

ОТЗЫВ

официального оппонента

на диссертацию Котюкова Александра Михайловича

«Нахождение положения равновесия динамических систем методами накрывающих отображений и точек совпадения с приложениями к моделям типа Аллена»,
представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук
по специальности 2.3.1 – Системный анализ, управление и обработка информации,
статистика

Актуальность темы и общая характеристика работы

Диссертационная работа А.М. Котюкова посвящена развитию методов исследования положения равновесия и частичного равновесия в системах, динамика которых описывается разностью отображений метрических пространств, а также применению полученных результатов к анализу различных динамических систем типа Аллена. Диссертационное исследование актуально с теоретической и с прикладной точки зрения.

Равновесным называется такое состояние, в котором она способна существовать сколь угодно долго. Задача определения равновесных состояний часто возникает в различных приложениях, таких как модели распространения эпидемий, транспортных систем и моделей рынка, а потому является важнейшей задачей системного анализа.

Большинство современных методов анализа равновесных состояний требуют определенную гладкость отображений, входящих в правую часть системы, либо становятся чрезмерно сложными при моделировании нелинейных процессов. Однако, предложенный в диссертации подход, основанный на теории накрывающих отображений и точек совпадения, позволяет ослабить эти предположения, что автоматически расширяет круг приложений.

Содержание и структура работы

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы, включающего 50 наименований. Общий объем работы составляет 120 страниц. Структура работы является логичной и последовательной.

В первой главе описаны классы исследуемых моделей и формализована поставленная задача. Исследуются классы моделей с внешним воздействием M_o и без внешнего воздействия M_c . И в том, и в другом классах динамика моделей описывается нормальной автономной системой дифференциальных уравнений. Ставится задача найти положения равновесия, удовлетворяющие заданным ограничениям типа неравенств. Далее описаны модели из рассматриваемых классов, которые исследуются в диссертации: модель типа Аллена–Эрроу–Дебре, открытые и закрытые модели типа Аллена с постоянными и непостоянными эластичностями. Для каждой модели показано, как параметры модели определяют отображения в правой части системы, в частности, доказаны теоремы о единственности представления отображений через эластичности – постоянные и непостоянные соответственно, а в случае модели Аллена–Эрроу–Дебре – представления как решения задач максимизации функций прибыли и полезности при ограничениях на производственные фонды и бюджет соответственно.

Вторая глава посвящена методам решения поставленной задачи. Приведены определения точки совпадения и накрывающего отображения в работах Авакова Е.Р., Арутюнова А.В., Гельмана Б.Д., Дмитрука А.В., Дыхты В.А., Обуховского В.В., Фоменко Т.Н. и других. Далее приводится теорема о точке совпадения двух отображений. После этого приводится основной результат диссертации – Алгоритм 1 поиска точек совпадения, основанный на соответствующем итерационном процессе поиска точки совпадения, предложенный Арутюновым А.В.

В третьей главе продемонстрировано приложение Алгоритма 1 к моделям класса M_o с внешним воздействием. Для открытой модели Аллена с постоянными эластичностями получены достаточные условия существования положения равновесия с помощью теоремы Банаха о неподвижной точке. Более того, исследован вопрос об устойчивости положения равновесия относительно малых возмущений параметров. Для модели с непостоянными эластичностями применить теорему Банаха невозможно. Это показывает пример, из которого видно, что отображения спроса и предложения в модели могут не быть биактивными. С помощью теоремы о точке совпадения получены достаточные условия существования положения равновесия. Также представлены результаты численных экспериментов, показывающие, как поочередное изменение параметров модели влияет на изменение положения равновесия.

В четвертой главе исследован класс моделей M_c без внешнего воздействия. Для модели Аллена–Эрроу–Дебре, которая была описана в работе Арутюнова А.В., Жуковского С.Е. и Павловой Н.Г. также проведен численный эксперимент. В закрытой модели типа Аллена показано, что в силу отсутствия вектора внешнего воздействия вопрос о существовании положения равновесия сводится к вопросу о существовании решения системы линейных алгебраических уравнений и неравенств.

Научная новизна и значимость результатов

Научная новизна диссертации состоит, прежде всего, в разработке метода поиска точек совпадения, который не требует невырожденности матрицы Якоби отображений в правой части и гладкости этих отображений. Доказана сходимость этого алгоритма за конечное число шагов, что существенно для его реализации с помощью ЭВМ. Главное преимущество предложенного алгоритма состоит в его адаптации к классу задач, где невозможно использовать классические или общеизвестные результаты. Помимо этого, получены содержательные результаты о положении равновесия в открытых моделях с постоянными и непостоянными эластичностями. Более того, для закрытой модели типа Аллена получены необходимые условия и достаточные условия, а также полностью исследован вопрос о единственности. Также получен результат об устойчивости положения равновесия, что также важно в перспективе решения задач управления в исследуемых моделях.

Замечания и рекомендации

- 1) Литературный обзор исследуемой задачи в диссертации проведен недостаточно полно.
- 2) Для ясности хотелось бы увидеть не только описание исследуемых моделей, но также и их интерпретацию в контексте, например, экономических задач.
- 3) Присутствуют незначительные опечатки как в тексте, так и в некоторых математических выкладках.
- 4) Полученные оценки констант накрывания и Липшица в третьей и четвертой главах громоздки и переполнены подстрочными индексами. Их можно было бы упростив загрузить.
- 5) Хотелось бы увидеть примеры, имеющие отношения к моделированию реальных процессов, учитывая, что модели типа Аллена широко распространены в экономике для моделирования товарных рынков.

В то же время, указанные замечания не являются существенными и не умаляют ценности диссертационного исследования.

Апробация результатов и публикации

По результатам диссертационного исследования опубликовано 3 статьи, из которых одна – в журнале категории К1 Перечня ВАК, оставшиеся – в журналах, индексируемых в международных базах данных и приравненных к категории К1 Перечня ВАК. Кроме того, опубликовано 4 доклада на российских и международных конференциях. Качество публикаций соответствует требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание

ученой степени кандидата наук. Результаты работы обсуждались на профильных семинарах ИПУ РАН, МФТИ, ЦЭМИ и других.

Заключение

Диссертационная работа А.М. Котюкова представляет собой законченное научное исследование, в котором решена актуальная задача развития методов анализа равновесных состояний в сложных динамических системах, с приложением к моделям типа Аллена. Результаты, выносимые на защиту, – метод нахождения положения равновесия сложных динамических систем, соответствующий пункту 1 паспорта специальности 2.3.1; условия существования положения равновесия для открытых и закрытых моделей типа Аллена, соответствующие пункту 4 паспорта – являются новыми, научно обоснованными и имеют как теоретическое, так и прикладное значение.

Автореферат и опубликованные работы достоверно и полно отражают содержание диссертации.

Диссертация А.М. Котюкова соответствует требованиям, установленным Положением о порядке присуждения ученых степеней, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук по специальности 2.3.1 – Системный анализ, управление и обработка информации, статистика (физико-математические науки), а ее автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук.

Официальный оппонент:

Доктор физико-математических наук, профессор
главный научный сотрудник лаборатории
динамических моделей экономики и оптимизации
ФГБУН ЦЭМИ РАН

Л.А. Бекларян

«04» 05 2026 г.

Подпись г.н.с., д.ф.-м.н., проф. Л. А. Бекларяна заверяю

Ученый секретарь ЦЭМИ РАН, к.э.н. А. И. Ставчиков

