

О т з ы в

официального оппонента Сedaкова Артема Александровича
на диссертацию Исакова Михаила Борисовича «Равновесие в безопасных стратегиях»,
представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук
по специальности 2.3.1. «Системный анализ, управление и обработка информации,
статистика»

Актуальность темы диссертационной работы. Устойчивость набора стратегий относительно односторонних отклонений является центральным и желаемым свойством в некооперативной теории игр и напрямую связана с равновесием по Нэшу. В теоретико-игровой литературе такая устойчивость часто обеспечивается за счет угроз коллективного наказания, что традиционно анализируется в рамках повторяющихся игр на основе народной теоремы. В этом случае игрок сохраняет приверженность своей стратегии из набора, поскольку любое одностороннее отклонение влечет за собой применение групповых контрстратегий, снижающих его выигрыш. Однако при таком подходе становится устойчивым большое количество наборов стратегий, что ограничивает его практическую применимость.

В работе предлагается *равновесие в безопасных стратегиях*, моделирующее *осторожное* поведение игроков, при котором логика принятия решений заключается не в ожидании встречного наказания, а в стремлении застраховаться от всех возможных угроз (при глубине рефлексии, равной двум). Несмотря на свою актуальность и высокую практическую значимость, такое поведение, характерное для многих экономических конфликтов (включая модели Бертрана–Эджворта, Хотеллинга, Таллока–Скапердаса, Ротшильда–Стиглица–Вильсона), до сих пор не охватывалось теоретически.

Содержание работы. Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав и заключения. Во введении определяются объект и предмет исследования, формулируются цель работы и задачи, необходимые для ее достижения, обосновываются актуальность темы и ее научная новизна.

В первой главе дается общее качественное описание концепции равновесия в безопасных стратегиях как набора стратегий, для которого отсутствуют *угрозы* и допустимы только *безопасные* отклонения. Приводятся три предположения, лежащие в основе концепции: а) некооперативный подход, исключающий формирование коалиций игроков, б) реализуемость в чистых стратегиях и в) возможность выгодных отклонений игроков, которые, однако, блокируются механизмом равновесия. В этой же главе обсуждаются существующие концепции и методы решения, представлен обширный обзор литературы. Отмечается, что предложенная концепция равновесия в безопасных стратегиях позволяет преодолеть известные недостатки традиционных подходов.

Вторая глава посвящена формальному определению равновесия в безопасных стратегиях и сопутствующих понятий концепции, включая определения угрозы, безопасного профиля стратегий и безопасного отклонения. Рассматриваются основные свойства предложенного равновесия, а также его связь с равновесием по Нэшу и другими концепциями. Теоретические результаты иллюстрируются на ряде примеров.

В третьей главе исследуется вопрос существования равновесия в безопасных стратегиях. Теоретический анализ опирается на известные теоремы существования равновесия по Нэшу. Приводятся необходимые и достаточные условия существования равновесия

в безопасных стратегиях. Доказывается его существование на основе теоремы Дебре о социальном равновесии, а также теорем Рени и Бика о существовании равновесия по Нэшу. Существенно, что полученные теоремы доведены до уровня, позволяющего их применение к ряду тестовых задач.

Четвертая глава посвящена подробному теоретическому анализу равновесия в безопасных стратегиях в задаче пространственной конкуренции Хотеллинга. Установлено существование ценового равновесия в безопасных стратегиях в тех областях значений параметров, при которых равновесие по Нэшу не существует. Отдельно рассматриваются случаи эластичного и неэластичного спроса, в том числе в контексте стратегического выбора расположения.

В пятой главе равновесие в безопасных стратегиях строится и анализируется для ряда других известных экономических моделей: модели конкуренции за ренту Таллока–Скапердаса, модели ценовой конкуренции в дуополии Бертрана–Эджворта, а также модели рынка страховых контрактов Ротшильда–Стиглица–Вильсона.

В заключении изложены основные выводы и дан краткий обзор результатов, полученных в диссертационной работе.

Полученные результаты и их научная новизна. В диссертационной работе получены следующие основные результаты:

1. Предложена новая концепция равновесия в игре в нормальной форме — равновесие в безопасных стратегиях — как некоторое обобщение равновесия по Нэшу.
2. Обосновано, что предложенное равновесие представляет собой расширение классических принципов рациональности (по Нэшу) на случай игроков, проявляющих осторожность в отношении стратегий других участников.
3. Построена теория существования равновесия в безопасных стратегиях.
4. Разработанная теория применена к ряду классических задач теории игр и экономической теории, в которых равновесие по Нэшу в чистых стратегиях может отсутствовать.

Указанные результаты являются новыми, не имеют аналогов в опубликованных работах других авторов и, безусловно, представляют как научный, так и практический интерес.

Степень обоснованности научных результатов. Диссертационная работа написана на высоком математическом уровне и отличается четкой, логически выстроенной структурой. Изложенные результаты являются оригинальными. Их научная обоснованность подтверждается тщательной аналитической проработкой и корректным применением математического аппарата, обеспечивающим полноту и строгость доказательств.

Все основные результаты диссертации были опубликованы в авторитетных рецензируемых научных журналах по тематике исследования, в частности *Automation and Remote Control*, *Doklady Mathematics*, *Games and Economic Behavior*, «Математическая теория игр и ее приложения», «Управление большими системами». Общее количество опубликованных работ по теме диссертации — 41. Количество и качество публикаций соответствуют требованиям Высшей аттестационной комиссии при Министерстве науки и высшего образования Российской Федерации.

Основные результаты представлялись на международных научных конференциях высокого уровня, посвященных теории активных систем, теории управления, оптимизации и тео-

рии игр, а также на семинарах Института проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, Высшей школы экономики, Центрального экономико-математического института и др.

Теоретическая и практическая значимость. Диссертационная работа вносит существенный вклад в развитие математической теории игр и теории экономического равновесия, предлагая и теоретически обосновывая равновесие в безопасных стратегиях — новую концепцию решения игр в нормальной форме, согласно которой осторожные игроки выбирают стратегии, защищенные от угроз со стороны других участников. Предлагаемая концепция опирается на строгие математические методы. Разработанные критерии существования равновесия в безопасных стратегиях дают возможность на практике выявлять и реализовывать равновесное поведение, особенно в тех случаях, когда классические решения, например равновесие по Нэшу, не существуют.

Основная практическая значимость результатов заключается в исчерпывающем описании решений ряда классических игр, таких как модель пространственной конкуренции Хотеллинга, модель конкуренции за ренту Таллока–Скапердаса, модель ценовой конкуренции в дуополии Бертрана–Эджворта, а также модель рынка страховых контрактов Ротшильда–Стиглица–Вильсона, в классе безопасных стратегий, что позволяет по-новому взглянуть на проблему в условиях неприменимости традиционных подходов.

Замечания по диссертационной работе.

1. В теоретико-игровой литературе недавно появилось понятие безопасного равновесия (safe equilibrium), согласно которому игроки с некоторой вероятностью действуют рационально, а с оставшейся — выбирают действия произвольно, иррационально. Формальное определение безопасного равновесия основано на применении смешанных стратегий, что выходит за рамки принятых в диссертационной работе допущений. Вместе с тем, существование этой концепции целесообразно было бы отразить в обзоре литературы.

Ganzfried, S. (2023) Safe equilibrium. *62nd IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*. IEEE, 2023, doi: 10.1109/CDC49753.2023.10383525.

2. С чем связан отказ от рассмотрения равновесия в безопасных смешанных стратегиях? Ведь рандомизация может обеспечивать более высокие ожидаемые выигрыши по сравнению с выигрышами в каком-либо чистом равновесии (хотя, разумеется, не всегда).
3. Почему угрозой игрока j игроку i в смысле определения 2.1 не считается пара ситуаций $\{s, (s'_j, s_{-j})\}$, при которой выполняется: $u_j(s'_j, s_{-j}) = u_j(s)$, но $u_i(s'_j, s_{-j}) < u_i(s)$?
4. Диссертация содержит важные утверждения, гарантирующие существование равновесия в безопасных стратегиях в играх в нормальной форме. Как отмечается в тексте, схему доказательства существования равновесия по Нэшу не всегда удастся напрямую перенести на случай равновесия в безопасных стратегиях (см. рассуждения, использующие подходы Дебре и Рени). В связи с этим вопрос единственности такого равновесия, несмотря на его очевидную важность, оказывается нетривиальным и на данный момент остается открытым. Можно ли, тем не менее, выделить класс игр в нормальной форме, для которых равновесие в безопасных стратегиях единственно? Возможно ли в какой-либо степени применить подход Розена?

Rosen, J. B. (1965). Existence and uniqueness of equilibrium points for concave n -person games. *Econometrica* 33, 520-534.

Отмеченные выше замечания не снижают теоретической ценности результатов, полученных в диссертационной работе, и не влияют на общую положительную оценку исследования.

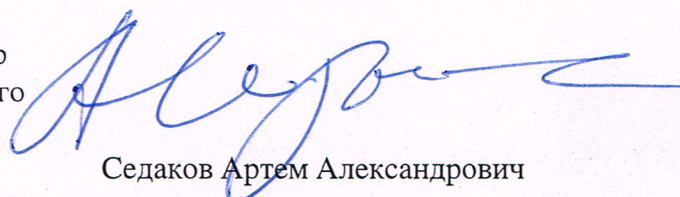
Заключение. Диссертационная работа Исакова Михаила Борисовича «Равновесие в безопасных стратегиях» является полноценным и завершенным научным исследованием, выполненным на актуальную тему, обладающим научной новизной и практической значимостью. Она содержит результаты, совокупность которых может быть квалифицирована как научное достижение в области математической теории игр и теории экономического равновесия.

Диссертационная работа удовлетворяет требованиям ВАК, а ее автор, Исаков Михаил Борисович, заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 2.3.1. «Системный анализ, управление и обработка информации, статистика».

Я, Седаков Артем Александрович, даю согласие на использование моих персональных данных в целях, связанных с защитой диссертации Исакова Михаила Борисовича, и их дальнейшую обработку.

Официальный оппонент

Доктор физико-математических наук, доцент,
профессор Кафедры математической теории игр
и статистических решений Санкт-Петербургского
государственного университета
a.sedakov@spbu.ru



Седаков Артем Александрович

01 октября 2025 г.

Санкт-Петербургский государственный университет
199034, г. Санкт-Петербург, Университетская наб., д. 7–9
+7 812 363-65-37
spbu@spbu.ru



Текст документа размещен
в открытом доступе
на сайте СПбГУ по адресу
<http://spbu.ru/science/expert.html>

Документ подготовлен
в порядке исполнения
служебных обязанностей