью и свойствами сети.

В случае полной информированности о влиятельностях агентов центру следует, как уже было отмечено, воздействовать на k наиболее влиятельных агентов. Выгодность для центра будем понимать в смысле максимизации его функции полезности (2).

Рассмотрим теперь ситуацию, когда центр обладает информацией о разбиении социальной сети на группы и спутники, и использует ее для повышения эффективности управления.

Будем считать, что центр знает, что социальная сеть содержит ровно N групп и n_s спутников и к какой из групп (или к спутникам) относится каждый агент. Обозначим количество агентов в i -ой группе n_i .

Пусть выбранной центром стратегией является воздействие на k_i случайно выборанных внутри i -ой группы агентов. Как было показано ранее, воздействие на спутников не выгодно центру, поэтому, он не действует ни на одного агента, относящегося к спутникам. Воздействие центра заключается, как и ранее, в увеличении мнения агента ровно на одну единицу.

Утверждение 3.2.1. Значение математического ожидания равно

$$EF = E \left(\sum_{j \in N} w_j u_j \right) = \sum_{j \in N} w_j E(u_j) = \sum_{i=1}^N k_j + \sum_{i=1}^N \left(\sum_{j \in G_i} w_j - n_j \right) \frac{k_i}{n_i}.$$

Обозначим

$$\Delta_m = \frac{2}{n_m(n_m - 1)} \sum_{i>j} (w_i - w_j)^2.$$

Важно отметить, что Δ_m не зависит от действий центра, а определяется только

структурой сети. Выпишем окончательное выражение для дисперсии

$$D \left(\sum_{i \in G_m} w_i u_i \right) = \frac{k_m(n_m - k_m)}{2n_m} \Delta_m,$$

$$DF = \sum_m \frac{k_m(n_m - k_m)}{2n_m} \Delta_m.$$

Следствие Максимум дисперсии достигается при наличии абсолютного диктатора в каждой группе и равен

$$DF_{max} = \sum_m \frac{k_m(n_m - k_m)}{n_m} \frac{(n_m + \beta_m)^2}{n_m} = \sum_m \frac{k_m(n_m - k_m)(n_m + \beta_m)^2}{n_m^2}$$

Выделим явно многокритериальную задачу управления. Ищется такой набор параметров k_i , что

$$n_j \geq k_j \geq 0, \sum_{j=1}^N k_j = k$$

$$DF = \frac{1}{2} \sum_m \Delta_m k_m - \frac{1}{2} \sum_m \frac{\Delta_m}{n_m} k_m^2 \rightarrow \min$$

$$DF = -\frac{1}{2} \sum_m \frac{\Delta_m}{n_m} (k_m^2 - n_m k_m) \rightarrow \min$$

$$DF = -\frac{1}{2} \sum_m \frac{\Delta_m}{n_m} \left(k_m^2 - n_m k_m + \frac{n_m^2}{4} - \frac{n_m^2}{4} \right) \rightarrow \min$$

$$DF = -\frac{1}{2} \sum_m \frac{\Delta_m}{n_m} \left(k_m - \frac{n_m}{2} \right)^2 + \sum_m \frac{\Delta_m n_m}{8} \rightarrow \min$$

Что достигается при

$$\sum_m \frac{\Delta_m}{n_m} \left(k_m - \frac{n_m}{2} \right)^2 \rightarrow \max.$$

При этом выражение для математического ожидания имеет вид

$$EF = \sum_{j=1}^N k_j + \sum_{j=1}^N \beta_j k_j = k + \sum_{j=1}^N \beta_j k_j \rightarrow \max.$$

При заданных $\Delta_m, \beta_m, n_m, k$. Отражающих структуру сети и возможности центра по управлению.

Утверждение 6.2. Для случая двух групп можно выписать оптимальное значение дисперсии достигается при

$$k_1 = \frac{(2\Delta_2 k + \Delta_2 n_2 - \Delta_1 n_2)n_2 n_1}{2(n_2 \Delta_1 + n_1 \Delta_2)},$$

$$k_2 = \frac{(2\Delta_1 k + \Delta_1 n_1 - \Delta_2 n_1)n_2 n_1}{2(n_1 \Delta_2 + n_2 \Delta_1)},$$

причем равенство достигается при

$$k = \frac{\Delta_1(n_1 + n_2) - \Delta_2(n_1 + n_2)}{2(\Delta_1 + \Delta_2)} = \frac{n_1 + n_2}{2}.$$

Таким образом, разработана модель управления мнениями агентов по частичным данным о влиятельности агентов. Такая модель позволяет принимать обоснованные решения о выборе параметров маркетинговых компаний.

3.3 Применение рефлексивного управления для достижения консенсуса при ограниченном доверии

В данном разделе предложено управление для классической модели ограниченного доверия. Идея модели в том, что агенты игнорируют те мнения, которые расположены от их собственных дальше некоторого порога. Также агенты мало доверяют мнениям тех, кто не связан напрямую с ними в социальной сети («незнакомцам») [110].

Разработанный алгоритм управления был верифицирован на нескольких реальных наборах данных [142, 148, 149, 156] и наиболее детально изучен на наборе данных, названном “КН”. Рассматриваемая социальная сеть представлена гиперграфом, где есть несколько типов социальных отношений: отношение получения совета, дружбы, и отношение отправки отчетов, и содержит данные о социальных отношениях между менеджерами в высоко-технологичной компании. Структура данных следующая: (layerID, nodeID, nodeID, weight). Для модели ограниченного доверия обозначим уровень толерантности через r , причем

- a_j, b_j описывают важность доверия самому себе, доверия к незнакомцам для j -го социального взаимодействия соответственно;
- x_i^t — мнение агента i в момент времени t .

Далее, обозначим A_j матрицу доверия j -го социального взаимодействия. Эти матрицы заполняются данными из реальных наборов данных. Затем они используются для построения итоговой матрицы доверия. Формальное выражение для такого агрегирования приведено ниже:

$$A(\emptyset) = \sum_j c_j (1 - a_j - b_j) A_j + c_j a_j \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} + c_j b_j \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{pmatrix};$$

$$A_j(\emptyset) := \{a_{ijk}(\emptyset)\};$$

$$\sum_i c_i = 1 \geq 1 - c_j$$

Модель изменения мнений, использующая матрицу доверия, представлена правилами, описанными ниже:

$$x_i^{t+1} = (1 - w) \frac{\sum_j a_{ij} s(x_i^t, x_j^t) x_j^t}{\sum_j a_{ij} s(x_i^t, x_j^t)} + w x_i^0, \quad i \notin u;$$

$$x_i^{t+1} = u_i(x_1^t, \dots, x_n^t, t + 1), \quad i \in u;$$

$$s_i(x_i^t, x_j^t) = \begin{cases} 1, & |x_i^t - x_j^t| \leq r \\ 0, & |x_i^t - x_j^t| > r \end{cases};$$

где r — радиус толерантности.

Для оценки близости к консенсусу используется следующий критерий консенсуса

$$h(x_1^T, \dots, x_n^T) = \log \left(\sum_j \sum_k (x_j^T - x_k^T)^2 + 1 \right).$$

Для оценки динамики применяется критерий, описанный ниже:

$$h(t, u) = \frac{x_1^T(u), \dots, x_n^T(u)}{h(x_1^0, \dots, x_n^0)},$$

где u — множество индексов лидеров мнений (ЛМ). Также используется критерий неэффективности управления

$$m(u) = h(t, u)/h(t, \emptyset).$$

Идея состоит в размещении мнения лидера мнений (ЛМ) возле наибольшего из мнений и уменьшении его до достижения консенсуса.

Мнение ЛМ должно быть наименьшим из возможных внутри области с радиусом толерантности с центром в максимальном мнении, чтобы постоянно оказывать влияние. Формальный алгоритм представлен ниже.

$$x_i^T(\{1\}) = \begin{cases} \max(\min_{j>1} x_j^{t-1}, \max_{j>1} x_j^{t-1} - r + \varepsilon) & i = 1, \\ x_i^T(\emptyset), & i > 1. \end{cases}$$

Параметр $\varepsilon > 0$ требуется для численного моделирования, чтобы ошибки округления не вывели мнение за пределы области толерантности. Если ошибки округления исключены, то значение ε сможет быть нулевым.

Было рассмотрено влияние доверия агентов

$$(a(\emptyset) + w_i)$$

к лидеру мнений изменением матрицы доверия

$$A(u) := \{a_{ij}(u)\}$$

$$a_{ij}(u) = \begin{cases} a_{ij}(\emptyset), & t \notin u, \\ a_{ij}(\emptyset) + w_i, & i \in u. \end{cases}$$

Численные расчеты показывают, что динамика мнений без управления приводит к пяти кластерам, таким образом, критерий консенсуса стабилизируется, но не в нуле. В то же время, управление монотонно снижает значение этого критерия, объединяет кластеры. Отметим, что это поведение очень хорошо на качественном уровне описывается окном Овертона [167].

Также было найдено, что если радиус толерантности достаточно велик, управление может обеспечить прекрасную сходимость для модели Де Гроота, хотя абсолютный консенсус, тем не менее, не достигается.

Некоторые численные эксперименты также показывают, что сходимость очень высока для модели ограниченного доверия на базе модели Де Гроота. Это является результатом высокого доверия незнакомцам и уверенности в себе. Однако даже в этом случае дополнительное управление позволяет улучшить параметры сходимости к консенсусу.

Таким образом, предложен улучшение метода достижения консенсуса при ограниченном доверии и исследовать его свойства.

3.4 Применение рефлексивного управления для использования датчиков умного города

В данном разделе описана технология использования датчиков умного города.



Рисунок 3 – Пример работы программного комплекса

Основная идея заключается в том, что при наличии детекторов на светофорах, а также других машинах, наличие машин даже за препятствиями становится известным бортовому компьютеру. Так как расположение улиц, проезжих частей улиц известно, а также известны марки и цвета машин, то изображение машин с их правильной ориентацией и местоположением можно нанести на экран автомобиля поверх изображения препятствия.

Разработанное решение обеспечивает прозрачность с помощью дополненной реальности, виртуальным снижением прозрачности препятствий, в частности зданий. Особенно большой эффект может быть достигнут при наличии детальной модели улиц. Основная идея в том, что можно сформировать базу данных машин разных моделей и, обнаружив, что машина расположена в заданной точке и имеет заданную ориентацию, ее можно нарисовать с любой точки наблюдения, даже если есть только одна реальная камера наблюдения. Аналогично можно синтезировать модель пешеходов, используя некоторые упрощения в изображении. Такая система предоставляет водителю полный контроль над дорогой в удобном для восприятия графическом виде.

Существует проблема моделирования размышлений агентов, когда надо не только показать машину за препятствием, но и указать, установлена ли на ней система наблюдения за невидимыми за зданиями машинами. Это легко выпол-

няется с помощью обычного бинарного индикатора, таким образом в дорожной ситуации реализуется двух-уровневая модель рефлексии, когда все машины с установленным программным обеспечением видят друг друга и все другие машины, при этом знают, на каких машинах такая надстройка есть, а где ее нет, а машины без такой надстройки видят только то, что не скрыто препятствиями. В такой системе водители более продвинутых машин не всегда оказываются в более выгодном положении, чем водители более простых машин, несмотря на преимущество в информированности, однако в целом это повышает безопасность движения.

Разработан программный стенд для численного моделирования на базе Unity и представлен сотрудникам компаний ZF (г. Бирмингем, Великобритания) и Microcab (г.Ковентри, Великобритания) [41].

Таким образом, разработана концепция когнитивной помощи при принятии решений. Большинство необходимых компонентов для реализации ее в виде готового комплекса присутствуют на рынке и даже внедрены в систему дорожного движения, однако реализация в виде такого комплекса пока отсутствует на рынке.

Таким образом, предложен эффективный метод для снижения аварийности в транспортной системе на основе разработанной модели информированности.

3.5 Применения рефлексивного управления для скрытого поиска объекта группой подводных роботов

В данном разделе описана модель координации автономных необитаемых подводных аппаратов (АНПА) при скрытом поиске и связанные с ней алгоритмы [109]: алгоритм встреч, алгоритм каскадов, алгоритм плотной группы, алгоритм регулярного посещения базы, алгоритм выделенного АНПА. Также доказано утверждение о сравнении алгоритмов. Условия поиска следующие: известно, что на дне в мутной воде находится искомый объект, группе АНПА

следует его найти и вернуться на базу. При этом общаться между собой запрещено условиями соблюдения скрытности. Также, собравшись вместе в малом объеме, они представляют из себя легко обнаруживаемую сканерами цель, чего следует избежать. Задача состоит в минимизации времени поиска объекта и возвращения на базу.

Особенностью поиска является именно требование возвращения всех АНПА на базу, поэтому возникает вопрос об оптимальном скрытном способе оповещения осуществляющих поиск АНПА. Показано превосходство по некоторым из критериев алгоритма достижения полной информированности дронов, при котором иногда не требуется непосредственный контакт дронов для передачи информации. В процессе исследования был разработан программный комплекс.

Изображение одного из моментов работы комплекса моделирования показано на рисунке. Комплекс разработан на программном обеспечении РДС (разработчик РДС - ИПУ РАН).

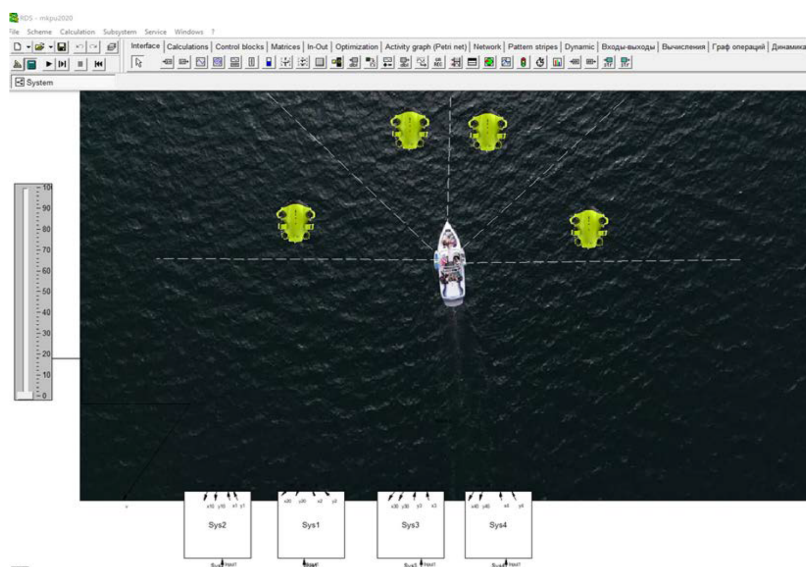


Рисунок 4 – Пример работы программного комплекса

Формальное описание критериев и задачи приведено ниже.

Обозначения

- Расположение объекта z .

- Без ограничения общности считаем, что начальная и конечная точка движения АНПА расположена в точке $(0; 0)$.
- dx — максимальная ошибка в определении своего месторасположения.
- $S(x)$ — область, наблюдаемая АНПА, расположенным в точке x .
- $R(x)$ — область, в которой доступна передача сигнала для АНПА в точке x .
- p — вероятность повреждения АНПА, препятствующего дальнейшему движению.
- c_m — затраты топлива при поиске объекта.
- c_v — затраты топлива при движении.
- v_s — максимальная скорость поиска АНПА.
- v_m — максимальная скорость движения АНПАа.
- $e_i(t)$ — индикатор того, что i -ый АНПА в момент времени t верит, что объект найден.
- $h_i(T)$ — множество индексов АНПА в момент времени такой, что АНПА i знает, что каждый АНПА j в этом множестве знает, что $e_j(t)$ для любого $t < T$.
- $x_i(t, h_i(t), e)$ — расположение i -го АНПА в момент времени t .

Условия

1. Условия поиска $x_i(t) \in S, \forall t, i$.
2. Начальные условия $x_i(0) = y_i(0) = e_i(0) = 0, \forall i$.
3. Условие возвращения $\forall i, t > T_j, x_j(t) = 0, e_j(t) = 1$.

Описание эпистемической модели и фантомного агента приведено ниже.

Наиболее важным аспектом в модели также является распространение информации о том, что объект найден. Сложность оптимального алгоритма можно представить, рассмотрев задачу в таком виде, - есть объекты, законы движения которых известны, и надо одним объектом подойти последовательно к каждому из них на сколь угодно малое расстояние - уже это делает задачу NP-полной в силу того, что указанная постановка строго обобщает задачу коммивояжера.

Рассмотрение можно начать с условия $e_i(t) = 0$, если i -ый АНПА верит, что объект найден, и $e_i(t) = 1$, если нет, а также условия успеха: должны быть t, i такие, что $z \in S(x_i(t))$.

1. Условие на то, что АНПА не может знать, что объект найден, до того, как объект найден хотя бы одним АНПА, т.е., формально: $e_j(t) = 0, \forall t, j : \neg \exists t_0 < t : z \in S(x_i(t_0))$.
2. Условие на монотонность знания: $e_i(t) = 1, \forall t > t_i : x \in S(x_i(t_i))$.
3. Условие на передачу знания только через контакт (только для некоторых алгоритмов): $e_j(t) = 1$, если существует $i_1, t_1, i_2, \dots, i_n$, такие, что $e_{i_1}(t_1) = 1$.
4. Сближение дронов для передачи информации (для некоторых алгоритмов): $|x_{ik}(t_k) - x_{i_{k+1}}(t_k)| < R$.

Будем предполагать, что из $e_i(t) = 1$ следует, что i -ый АНПА движется с постоянной максимальной скоростью v_m , пока он не достигнет базы в точке $(0, 0)$. Однако условие $e_i(t) = 0$ не означает, что i -ый АНПА движется со скоростью v_s , так как оптимальным может оказаться движение без поиска для коммуникации с другими АНПА.

Обычный алгоритм с возвращением. АНПА время от времени возвращаются на базу проверить, не закончен ли поиск или не найден ли объект. Такой

алгоритм очень затратен по времени и топливу, при этом чем дольше длится поиск и чем дальше удаляются АНПА от базы, тем он более затратен.

1. Алгоритм 3.6.1 (с курьером). Выбирается один из АНПА (дронов), который освобожден от задач поиска и полностью сконцентрирован на движении между дронами для проверки условия завершения поиска. При этом это может быть скомбинировано с идеей запланированных встреч — если дрон-курьер не находит в запланированной точке в запланированное время другого дрона, он делает вывод, что тот нашел объект, и начинает информировать других дронов (или возвращаться с этой новостью на базу, а дрон, нашедший объект, информирует других дронов), также и дроны, осуществляющие поиск, обнаружив отсутствие дрона-курьера (или встретив его, но с новостью об окончании поиска) делают вывод о том, что объект найден. Этот алгоритм весьма затратен по времени и топливу, так как есть дрон, не осуществляющий поиск, но постоянно находящийся в движении. Однако такой алгоритм может быть очень эффективен, если дроны явно специализированы — дроны, осуществляющие поиск, очень медленные, а дрон-курьер тратит существенно меньше топлива и времени на передвижение.

2. Алгоритм 3.6.2 (высокоскоростного каскада). Дрон, нашедший объект, двигается к ближайшему дрону, вместо движения на базу. Далее — передав информацию другому агенту, или двигается на базу, или к следующему — в этом случае возникает каскад, скорость распространения которого может достигать высоких значений, ограничением, однако, является двумерность расположения дронов. Этот алгоритм превосходит все остальные (кроме алгоритма плотного роя) в скорости возвращения всех дронов на базу, однако несколько проигрывает в минимальном времени сообщения центру координат искомого объекта. Также алгоритм существенно проигрывает алгоритму запланированных встреч по топливу.

3. Алгоритм 3.6.3 (запланированных встреч). Дроны синхронизируют свои траектории таким образом, чтобы время от времени встречаться на гра-

нице индивидуальных зон поиска. При этом если дрон обнаруживает объект — он по кратчайшему пути двигается на базу, а другие дроны узнают о том, что объект найден, когда любой из дронов не приходит на запланированную встречу. В некотором смысле такой алгоритм создает каскад, однако в отличие от алгоритма высокоскоростного каскада распространение информации медленнее, особенно если территория большая и запланированные встречи происходят относительно редко. Анализ показал, что алгоритмы 3 и 4 имеют преимущество над остальными: 3 наиболее экономичен, а 4 — быстрее сообщает центру координаты объекта, однако проигрывает по времени возвращения всех дронов на базу. Важный момент, отличающий алгоритм запланированных встреч, состоит в том, что информация передается без физического контакта между дронами.

4. Алгоритм 3.6.4 (плотного роя). Все дроны двигаются рядом с одинаковыми по направлению и абсолютной величине скоростями. Этот алгоритм имеет наилучшие показатели по потреблению топлива и времени, однако существенно проигрывает по скрытности.

Рассматриваемые алгоритмы, кроме первого, очень чувствительны к точности определения координат. Обычный алгоритм с возвращением на базу устойчив к шуму, если шум не мешает ему возвращаться на базу. Пусть S меньше, чем круг радиусом R . В этом случае модификация алгоритмов может состоять в том, чтобы подождать некоторое время в точке встречи.

Модификация для высокоскоростного каскада может состоять в сканировании точки, возле которой предполагалась встреча дронов. Это довольно естественная модификация и она также может подойти для алгоритма с запланированными встречами.

Другим решением для алгоритма с запланированными встречами может быть распределение ролей между дронами — один из дронов находится в точке неподвижно, в то время как другой предпринимает попытки найти его. Если такой поиск в течение некоторого времени не дал результатов, встреча считается несостоявшейся. Чем больше возможный шум, тем большее время ожидания на

месте встречи. Модификации для алгоритма высоко-скоростного каскада более сложные. Могут быть следующие варианты в зависимости от шума.

Дрон может искать его или просто подождать, пока он вернется. К сожалению, в этой версии алгоритма нет гарантии, что встреча состоится, если искать будут оба, поэтому есть смысл одному из дронов оставаться на месте. Отличие от алгоритма запланированных встреч в том, что отсутствие другого дрона не является сигналом того, что поиск объекта завершен, кроме того, можно предусмотреть больше точек для встреч.

Алгоритм плотного роя позволяет успешно бороться с шумом, так как все дроны находятся возле друг друга, если только скорость поиска не равна скорости движения — в этом случае некоторые дроны могут отстать и это останется незаметным, однако может быть нивелировано чрезмерной заметностью такого роя и свести на нет его преимущества.

Есть несколько вариантов модификаций алгоритмов поиска и оповещения:

- Первый состоит в том, что дроны время от времени возвращаются на базу подтвердить свою работоспособность. Однако это требует очень больших затрат топлива и времени.
- Второй подход состоит в том, чтобы дроны время от времени проверяли состояние друг друга — такой подход требует много времени и затрат топлива, но менее устойчив к случайным отклонениям от траектории.
- Надежным способом является использование дронов парами, но это увеличивает заметность и существенно снижает скорость поиска.
- Режим запланированных встреч можно модифицировать следующим образом. Если дрон обнаруживает, что другой дрон не прибыл на место встречи, то он делает вывод и принимает одно из двух решений:

- вернуться на базу, так как неявка другого дрона может означать, что объект найден:

- перейти на траекторию непришедшего дрона для буксировки его на базу.

Исследования всех этих случаев являются перспективными для последующего изучения.

Так как могут существовать поломки у дронов, то может потребоваться отдельный, не исследованный здесь, алгоритм для их эвакуации. Очень интересно, но также не исследовано, как количество агентов и форма областей поиска будет влиять на эффективность поиска.

Все они имеют в своей основе идею разделения множества дронов на несколько групп с возможным дальнейшим более мелким разбиением на подгруппы.

1. Могут быть дополнительные точки сбора не только на базе, но и в центре расположения групп, что тесно связано с идеей алгоритма k -средних.
2. Может быть меньше (или больше) точек запланированных встреч, если агенты разделены на группы.
3. Может запускаться каскадный механизм распространения.
4. Некоторые точки могут быть точками запланированных встреч для нескольких дронов.

3.6 Выводы по главе 3

В третьей главе разработаны и исследованы прикладные модели, показывающие применимость ОМСИ для рефлексивного управления в социальных, экономических, технических системах. Рассмотрено применение рефлексивного управления в следующих ситуациях: для достижения консенсуса при поляризации мнений, при частичной информированности о влиятельности агентов, для

достижения консенсуса при ограниченном доверии, для использования датчиков умного города, для скрытного поиска объекта группой подводных роботов

Заключение

В процессе работы над диссертацией были получены следующие результаты:

1. Разработаны и исследованы аналитические модели описания информированности агентов при помощи ОМСИ, обеспечивающие возможность рефлексивного управления в условиях неполной взаимной информированности агентов о составе АСС.
2. Сформулирован и доказан ряд математических утверждений о свойствах информационных процессов, моделируемых при помощи ОМСИ.
3. Разработаны компьютерные методы описания информированности агентов при помощи ОМСИ для случаев, сложных для аналитического исследования.
4. Исследован ряд прикладных задач рефлексивного управления активными сетевыми структурами различного типа.

Список литературы

- [1] Аристотель. Об истолковании. Сочинения в 4 томах // Проблемы передачи информации. — 1978. — т. 4. — с. 91—116.
- [2] Бурков В.Н. Основы математической теории активных систем. М.: Наука, 1977. — 255 с.
- [3] Бурков В.Н., Новиков Д.А. Теории активных систем 50 лет: история развития // Теория активных систем. Материалы международной научно-практической конференции.— 2019. — С. 18-19.
- [4] Бурков В., Федянин Д., и др. Модели и структура управления разработкой и внедрением инновационных средств и технологий (на примере железнодорожного транспорта) I. Механизмы отбора приоритетных проектов и распределения ресурсов // Управление большими системами. —2018. — С. 81—107.
- [5] Ван Ч., Мазалов В. В., Гао Х. Управление динамикой мнений и консенсус в социальной сети. Математическая теория игр и её приложения. . — 2020.— №.4. — С. 24-39.
- [6] Гермейер Ю. Б., Моисеев Н. Н. О некоторых задачах теории иерархических систем управления. В сб. «Пробл. прикл. матем. и механ.» М.—1971. — С. 30-44.
- [7] Гермейер Ю. Б., Ватель И. А. Игры с иерархическим вектором интересов. Известия Академии наук СССР. Техническая кибернетика. —1974. —№.3 .—С. 54-69.
- [8] Гермейер Ю. Б., Морозов В. В., Сухарев А. Г., Фёдоров В. В. Задачник по исследованию операций| место=| издательство. Журнал вычислительной математики и математической физики. — 1973. —13(6). — С. 1459-1468.

- [9] Гладкова М. А., Зенкевич Н. А. Теоретико-игровая модель управления качеством в условиях конкуренции. Управление большими системами: сборник трудов. –2010. – №.1. – С. 239-262.
- [10] Гонтарев А.В, Чхартишвили А.Г. О явных и скрытых коалициях в рефлексивных играх // Управление большими системами: сборник трудов. – 2009. – №.26. –С. 47-63
- [11] Губанов Д.А., Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г. Социальные сети: модели информационного влияния, управления и противоборства. М.: Издательство физико-математической литературы. –2010. – 228 с.
- [12] Гусев В., Мазалов В. В. Оптимальные стратегии в игре патрулирования на графе. Вестник Санкт-Петербургского университета. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. – 2015. – №.2. –С. 61-77.
- [13] Ермолин Н. А., Мазалов В. В., Печников А. А. Теоретико-игровые методы нахождения сообществ в академическом Вебе. Информатика и автоматизация. – 2017. – №.6. – С. 237-254.
- [14] Корепанов В. Модели рефлексивного группового поведения и управления. – ИПУ РАН, 2011. – 113 с.
- [15] Жилякова Л. Ю. Графовые динамические модели и их свойства. Автоматика и телемеханика. –2015. – №.8. –С. 115-139.
- [16] Жилякова Л. Ю. Сетевая модель распространения нескольких видов активности в среде сложных агентов и её приложения. Онтология проектирования. – 2015. – №.5. – С. 278-296.
- [17] Зуев А.С., Федянин Д.Н. Модели управления мнениями агентов в социальных сетях // Проблемы управления. – 2011. – № 2. – С. 37–45.

- [18] Колмогоров А.Н. Три подхода к определению понятия «Количество информации» // Проблемы передачи информации. — 1965. — т. 1. — С. 3—11.
- [19] Корепанов В.О., Новиков Д. А. Метод рефлексивных разбиений в моделях группового поведения и управления. // Проблемы управления. —2011. — С. 21-32.
- [20] Корепанов В.О. Управление рефлексивным поведением агентов в модели олигополии Курно. // Управление большими системами: сборник трудов. — 2010 — С. 225-249.
- [21] Кузнецов О. П. Однородные ресурсные сети I. Полные графы. Автоматика и телемеханика. —2009. — №.11. — С. 136-147.
- [22] Кузнецов О. П. Сложные сети и распространение активности. Автоматика и телемеханика. —2015. — №.12. — С. 3-26.
- [23] Кузнецов О. П., Суховеров В. С., Шипилина Л. Б. Онтологии в современных информационных системах. Датчики и системы. — 2011. — №. 8. — С. 67-77.
- [24] Кузнецов О. П. Графы логических автоматов и их преобразования. Автоматика и телемеханика. —1975. — №.9. — С. 149-158.
- [25] Кузнецов О. П. Асинхронные многоагентные многосортные системы. Автоматика и телемеханика. —2021. —№.2. —С. 132-148.
- [26] Лепский В. Е. Рефлексия пандемии COVID-19: субъектно-ориентированный подход //Экономические стратегии. — 2020. — Т. 22. — №. 8. — С. 66-71.
- [27] Лепский В. Е., Степанов А. М. Особенности рефлексивных процессов в культовых организациях //Рефлексивный подход: от методологии к практике. — 2022. — С. 418.

- [28] Лепский В. Е. Рефлексивные аспекты в эволюции представлений об управлении // Рефлексивные процессы и управление. – 2012. – Т. 12. – №. 1. – С. 26.
- [29] Лефевр В. А., Баранов П. В., Лепский В. Е. Внутренняя валюта в рефлексивных играх // Рефлексивный подход: от методологии к практике. – 2009. – С.180-186.
- [30] Лефевр В.А. Конфликтующие структуры. М.: Советское радио. – 1973. – 158 с
- [31] Лефевр В.А. Кибернетика второго порядка в Советском Союзе и на западе // Рефлексивные процессы и управление. – 2002. – Том 2. - №.1. – С. 96 – 103.
- [32] Мазалов В. В., Токарева Ю. С. Математическая теория игр и её приложения // Autom. Remote Control. – 2014. – Т. 75. – №. 10. – С. 1848-1860.
- [33] Мазалов В. В., Реттиев, А. Н. Равновесие по Нэшу в задачах охраны окружающей среды. Математическое моделирование. – 2006. – 18. – С. 73-90.
- [34] Мазалов В. В., Менчер А. Э., Токарева Ю. С. Переговоры. Математическая теория. 2012
- [35] Новиков Д., Чхартишвили А. Рефлексия и управление: математические модели. Издательство физико-математической литературы. – 2013. — 412 с.
- [36] Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г. Рефлексивные игры. М.: Синтез, 2003. – 160 с.
- [37] Новиков Д.А. Игры и сети. Математическая теория игр и её приложения. – 2010. – №.1. – С. 107-124.

- [38] Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г. Информационное равновесие: точечные структуры информированности // Автоматика и Телемеханика. – 2003. – № 10. – С. 111 – 122.
- [39] Парилина Е. М. Устойчивая кооперация в стохастических играх. Математическая теория игр и её приложения. – 2010. – №.3. – С. 21-40.
- [40] Петросян Л.А., Зенкевич Н.А., Семина Е.А. Теория игр. М.: Высшая школа, 1998. – 304 с.
- [41] Савельев А. И. Проблемы применения законодательства о персональных данных в эпоху «Больших данных» (Big Data) // Право. Журнал Высшей школы экономики. — 2015. — С. 43—46.
- [42] Сунь Ф., Парилина Е. М., Гао, Х. Индивидуальная устойчивость коалиционных структур в играх трех лиц// Математическая теория игр и её приложения. – 2019. – №.1. – С. 73-95.
- [43] Управление устойчивым развитием активных систем : монография / Г.А. Угольницкий ; Южный федеральный университет. – Ростов-на-Дону : Издательство Южного федерального университета. —2016. – 940 с.
- [44] Угольницкий Г. А., Усов А. Б. Исследование дифференциальных моделей иерархических систем управления посредством их дискретизации// Автоматика и телемеханика, 2013. —№.2. —С. 109-123.
- [45] Угольницкий Г. А., Усов А. Б. Математическая формализация методов иерархического управления эколого-экономическими системам// Проблемы управления. – 2007. – №.4. – С. 64-69.
- [46] Федянин Д., Чхартишвили А.Г. Об одной модели информационного управления в социальных сетях // Управление большими системами. —2010. — С. 265—275.

- [47] Федянин Д., Чхартишвили А.Г. Консенсус в социальной сети со сложными узлами // Управление большими системами. — 2016. — С.137—150.
- [48] Федянин Д.Н., Чхартишвили А.Г. Обобщенная множественная структура информированности // Управление большими системами. Выпуск 109. М.— ИПУ РАН, — 2024. — С.6-20.
- [49] Achimescu A., Baltag A., Sack J. The probabilistic logic of communication and change // Journal of Logic and Computation. — 2019. — Vol. 29. —N. 7. — P. 1015-1040.
- [50] Ågotnes T., van Ditmarsch H., French T. The undecidability of quantified announcements // Studia Logica. — 2016. — Vol. 104. —N. 4. — P. 597-640.
- [51] Algazin G. I., Algazina Y. G. Reflexive dynamics in the Cournot oligopoly under uncertainty. Automation and Remote Control. — 2020.— Vol. 81. — P. 287-301.
- [52] Alparslan-Gök S. Z., Miquel S., Tijs S.H. Cooperation under interval uncertainty. Mathematical Methods of Operations Research. — 2009. — Vol. 69. — P. 99-109.
- [53] Altafini C., Ceragioli F. Signed bounded confidence models for opinion dynamics. Automatica.— 2018. —Vol. 93.— P. 114-125.
- [54] Artemov S., Nogina E. Introducing justification into epistemic logic // Journal of Logic and Computation. —2005. — Vol. 15. — N. 6. — P. 1059-1073.
- [55] Artemov S. Knowing the model. // arXiv preprint arXiv:1610.04955 — 2016.
- [56] Artemov S. Observable models //International Symposium on Logical Foundations of Computer Science. — Springer, Cham. — 2020. — P. 12-26.
- [57] Aucher G. et al. Global and local graph modifiers //Electronic Notes in Theoretical Computer Science. — 2009. — Vol. 231. — P. 293-307.

- [58] Aumann R. Interactive Epistemology I: Knowledge // International Journal of Game Theory. | 1999. – No. 28. – pp. 263–300.
- [59] Aumann R.J. Agreeing to Disagree // The Annals of Statistics. – 1976. – Vol. 4. – N. 6. – P. 1236 – 1239.
- [60] Aumann R.J., Brandenburger A. Epistemic Conditions for Nash Equilibrium // Econometrica. 1995. – Vol. 63. – N 5. – P. 1161 – 1180.
- [61] Baltag A. Introducing justification into epistemic logic // Proceedings of the ILLC Workshop on Logic and Games. – 1999. – P. 19–20.
- [62] Baltag A., Moss L. Logics for epistemic programs // Synthese. – 2004. – No. 139. – P. 165-224.
- [63] Baltag A., Smets S. Reasoning about Quantum Information: An Overview of Quantum Dynamic Logic // Applied Sciences. – 2022. – Vol. 12. – N. 9. – P. 4458.
- [64] Baltag A., et al. The topology of belief, belief revision and defeasible knowledge // International Workshop on Logic, Rationality and Interaction. – 2013. – P. 27- 40.
- [65] Baltag A., et al. Dynamic epistemic logics of diffusion and prediction in social networks // Studia Logica. – 2019. – Vol. 107. – No. 3. – P. 489-531.
- [66] Baltag A., et al. A dynamic logic for learning theory // Journal of Logical and Algebraic Methods in Programming. – 2019. – Vol. 109. – P. 100485.
- [67] Baltag A., Smets S. A qualitative theory of dynamic interactive belief revision // Logic and the foundations of game and decision theory (LOFT 7). – 2008. – Vol. 3. – P. 9-58.

- [68] Baltag A. et al. The topology of belief, belief revision and defeasible knowledge //International Workshop on Logic, Rationality and Interaction. – Springer, Berlin, Heidelberg. – 2013. – P. 27-40.
- [69] Baltag A. A logic for games //Proceedings of the ILLC Workshop on Logic and Games. ILLC Prepublications Series. – ILLC, Amsterdam, 1999. – P. 19-20.
- [70] Browne M., Clarke E., Grumberg O. Characterizing finite Kripke structures in propositional temporal logic // Theoretical computer science. – 1988. – Vol. 59. – N. 1. – P. 115-131.
- [71] Baltag A. et al. Dynamic epistemic logics of diffusion and prediction in social networks //Studia Logica. – 2019. – T. 107. – N. 3. – P. 489-531.
- [72] Baltag A. et al. Logical models of informational cascades //Studies in Logic. – 2013. – T. 47. – P. 405-432.
- [73] Baltag A., Rad S. R., Smets S. Learning Probabilities: Towards a Logic of Statistical Learning //Electronic Proceedings in Theoretical Computer Science. – 2019. – Vol. 29. – P. 35-49.
- [74] Baltag A. et al. A dynamic logic for learning theory //Journal of Logical and Algebraic Methods in Programming. – 2019. – Vol. 109. – P. 100485.
- [75] Barabási A. L., Bonabeau E. Scale-free networks. Scientific american. – 2003. – Vol. 288. – N. 5. – P. 60-69.
- [76] Baral C., et al. Epistemic planning // Dagstuhl Reports. – Schloss Dagstuhl-Leibniz-Zentrum fuer Informatik. – 2017. – 47 p.
- [77] Beavis B., Dobbs I. M. Static Optimization. Optimization and Stability Theory for Economic Analysis. New York: Cambridge University Press. – 1990. – P. 32–72.

- [78] Bollobás B., Bollobás B. Random graphs. Springer New York. – 1998. – P. 215-252.
- [79] Bonanno G. Axiomatic characterization of the AGM theory of belief revision in a temporal logic //Artificial Intelligence. – 2007. – Vol. 171. –N. 2-3. – P. 144-160.
- [80] Brandenburger A., Dekel E. Hierarchies of Beliefs and Common Knowledge // Journal of Economic Theory. – 1993. – Vol. 59. – P. 189 – 198.
- [81] Brânzei S., Larson K. Social distance games // The 10th International Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems. – 2011 . – Vol. 3. – P. 1281-1282.
- [82] Broersen J. Modeling attempt and action failure in probabilistic stit logic //Twenty-Second International Joint Conference on Artificial Intelligence. – 2011. – P. 792.
- [83] Boros E. et al. Acyclic, or totally tight, two-person game forms: Characterization and main properties //Discrete mathematics. – 2010. – Vol. 310. – N. 6-7. – P. 1135-1151.
- [84] Cruz A. et al. A Fuzzy Semantic for BDI Logic //Fuzzy Information and Engineering. – 2021. – P. 1-15.
- [85] Bure V. M., Parilina E. M., Sedakov A. A. Consensus in a social network with two principals. Automation and Remote Control. – 2017. – Vol. 78. – P. 1489-1499.
- [86] Cabalar P., Fandinno J., Garea, J. et al. A solver for epistemic logic programs. Theory and Practice of Logic Programming. – 2020. – Vol. 20. – N 6. – P. 834-847.

- [87] Camerer C., Ho T., Chong J. A Cognitive Hierarchy Model of Games // The Quarterly J. of Economics. 2004. — N. 8. — P. 861 – 898.
- [88] Chkhartishvili A.G., Korepanov V.O.. Adding Informational Beliefs to the Players Strategic Thinking Model // IFAC-PapersOnLine. – 2016. –Vol. 49. – N. 32. – P. 19-23.
- [89] Christoff Z., Hansen J. U., Proietti C. Reflecting on social influence in networks. Journal of Logic, Language and Information. –2016. – N. 25. – P. 299-333.
- [90] Cormen T. H., Leiserson C E., Rivest R.L., Stein S. Introduction to Algorithms (3rd ed.). MIT Press and McGraw-Hill. – 2009. – 1292 p.
- [91] Curtis F.E., Que X. A Quasi-Newton Algorithm for Nonconvex, Nonsmooth Optimization with Global Convergence Guarantees”, Mathematical Programming Computation. –2015. – Vol. 7. – N. 4. – P. 399–428.
- [92] De Bruin B. Explaining games: the epistemic programme in game theory. – Springer Science, Business Media. – 2010. – 178. p.
- [93] De Bruin B. Overmathematisation in game theory: pitting the Nash Equilibrium Refinement Programme against the Epistemic Programme //Studies in History and Philosophy of Science Part A. – 2009. – Vol. 40. – N. 3. –P. 290-300.
- [94] De Bruin B. Game theory in philosophy //Topoi. – 2005. – Vol. 24. –N. 2. – P. 197-208.
- [95] DeGroot M. H. Reaching a Consensus // Journal of the American Statistical Association. – 1974.. – Vol. 69. – N. 345. – P. 118-121.
- [96] Dissing L., Bolander T. Implementing Theory of Mind on a Robot Using Dynamic Epistemic Logic //IJCAI. – 2020. – P. 1615-1621.

- [97] Dubois D., Prade H. A survey of belief revision and updating rules in various uncertainty models //International Journal of Intelligent Systems. – 1994. – Vol. 9. – N. 1. – P. 61-100.
- [98] Dubois D., Prade H. A survey of belief revision and updating rules in various uncertainty models // International Journal of Intelligent Systems. – 1994. – Vol. 9. – N. 1. – P. 61-100.
- [99] Dutta, B., Jackson, M. O. (Eds.). Networks and groups: Models of strategic formation. Springer Science Business Media. – 2013. – 496 p.
- [100] Epstein S., Naumov P. Epistemic Logic of Know-Who //Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence. – 2021. – Vol. 35. – No. 13. – P. 11479-1148.
- [101] Fagin R., Geanakoplos J., Halpern J., Vardi M. The Hierarchical Approach to Modeling Knowledge and Common Knowledge // International Journal of Game Theory. – 1999. – Vol. 28. – P. 331 – 365.
- [102] Fagin R., Halpern J. Y. Reasoning about knowledge and probability //Journal of the ACM (JACM). – 1994. – Vol. 41. – N. 2. – P. 340-367.
- [103] Fagin R. et al. Reasoning about knowledge. – MIT press. – 1995. – 544p.
- [104] Fedyanin D., Chkhartishvili A. A model of informational control in active network structures in case of an incomplete awareness of the principal // Automation and Remote control. – 2013. – N. 74. – P. 2155–2162.
- [105] Fedyanin D. Logic for Chkhartishvili-Novikov Structures of Beliefs // International Journal of Unconventional Computing. – 2020. –Vol. 15. – N. 4. – P. 259.
- [106] Fedyanin D., Vershinin Y. On Distributed Reflexive Complex Mechanisms of Decision-making in a Transportation System of a Smart city // International

- Journal of Engineering and Technology. — 2018. — Vol. 7. — N. 2.28. —P. 164–167.
- [107] Fedyanin D. Models of Optimal Control in Tullock Rent-Seeking Game // Contributions to Game Theory and Management. — 2020. — Vol. 13. — P. 132–141.
- [108] Fedyanin D. N. Informational structures for hidden coalition equilibria // Proceedings of 8th International Conference on Control, Decision and Information Technologies (CoDIT). — 2022. — P. 712–717.
- [109] Fedyanin D. N. Algorithms for coordination of autonomous underwater drones searching for a hidden object when no long-range communication is allowed // Journal of Physics: Conference Series. — 2021. — Vol. 1864. — P.012045.
- [110] Fedyanin D. N. On control for reaching a consensus in multiagent systems with bounded opinion updates // Proceedings of the 14th International Conference "Management of Large-Scale System Development" (MLSD). — 2021. — P. 1-5.
- [111] Fedyanin D. N. Reaching a consensus in polarized social networks // Proceedings of the 3rd International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency (SUMMA). — 2021. — P. 366-371.
- [112] Fedyanin D. N. Predictions of Additional Efforts Caused by Social Interactions Among Employers // Proceedings of the 2nd International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency (SUMMA). — 2020. — P. 184–189.
- [113] Fedyanin D. N. Model of Management of Artificial Social Network with Large Amount of Reflective Agents // Proceedings of the 11th International Conference "Management of Large-Scale System Development" (MLSD). — 2018. —P. 1-5.

- [114] Fedyanin D. N. Ordering in games with reduced memory and planning horizon of players // Trends in Mathematics. — 2021. — P. 99–118.
- [115] Fedyanin D. Information Control in Reflexive Games with players Preliminary Informational Interactions / Proceedings of the 1st International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency (SUMMA2019). — Lipetsk. — IEEE. — 2019. — P. 188-193.
- [116] Fedyanin D.N., Chkhartishvili A.G. A model of informational control in active network structures in case of an incomplete awareness of the principal // Automation and Remote control.— 2013. — Vol. 74.— Issue 12.— P. 2155-2162.
- [117] Feinberg Y. Games with unawareness //The BE Journal of Theoretical Economics. — 2021. — Vol. 21. — N. 2. — P. 433-488.
- [118] Fermé E., Hansson S. O. AGM 25 years //Journal of Philosophical Logic. — 2011. — Vol. 40. — N. 2. — P. 295-331.
- [119] French J. R. P. A Formal Theory of Social Power // Psychological Review. — 1956. — Vol. 63. — P. 181-194.
- [120] Friedkin N. E., Johnsen E. C. (1990). Social influence and opinions. Journal of mathematical sociology. — 15(3-4). —P. 193-206.
- [121] Friedman N., Halpern J. Y. Modeling belief in dynamic systems, part II: Revision and update //Journal of Artificial Intelligence Research. — 1999. — Vol. 10. — P. 117-167.
- [122] Gierasimczuk N. Bridging learning theory and dynamic epistemic logic. Synthese, 169(2),2009, P. 371-384.
- [123] Girard P., Seligman J., Liu F. General Dynamic Dynamic Logic. Advances in Modal Logic. 2012

- [124] Gontarev, A. V., Chkhartishvili, A. G. Implicit and explicit coalitions in reflexive games. *Upravlenie Bol'shimi Sistemami*. — Vol.26. — P. 47-63.
- [125] Goubko M., Burkov V.N., Novikov D.A., Korgin N.A. Introduction to Theory of Control in Organizations. — 2015. — 262 p.
- [126] Grove A. Two modellings for theory change // *Journal of philosophical logic*. —1988. — P. 157-170.
- [127] Gubanov, D. A., Novikov, D. A., Chkhartishvili, A. G. Models of influence in social networks. *Upravlenie bol'shimi sistemami*. —Vol. 27. —2009. — P. 205-281.
- [128] Halpern, J. Reasoning about Uncertainty. MIT Press. — Cambridge. —2017. — 504 p.
- [129] Halpern J. Y., Rêgo L. C. Reasoning about knowledge of unawareness // *Games and Economic Behavior*. — 2009. — Vol. 67. — N 2. — P. 503-525.
- [130] Halpern J. Y., Shore R. A. Reasoning about common knowledge with infinitely many agents // *Information and Computation*. — 2004. — Vol. 191. —N. 1. — P. 1-40.
- [131] Halpern J. Y., Moses Y. Knowledge and common knowledge in a distributed environment // *Journal of the ACM (JACM)*. — 1990. — Vol. 37. —N. 3. — P. 549-587.
- [132] Hansen, L. D., Bolander, T. Implementing theory of mind on a robot using dynamic epistemic logic. In *Twenty-Ninth International Joint Conference on Artificial Intelligence*. —2020. — P. 1615-1621.
- [133] Harsanyi J. C. Games with incomplete information played by “Bayesian” players, I–III Part I. The basic model // *Management science*. — 1967. — Vol. 14. —N. 3. — P. 159-182.

- [134] Hegselmann, R., Ulrich K. Opinion dynamics and bounded confidence models, analysis, and simulation. *Journal of artificial societies and social simulation* 5.3.2002. — P. 2.
- [135] Herzig A., Lorini E. A dynamic logic of agency I: STIT, capabilities and powers // *Journal of Logic, Language and Information*. — 2010. — Vol. 19. — N. 1. — P. 89-121.
- [136] Hintikka, J. Individuals, possible worlds, and epistemic logic // *Nous*. — 1967. — P. 33-62.
- [137] Hintikka, J. *Knowledge and Belief: An Introduction to the Logic of the Two Notions*. Cornell University Press. — 1962. — 179 p.
- [138] Hintikka J. et al. Reasoning about knowledge in philosophy: The paradigm of epistemic logic // *The Logic of Epistemology and the Epistemology of Logic: Selected Essays*. — 1989. — P. 17-35.
- [139] Klochko A., Fedyanin F. D. Using Partitions by Attributes for Social Control // 15th International Conference Management of large-scale system development (MLSD), Moscow, Russian Federation. — 2022. — P. 1-4.
- [140] Kositzin I., Geja V. Binary Opinion Space in the SCARDO Model: Precise Analytical Description // *dvances in Systems Science and Applications*. — 2022. — Vol. 22. — N. 4. — P. 103–115.
- [141] Kooi B., Renne B. Generalized arrow update logic // *Proceedings of the 13th Conference on Theoretical Aspects of Rationality and Knowledge*. — 2011. — P. 205-211.
- [142] Krackhardt D. Cognitive social structures // *Social Networks*. — 1987. — N. 9. — P. 104-134

- [143] Kripke, S. A. Semantical considerations on modal logic // *Acta philosophica fennica*. – 1963. – Vol. 16. – P. 83-94.
- [144] Kripke, S. A. Semantical analysis of modal logic i normal modal propositional calculi. *Mathematical Logic Quarterly*. – 1963. – Vol. 9. – P. 67-96.
- [145] Kripke, S. A. A completeness theorem in modal logic// *The journal of symbolic logic*. – 1959.. – Vol. 24(1). – P.1-14.
- [146] Kuchesfehani, E. K., Parilina, E. M., Zaccour, G. Revenue and cost sharing contract in a dynamic closed-loop supply chain with uncertain parameters // *Annals of Operations Research*. – 2023. –322(2). – P. 851-877.
- [147] Lê Cong S., Pinchinat S., Schwarzentruher F. Small Undecidable Problems in Epistemic Planning. In : *IJCAI*. 2018. – P. 4780-4786.
- [148] Kunegis J. KONECT – The Koblenz Network Collection. In *Proc. Int. Conf. on World Wide Web Companion*. – 2013. – P. 1343–1350.
- [149] Brock D. M. The changing professional organization: A review of competing archetypes. *International Journal of Management Reviews*. – 2006. – Vol 8. – N.3. – P. 157-174.
- [150] Le T., Fabiano F., Son, T., Pontelli E. EFP and PG-EFP: Epistemic forward search planners in multi-agent domains // *Twenty-Eighth International Conference on Automated Planning and Scheduling*. 2018. – Vol. 28. – P. 161-170.
- [151] Lefebvre V.A. *Algebra of Conscience*. 2nd ed. – Springer, 2010. – 372 p.
- [152] Lefebvre V.A. *Sketch of Reflexive Game Theory* // *Proc. of Workshop on Multi-Reflexive Models of Agent Behavior*. – Los Alamos, New Mexico, USA. – 1998. – P. 1 – 44.

- [153] Lévy F. A survey of belief revision and updating in classical logic //International Journal of Intelligent Systems. – 1994. – Vol. 9. –N. 1. – P. 29-59.
- [154] Lorenz, J. Continuous opinion dynamics under bounded confidence: A survey. // international Journal of Modern Physics C . – 2007. – P. 1819-1838.
- [155] Meyer J.-J. BDI logics // Handbook of Logics for Knowledge and Belief. – 2015. – Vol. 10. – P. 453-498.
- [156] Michalski R., Palus S., Kazienko P. Matching organizational structure and social network extracted from email communication. // Proc. Int. Conf. on Bus. Inf. Syst.. – 2011. – P. 197–206.
- [157] Mitchell H. B. Data Fusion: Concepts and Ideas. Springer-Verlag Berlin Heidelberg. –2012. – 346 p.
- [158] Moreno-García, E., Torres-Martínez, J. P. Information within coalitions: risk and ambiguity. Economic Theory, – 2020.– Vol.69(1).– P. 125-147.
- [159] Nagel R. Experimental Results on Interactive Competitive Guessing // American Economic Review.– 1995.– Vol. 85.–N. 6.– P. 1313 – 1326.
- [160] Naumov P., Tao J. Together we know how to achieve: An epistemic logic of know-how //Artificial Intelligence. – 2018. – Vol. 262. – P. 279-300.
- [161] Naumov P., Tao J. Knowing-how under uncertainty //Artificial Intel-ligence. – 2019. – Vol. 276. – P. 41-56.
- [162] Magnus, J. R. Matrix Differential Calculus with Applications in Statistics and Econometrics. New York: John Wiley Sons. – 2019. – 479. p.
- [163] Newman M. E., Strogatz S. H., Watts D. J. Random graphs with arbitrary degree distributions and their applications // Physical review E. – 2001. – Vol. 64. – N.2. – p. 026118.

- [164] Parikh R. Logics of knowledge, games and dynamic logic //International Conference on Foundations of Software Technology and Theoretical Computer Science. – Springer, Berlin, Heidelberg. – 1984. – P. 202-222.
- [165] Parilina E., Zaccour, G. Approximated cooperative equilibria for games played over event trees. Operations Research Letters. – 2015. – Vol. 43. – N.5. – P. 507-513.
- [166] Perea A. Epistemic Game Theory 1st Edition. Cambridge University Press; 1st edition. – 2012. – 580 p.
- [167] Pickard V. Another media system is possible: Ripping open the overton window, from platforms to public broadcasting // Javnost-The Public. – 2023. – Vol. 30. – N.2. – P. 284-297.
- [168] Ramanujam R., Simon S. E. Dynamic Logic on Games with Structured Strategies //KR. – 2008. – P. 49-58.
- [169] Ramesh Y., Rao M., et al. Statistical Model Checking for Probabilistic Temporal Epistemic Logics // ICAART. –2022. –P. 53-63.
- [170] Rao A. S., Georgeff M. P. Decision procedures for BDI logics //Journal of logic and computation. – 1998. – T. 8. –N. 3. – P. 293-343.
- [171] Russell S., Bohannon J. Artificial intelligence. Fears of an AI pioneer // Science. –2015. –Vol. 349. –N. 6245. –P. 252.
- [172] Scherl R. B., Levesque H. J. Knowledge, action, and the frame problem. Artificial Intelligence. – 2003. – Vol. 144. – P. 1-39.
- [173] Segerberg K. The basic dynamic doxastic logic of AGM //Frontiers in belief revision. – Springer, Dordrecht, 2001. – P. 57-84.

- [174] Seligman, J., Liu, F., Girard, P. Logic in the community. In Indian conference on logic and its applications. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg. –2011. –P. 178-188.
- [175] Semmling C., Wansing H. From BDI and stit to bdi-stit logic //Logic and Logical Philosophy. – 2008. – Vol. 17. – N. 1-2. – P. 185-207
- [176] Shanahan M. The Frame Problem // The Macmillan Encyclopedia of Cognitive Science, L. Nadel (ed.). –2003. –P. 144-150.
- [177] Shi C., Smets S., Velázquez-Quesada F. R. Beliefs supported by binary arguments //Journal of Applied Non-Classical Logics. – 2018. – Vol. 28. – N. 2-3. – P. 165-188.
- [178] Xiong Z., Ågotnes T. On the logic of balance in social networks //Journal of Logic, Language and Information. – 2020. – Vol. 29. –N. 1. – P. 53-75.
- [179] Stalnaker R. The Problem of Logical Omniscience, I // Synthese. – 1991. – Vol. 89. – N. 3. – P. 425-440.
- bibitemb48 Simon R. The Difference of Common Knowledge of Formulas as Sets // International Journal of Game Theory. – 1999. – Vol. 28. – P. 367 – 384.
- [180] Smets S., Velázquez-Quesada F. R. How to make friends: A logical approach to social group creation //Logic, Rationality, and Interaction: 6th International Workshop, LORI 2017. – Springer Berlin Heidelberg. – 2017. – P. 377-390.
- [181] Stahl D., Wilson P. Experimental Evidence on Players' Models of Other Players // Journal of Economic Behavior and Organization. – 1994. – Vol. 25. – P. 309 – 327.
- [182] Stahl D., Wilson P. On Players Models of Other Players: Theory and

- Experimental Evidence // Games and Economic Behavior. – 1995. – V. 10.
– P. 213 – 254.
- [183] Alvin K. F. et al. Structural system identification: from reality to models // Computers and structures. – 2003. – Vol. 81. – N. 12. – P. 1149-1176.
- [184] Tatko, R., Griffin C. Game Theoretic Formation of a Centrality Based Network. In 2012 International Conference on Social Informatics. – 2012. – P. 56-61
- [185] Tolk A. et al. Epistemology of modeling and simulation // 2013 Winter Simulations Conference (WSC). – IEEE. – 2013. – P. 1152-1166.
- [186] Tullock G. Efficient rent-seeking // Toward a theory of the rent-seeking society. College Station: Texas A M Press. – 1980. – P. 97–112
- [187] Van Benthem J. Dynamic logic for belief revision // Journal of applied non-classical logics.— 2007. — vol. 17. — N 2. — P. 129-155.
- [188] Van Benthem, J., Van Eijck, J., Gattinger, M., et Al. Symbolic model checking for dynamic epistemic logic. In : Logic, Rationality, and Interaction: 5th International Workshop, LORI 2015, Taipei, Taiwan, October 28-30, 2015. Proceedings 5. Springer Berlin Heidelberg.— 2015. — P. 366-378.
- [189] Van Benthem J., Velázquez-Quesada F. R. The dynamics of awareness // Synthese. – 2010. – Vol. 177. – N. 1. – P. 5-27.
- [190] Van Benthem J. Merging observation and access in dynamic logic. Journal of Logic Studies. – 2008. – Vol 1(1). – P. 1–17.
- [191] Van Benthem J., Ghosh S., Liu F. Modelling simultaneous games in dynamic logic // Synthese. – 2008. – Vol. 165. – N. 2. – P. 247-268.
- [192] Van Benthem J. et al. Modelling simultaneous games with concurrent dynamic logic // A Meeting of the Minds, Proceedings of the Workshop on Logic,

- Rationality and Interaction (LORI), University of Amsterdam (ILLC). –2007. –P. 243-258.
- [193] Van Benthem J. Games in Dynamic-Epistemic Logic //Bulletin of Economic Research. – 2001. – Vol. 53. –N. 4. – P. 219-248.
- [194] Van Benthem J., Liu F. Dynamic logic of preference upgrade //Journal of Applied Non-Classical Logics. – 2007. – Vol. 17. – N. 2. – P. 157-182.
- [195] Van Benthem J. Games in Dynamic-Epistemic Logic //Bulletin of Economic Research. – 2001. – Vol. 53. – N. 4. – P. 219-248.
- [196] Van Benthem J., Van Eijck J., Kooi B. Logics of communication and change //Information and computation. – 2006. – Vol. 204. – N. 11. – P. 1620-1662.
- [197] Van Benthem J. et al. Symbolic model checking for Dynamic Epistemic Logic—S5 and beyond //Journal of Logic and Computation. – 2018. – Vol. 28. –N. 2. – P. 367-402.
- [198] Van Ditmarsch H., Fan J. Propositional quantification in logics of contingency //Journal of Applied Non-Classical Logics. – 2016. – Vol. 26. –N .1. – P. 81-102.
- [199] Val A., Shoham Y. A unified view of belief revision and update //Journal of logic and computation. – 1994. – Vol. 4. – N. 5. – P. 797-810.
- [200] Van Benthem J. Dynamic logic for belief revision //Journal of applied non-classical logics. – 2007. – Vol. 17. – N. 2. – P. 129-155.
- [201] Van Ditmarsch H., French T. Simulation and information: Quantify-ing over epistemic events //International Workshop on Knowledge Representation for Agents and Multi-Agent Systems. – Springer, Berlin, Heidelberg. –2008. – P. 51-65.
- [202] Van Ditmarsch H. The Russian Cards Problem // Studia Logica. –2003. –Vol. 1. –N. 75. – P. 31-62.

- [203] Van Ditmarsch H., French T., Velazquez-Quesada F. Action models for knowledge and awareness // AAMAS. – 2012. – P. 1091-1098.
- [204] Van Ditmarsch H., French T., Galimullin R. No Finite Model Property for Logics of Quantified Announcements // TARK. – 2021. – P. 129-138.
- [205] Van Zee M. et al. AGM revision of beliefs about action and time // Proceedings of the 24th International Conference on Artificial Intelligence. – 2015. – P. 3250-3256.
- [206] Vershinin Yu. A. Digital Non-Contact Surface Reconstruction Scanner // Proceedings of the International Multi-Conference of Engineers and Computer Scientists (IMECS 2013). – 2013. – Vol. I. – P. 478-483.
- [207] Berenbrink P. et al. Asynchronous opinion dynamics in social networks // Distributed Computing. – 2024. – P. 1-18.
- [208] Weber R. Behavior and Learning in the «Dirty Face» Game // Experimental Economics. – 2001. – Vol. 4. – P. 229 – 242.
- [209] Modgil S. Bounded Reasoning : Volume I: Classical Depth-Bounded Logics. – 2024. – 202 p.
- [210] Weirich P. Hierarchical maximization of two kinds of expected utility // Philosophy of Science. – 1988. – Vol. 55. – N. 4. – P. 560-582.
- [211] Xia W., Liu J., et al. Convergence rate of the modified DeGroot-Friedkin model with doubly stochastic relative interaction matrices // 2016 American Control Conference (ACC). – 2016. – P. 1054-1059.
- [212] Xu F., Uszkoreit H., et al. Explainable AI: A brief survey on history, research areas, approaches and challenges // Natural Language Processing and Chinese Computing: 8th CCF International Conference. – 2019. – N.2. – P. 563-574.

- [213] Yiyi Zh., et al. Bounded confidence opinion dynamics with opinion leaders and environmental noises. *Computers Operations Research* 74. –2016. –P. 205-213.

Приложение 1. Акты и справки о внедрении результатов диссертационной работы



Справка об использовании результатов диссертационной работы Федянина Дениса Николаевича

Настоящим подтверждаем, что результаты диссертационного исследования Федянина Д.Н. на тему "Модели информационных процессов в рефлексивном управлении активными сетевыми структурами" использовались в учебном процессе.

Предложенные авторские модели и методы, расширяющие области применения классических моделей знания и убеждения в многоагентных системах, использованы в курсе по динамической эпистемической логике. В теоретической части курса и при проведении семинарских занятий даются знания и навыки по моделированию знания и убеждения в системах с переменным количеством агентов, в том числе при отсутствии у агентов точной информации даже о том, сколько всего агентов участвует во взаимодействии, хотя такая возможность кажется очень реалистичной и встречается во многих реальных системах.

Результаты диссертационного исследования Федянина Д.Н. обсуждались на научных семинарах и запланировано использование материалов диссертации в образовательном процессе в рамках российско-бразильского проекта сотрудничества.

Зам. зав. Международной лаборатории логики
лингвистики и формальной философии НИУ ВШЭ



В.В. Долгоруков

17.05.2024

	Ассоциация субъектов инновационной деятельности в горной отрасли "Инновационные горные технологии"
ИПКОН РАН ООО «ГАН» ООО «ТНМ» ООО «Технобард»	119049, г. Москва, Ленинский проспект, д.4, стр.1А, этаж 3, помещ. II Тел. 8(495) 953-72-96 E-mail: cigt@mail.ru ИНН 7706592697 КПП 770601001

Исх. № 42/ЦИГТ от 16 ноября 2023 года

АКТ

о внедрении результатов диссертационной работы Федянина Дениса Николаевича

Настоящий акт составлен о том, что результаты диссертационного исследования Федянина Д.Н. на тему «Модели информационных процессов в рефлексивном управлении активными сетевыми структурами» были обсуждены на научно-техническом совете ЦИГТ, посвященному вопросу проблем предприятий горно-добывающей отрасли. Актуальность данной тематики связана с возросшей значимостью информационной составляющей, влияющей на технико-экономические показатели основного производства, и необходимостью учитывать важность координации действий сотрудников в условиях ограниченной информированности.

Особенностью рефлексивного управления в горнодобывающих предприятиях является потребность в управлении инновациями при экспертизе и отборе проектов, носящих междисциплинарный характер. Как правило, взаимодействие экспертов из различных предметных областей затруднительно. Это повышает риски для принятия адекватных решений. Повышенные требования к адекватности модели управления инновациями в обстановке повышенного риска и высокой скорости выполнения задач по инновационной модернизации производства в условиях неполной информированности требует использования новых информационных процессов.

Результаты работы Федянина Д.Н. были использованы при разработке и апробации предложенной информационной системы поддержки принятия решений при управлении инновациями в части отбора более 100 заявленных инновационных проектов, включая IT-технологии, и перспективные технические решения для геологических и горно-технологических задач.

Верификация результатов использования предложенной системы осуществлялась путем сравнения с решениями экспертной комиссии. Ожидаемый эффект по повышению производительности в процессе оценки и предложения инноваций составил 8% -15%.

Модели, структуры данных и алгоритмы рефлексивного управления, разработанные Федяниным Д.Н., рекомендованы к включению в проекты цифровизации существующих экспертных методик по отбору и внедрению инновационных проектов.

Генеральный директор



П.П. Ананьев

Приложение 2. Свидетельства о государственной регистрации программы для ЭВМ

3414

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО
о государственной регистрации программы для ЭВМ
№ 2023618689

«Построение множественных структур информированности»

Правообладатель: *Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова Российской академии наук (RU)*

Автор(ы): *Федянин Денис Николаевич (RU)*



Заявка № **2023617170**
Дата поступления **14 апреля 2023 г.**
Дата государственной регистрации
в Реестре программ для ЭВМ **27 апреля 2023 г.**

Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

Ю.С. Зубов

3428

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО

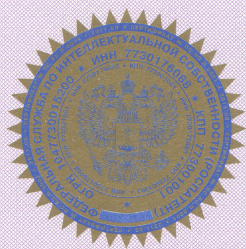
о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2023668307

«Лингвистический анализатор текста»

Правообладатель: *Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова Российской академии наук (RU)*

Авторы: *Федянин Денис Николаевич (RU), Русяева Елена Юрьевна (RU), Ахобадзе Гурами Николаевич (RU)*



Заявка № 2023667470

Дата поступления 18 августа 2023 г.

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ 25 августа 2023 г.

Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

Ю.С. Зубов