На правах рукописи

Мясников Дмитрий Владимирович

Оптимизация марковских моделей управляемых систем массового обслуживания с учетом ограничений

Специальность 05.13.01 — Системный анализ,

управление и обработка информации
(информационные и технические системы)

Автореферат

диссертации на соискание учёной степени

кандидата технических наук

Москва — 2019

Работа прошла апробацию на кафедре «Инфокоммуникационные системы и сети» Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Московский физико-технический институт (государственный университет)»

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор
Семенихин Константин Владимирович

Официальные оппоненты:

Фамилия Имя Отчество,
доктор физико-математических наук, профессор,
Основное место работы ...,
старший научный сотрудник

Фамилия Имя Отчество,
доктор физико-математических наук,
Основное место работы ...,
старший научный сотрудник

Ведущая организация:

...

Защита состоится DD mmmmmmmm YYYY г. в XX часов на заседании диссертационного совета NN на базе Название учреждения по адресу: Адрес.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Название библиотеки.

Автореферат разослан DD mmmmmmmm YYYY года.

Работа представлена «DD» mmmm YYYY г. в Аттестационную комиссию федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Московский физико-технический институт (государственный университет)» для рассмотрения советом по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, доктора наук в соответствии с п. 3.1 ст. 4 Федерального закона «О науке и государственной научно-технической политике»

Общая характеристика работы

Актуальность темы. Разработка методов оптимизации систем массового обслуживания (СМО) на конечном промежутке времени при наличии ограничений является актуальной проблемой.

Многие современные инфокоммуникационные системы функционируют в условиях ограниченных энергетических и вычислительных ресурсов. Поэтому для успешной эксплуатации таких систем необходимо эффективное перераспределение ресурсов с целью учета разнонаправленных требований к качеству выполнения поставленной задачи. Для удовлетворения этих требований необходима оптимизация ряда показателей, таких как: энергопотребление, эффективность сбора данных, устойчивость связи, скорость передачи информации, задержка в передаче информации и т.д. Для борьбы с перегрузками в сетях применяются различные методы Active Queue Management (AQM). Примерами таких методов являются алгоритмы RED (Random Early Detection) и его различные вариации, такие, как Weighted RED, Robust RED. Основная идея RED — отбрасывание случайной доли приходящих пакетов, если достигнута некоторая пороговая длина очереди, для сигнализации передающей стороне о наличии перегрузки. Для учета неопределенности входных потоков запросов и случайности процессов передачи данных описание инфокоммуникационных систем, как правило, строится на базе методологии марковских цепей с дискретным или непрерывным временем. На базе этой методологии рассматриваются самые разные задачи: моделирование, планирование сетей и оценка их параметров производительности (Г.П. Башарин, С.Н. Степанов, В.М. Вишневский, А.Н. Дудин, N.M. van Dijk, R.J. Boucherie); моделирование сетевых протоколов и алгоритмов AQM (E. Altman, К.Е. Авраченков, А.Б. Пиуновский, А.В. Борисов); оптимизация передачи данных между беспилотным летательным аппаратом (БПЛА) и наземными средствами беспроводной связи (D.K. Sung, E.I. Grotli, P.B. Sujit, G. Hollinger); оптимизация энергопотребления и переполнения буферов в сети Internet (M. Chiang, Р.В. Разумчик). В этих приложениях возникает необходимость оптимизировать характеристики сети по ряду критериев производительности, управляя для этого частью параметров сети. Это делает востребованным изучение многокритериальных оптимизационных моделей.

Изучение оптимизационных задач для инфокоммуникационных систем и сетей проводят в рамках методологии СМО. Задачи оптимизации СМО можно классифицировать по следующим категориям: по структуре объекта управления (одиночные СМО, тандемы СМО или сети СМО), по доступным данным о состоянии системы (по полной или неполной информации), по цели управления (доступом, загрузкой, маршрутизацией, выбором класса).

Для решения задач управления СМО в рамках марковских моделей сформировались два принципиально разных подхода.

Первый подход основан на исследовании марковского процесса принятия решений (Markov Decision Process или MDP) в стационарном режиме, исключая оптимизацию затрат на вывод системы из неблагоприятного начального состояния. В основе этого подхода лежит использование асимптотических методов теории массового обслуживания, основанных на моделях однородных марковских процессов с конечным числом состояний, которым посвящены работы R. Serfozo, A. Hordijk, F. Spieksma. Для процесса с конечным числом состояний задача оптимального управления без ограничений была решена достаточно давно в работах R. Howard, Е.Б. Дынкина, А.А. Юшкевича, S. Pliska. В дальнейших исследованиях развивались методы многокритериальной оптимизации, в том числе методы решения оптимизационных задач с учетом ограничений, представленные в работах A. Hordijk, F. Spieksma, E. Altman, А.Б. Пиуновского, E.A. Feinberg, R.C. Chen, G.L. Blankenship. В целом, данный подход не учитывает нестационарного характера процессов в инфокоммуникационных сетях.

Второй подход представлен в работах R.J. Elliott и Б.М. Миллера. В данных работах система рассматривается на конечном горизонте с целью оптимизации интегральных или терминальных характеристик качества ее функционирования. Поэтому для синтеза соответствующих решений используются методы оптимального стохастического управления. Данный подход использует мартингального представление и подходит для более широкого класса управляемых процессов. Основной прием, позволяющий синтезировать оптимальное стохастическое управление в задаче с ограничениями, состоит в переходе к минимаксной формулировке, для решения которой требуется определить оптимальный набор множителей Лагранжа и построить оптимальное управление в задаче с расширенным функционалом.

Многофазные (тандемные) системы используются для моделирования процесса обработки, при котором входящие требования обслуживаются последовательно на нескольких этапах. Для предотвращения перегрузки на наиболее важных узлах многофазной системы применяется механизм блокировки требований. Двухфазные системы с блокировкой изучали A. Gomez-Corral, А.Н. Дудин, А.В. Печинкин: при разных предположениях о входящем потоке и распределении времени обслуживания были найдены стационарные вероятности состояний.

В первых работах об управлении двухфазными системами с обратной связью (Z. Rosberg, B. Hajek) на базе теории марковских процессов принятия решений были получены уравнения динамического программирования, а также была определена пороговая структура для стратегии, оптимальной по критерию минимума средневзвешенной загрузки узлов. М.Ю. Китаев, В.В. Рыков, G. Koole и S. Stidham обобщили данную методологию и применили ее к более общим моделям управляемых сетей массового обслуживания: для циклических сетей СМО, тандемного соединения нескольких СМО в стационарном режиме.

Для распределенных инфокоммуникационных систем насущной проблемой является отсутствие полной информации о текущем состоянии соединений между различными узлами, загруженности вычислительных ресурсов и даже исправности отдельных элементов сети. Для оценки качества сетевого взаимодействия можно использовать агрегированные статистические данные, отражающие время кругового обращения пакетов и ошибки при их передаче. Эта информация позволяет выработать гибкие и эффективные механизмы преодоления коллизий при передаче данных по зашумленных каналам связи. Тот же вывод можно сделать в отношении СМО: наличие лишь частичной информации о состоянии системы не является принципиальным ограничением для успешного управления ее ресурсами.

Если используется подход, основанный на исследовании марковского процесса принятия решений в стационарном режиме, то при наличии частичной информации управление ищется в виде функции только от текущего значения наблюдаемых компонент вектора состояния без учета предыстории. Для устранения проблем, связанных с отсутствием выпуклости соответствующих оптимизационных моделей, традиционно используют смешанные, т.е. рандомизованные стратегии. Но эффект от них достигается только на значительном промежутке времени, на порядок превышающем время, необходимое для перехода к стационарному режиму.

Если же система рассматривается на конечном горизонте с целью оптимизации интегральных или терминальных характеристик качества, то для синтеза соответствующих решений используются методы оптимального стохастического управления и фильтрации (C. Ceci, R.J. Elliott, J.T. Winter, Б.М. Миллер, А.В. Борисов). Они особенно эффективны при наличии небольшого числа агрегированных состояний, к которым можно свести сложные модели функционирования распределенных инфокоммуникационных систем. При наличии неточной информации о системе искомое управление учитывает предшествующее ее развитие в форме оценок ненаблюдаемых компонент. Эти оценки — суть апостериорные вероятности, которые находятся в результате решения соответствующих уравнений фильтрации.

Целью данной работы является разработка методов оптимизации марковских моделей СМО при наличии нескольких показателей качества для разных уровней информированности о состоянии системы.

Для достижения указанной цели необходимо решить задачи:

1) проанализировать свойства выпуклости оптимизационной модели управляемой СМО;

2) разработать метод оптимизации управляемой СМО с учетом приоритетов входных заявок;

3) разработать методы оптимизации управляемого тандема СМО как в стационарном режиме, так и на конечном промежутке времени;

4) разработать метод оптимизации управляемой СМО с ненаблюдаемым состоянием.

Для решения поставленных задач в диссертации использовались: методы теории управления (в том числе метод динамического программирования); теории систем массового обслуживания; теории управляемых марковских процессов; вычислительной математики; теории вероятностей, математической статистики; теории фильтрации.

Исследование проведено в соответствии со следующим планом:

1) описание теоретических принципов условной оптимизации марковских моделей СМО;

2) решение задач оптимизации одноканальной СМО;

3) решение задач оптимизации тандема СМО;

4) решение задач оптимизации СМО с ненаблюдаемым состоянием.

Основные положения, выносимые на защиту:

1) разработан алгоритм построения оптимального управления одноканальной СМО с конечным буфером при наличии ограничений с учетом приоритетов входных заявок;

2) получены достаточные условия выпуклости множества достижимости критериев для марковского процесса в стационарном режиме;

3) разработаны алгоритмы построения оптимального управления тандемом СМО в стационарном режиме и на конечном промежутке времени;

4) разработан метод синтеза оптимального управления СМО в модели с флуктуирующим каналом;

5) разработаны алгоритмы построения субоптимального управления СМО по неполной информации на базе методов оценивания и фильтрации ненаблюдаемого состояния.

Научная новизна заключается в разработке единая методология построения алгоритмов оптимального и субоптимального управления при наличии нескольких показателей качества. В задаче оптимизации отдельной СМО получен алгоритм синтеза оптимального управления при наличии приоритетов входящих заявок, не рассмотренной другими авторами. Для задачи оптимизации тандема или сетей массового обслуживания построен алгоритм синтеза управления в нестационарном режиме. Для задач управления по неполной информации представлены оценки для ненаблюдаемого состояния канала, а также алгоритмы синтеза субоптимального управления по неполной информации.

Теоретическая ценность данной работы заключается в разработке единой методологии построения алгоритмов оптимального управления на конечном промежутке времени при наличии нескольких показателей качества, а также в получении достаточных условий выпуклости множества достижимости критериев для СМО в стационарном режиме. С **практической** точки зрения **значимость** данной работы состоит в разработке алгоритмов оптимального и субоптимального управления СМО при наличии нескольких показателей качества, которые могут служить дополнительным инструментом для решения различных инженерных задач: построения протоколов для сетей связи, планирования сетей, управления передачей данных между узлами adhoc сетей.

Степень достоверности полученных результатов обеспечивается строгостью применяемого математического аппарата и подтверждается результатами численного моделирования.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались соискателем на следующих всероссийских и международных конференциях: 56-й Всероссийской научной конференции МФТИ, 25–30 ноября 2013 г.; XII всероссийском совещании по проблемам управления ВСПУ-2014, 16-19 июня 2014 г.; Шестая Традиционная молодежная школа «Управление, информация и оптимизация», 22–29 июня 2014 г.; International Conference «Engineering & Telecommunication En&T 2014», 26-28 ноября 2014 г.; II International Conference «Engineering & Telecommunication En&T 2015», 18-19 ноября 2015 г.; III международной конференции и молодежной школе «Информационные технологии и нанотехнологии» (ИТНТ-2017), 25-27 апреля 2017 г.; 60-й Всероссийской научной конференции МФТИ, 20–26 ноября 2017 г.; IV международной конференции и молодежной школе «Информационные технологии и нанотехнологии» (ИТНТ-2018), 24-27 апреля 2018 г.; V International Conference «Engineering & Telecommunication En&T 2018», 15-16 ноября 2018 г.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 18 печатных изданиях [1–18], 5 из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК [1–5], 11 — в тезисах докладов [8–18], 2 — в сборниках статей [6, 7]. Количество публикаций в изданиях, включенных в индексы цитирования: Web of Science — 4, Scopus — 6, РИНЦ — 9.

Личный вклад соискателя: алгоритм синтеза оптимального управления одноканальной СМО с конечным буфером при наличии ограничений с учетом приоритетов входных заявок [4]; доказательство теоремы о достаточных условиях выпуклости множества достижимости критериев для марковского процесса в стационарном режиме, алгоритм синтеза управления и его численная реализация [3]; алгоритм синтеза оптимального управления тандемом СМО в стационарном режиме и на конечном промежутке времени [2]; эксперимент по определению зависимости между RTT и загрузкой беспроводной сети и анализ полученных результатов [5]; алгоритм синтеза оптимального управления СМО в модели с флуктуирующим каналом, а также алгоритм построения субоптимального управления по неполной информации на базе методов оценивания и фильтрации ненаблюдаемого состояния [1].

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав и заключения. Полный объем диссертации составляет 146 страниц с 65 рисунками и 7 таблицами. Список литературы содержит 118 наименований.

Содержание работы

Во **введении** обосновывается актуальность исследований, проводимых в рамках данной диссертационной работы, приводится обзор научной литературы по изучаемой проблеме, формулируется цель, ставятся задачи работы, сформулированы научная новизна и практическая значимость представляемой работы.

Первая глава посвящена рассмотрению общих принципов оптимизации марковских моделей СМО на конечном промежутке времени при произвольных показателях качества. Получены достаточные условия выпуклости множества достижимости критериев для марковского процесса в стационарном режиме.

Рассмотрим СМО, состояние которой описывается процессом $\nu(t),\ t \in [0,T]$, принимающим значения из конечного множества N, а также эквивалентным векторным процессом $X(t) = \mathbf{e}^{(n)} \in \mathbb{R}^{\mathsf{N}} \Leftrightarrow \nu(t) = n$. Заявка, прибывающая в момент t, отклоняется с вероятностью $R(t) \in [0,1]$. На обслуживание заявки, находящейся на приборе в момент t, тратится случайное время, распределенное по экспоненциальному закону с параметром $M(t) \in [\underline{\mu}, \overline{\mu}]$. СМО рассматривается как система управления с обратной связью, в которой вероятность отражения заявки $R(t)$ и интенсивность обслуживания $M(t)$ играют роль контролируемых параметров. Поэтому управление $U(t) = (R(t), M(t))$ — это случайный процесс, предсказуемый относительно потока сигма-алгебр $\{\mathcal{F}_t\}$, порожденных процессом $\nu(t)$. Указанные случайные процессы $U(t)$ называются *предсказуемыми управлениями*, их класс обозначим $\mathcal{U}$. Для описания качества управления будут рассматриваться функционалы:

$$J_l(U) = \int\limits_0^T \mathsf{E}\{\mathbf{f}_l(t, \nu(t), U(t))\}\ dt, \quad l = \overline{0,p}, \tag{1}$$

где $\mathbf{f}_l(t,n,u)$ — некоторые ограниченные борелевские функции. С помощью функционалов вида (1) можно охарактеризовать ожидаемые значения: времени полного обслуживания, числа отклоненных заявок, энергозатрат и т.д.

Для исследования задачи оптимального стохастического управления применим подход, основанный на мартингальном разложении процесса $X(t)$:

$$X(t) = X(0) + \int_0^t A^*(s, U(s))X(s)\,ds + \mathcal{M}(t), \tag{2}$$

где $\mathcal{M}(t)$ — $\mathbb{R}^{\mathsf{N}}$-значный мартингал, согласованный с потоком $\{\mathcal{F}_t\}$, $A^*(s,r,\mu)$ — сопряженный оператор к генератору марковского процесса. Если $U(t)$ — предсказуемое управление, то *управляемым марковским процессом* называется случайный процесс $X(t)$, $t\in[0,T]$, принимающий значения в множестве $\mathsf{S} = \{\mathbf{e}^{(n)} : n \in \mathsf{N}\}$ и удовлетворяющий мартингальному разложению. Если $U(t)$ является марковским управлением, то одномерное распределение процесса $X(t)$ $\pi(t) = \mathsf{E}X(t) = \{\pi_n(t)\}_{n\in\mathsf{N}} \in \mathbb{R}^{\mathsf{N}}$ определяется из решения системы дифференциальных уравнений Колмогорова.

Если обозначить $f_{ln}(t,r,\mu) = \mathbf{f}_l(t,n,r,\mu)$, то (1) можно записать в виде

$$J_l(U) = \int_0^T \sum_{n\in\mathsf{N}} f_{ln}(t, r_n(t), \mu_n(t))\pi_n(t)\,dt, \quad l = \overline{0,p}. \tag{3}$$

Задача синтеза оптимального стохастического управления СМО состоит в построении такого управления $\hat{U}(t)$, которое доставляло бы минимум

$$J_0(U) \to \min_{U\in\mathcal{U}} \quad \text{при ограничениях:} \quad J_l(U) \le \overline{J}_l, \quad l = \overline{1,p}, \tag{4}$$

по множеству всех предсказуемых управлений $U \in \mathcal{U}$ при условии, что состояние СМО описывается уравнением (2), где $\overline{J}_l$ — заданные верхние границы.

Рассмотрим задачу оптимального стохастического управления относительно свертки критериев $J_l(\cdot)$: определить на классе $\mathcal{U}$ управление $\widetilde{U}(t,\lambda)$, дающее минимум линейной комбинации функционалов

$$\langle \lambda, J(U)\rangle = \sum_{l=0}^p \lambda_l J_l(U) \to \min_{U\in\mathcal{U}}, \tag{5}$$

где $J(\cdot) = [J_0(\cdot), J_1(\cdot), \ldots, J_p(\cdot)]^{\mathrm{T}}$ обозначает векторный критерий, а λ — заданный набор множителей Лагранжа $\lambda_0, \lambda_1, \ldots, \lambda_p$.

Определим функцию Беллмана, соответствующую задаче (5):

$$V(t,x,\lambda) = \inf_U \mathsf{E}\left\{ \int_t^T \sum_{l=0}^p \lambda_l \mathbf{f}_l(s, \nu(s), U(s))\,ds \;\middle|\; X(t) = x \right\},\ t\in[0,T],\ x\in\mathsf{S},$$

где точная нижняя грань находится по множеству всех предсказуемых управлений $U(s)$, заданных на промежутке $[t, T]$. Введем обозначение:

$$\varphi(t, \lambda) = \{\varphi_k(t, \lambda)\}_{k \in \mathsf{N}}, \qquad \varphi_k(t, \lambda) = V(t, \mathbf{e}^{(k)}, \lambda). \tag{6}$$

$$W_k(t, \phi, r, \mu, \lambda) = \sum_{n \in \mathsf{N}} a_{k,n}(t, r, \mu)\phi_n + \sum_{l=0}^{p} \lambda_l f_{l,k}(t, r, \mu), \quad \phi \in \mathbb{R}^{\mathsf{N}}. \tag{7}$$

Решение задачи оптимального управления (5) основано на результате, полученном в работе [Б.М. Миллер, Г.Б. Миллер, К.В. Семенихин Методы синтеза оптимального управления марковским процессом с конечным множеством состояний при наличии ограничений // Автоматика и телемеханика. 2011. №2].

Оптимальное значение свертки критериев (5) находится через начальное значение $\varphi(0, \lambda)$ решения системы

$$\dot{\varphi}_k(t, \lambda) = -\min_{(r,\mu) \in \mathsf{U}} W_k(t, \varphi(t, \lambda), r, \mu, \lambda), \quad k \in \mathsf{N}, \tag{8}$$

с учетом терминального условия $\varphi(T, \lambda) = 0$ и начального распределения $\pi(0)$ состояния управляемой СМО. Минимум достигается на марковском управлении

$$\widetilde{U}(t, \lambda) = (\widetilde{r}_{\nu(t-)}(t, \lambda), \widetilde{\mu}_{\nu(t-)}(t, \lambda)), \tag{9}$$

которое определяется через функции:

$$(\widetilde{r}_k(t, \lambda), \widetilde{\mu}_k(t, \lambda)) \in \operatorname*{Arg\,min}_{(r,\mu) \in \mathsf{U}} W_k(t, \varphi(t, \lambda), r, \mu, \lambda). \tag{10}$$

Условная оптимизация (4) равносильна решению минимаксной задачи

$$\hat{U} \in \operatorname*{Arg\,min}_{U \in \mathcal{U}} \sup_{\lambda \in \Lambda} L(U, \lambda). \tag{11}$$

Для определения $\hat{U}$ воспользуемся методом двойственной оптимизации, который описывается следующей двухэтапной схемой:

1) найти решение двойственной задачи

$$\hat{\lambda} \in \operatorname*{Arg\,max}_{\lambda \in \Lambda} \min_{U \in \mathcal{U}} L(U, \lambda); \tag{12}$$

2) синтезировать оптимальное управление, соответствующее оптимальному вектору множителей $\hat{\lambda}$:

$$\hat{U} \in \operatorname*{Arg\,min}_{U \in \mathcal{U}} L(U, \hat{\lambda}). \tag{13}$$

Теорема 1.3 устанавливает условия, при которых оптимальное управление в задаче с ограничениями может быть получено методом двойственной оптимизации.

Теорема 1.3. *Если для управляемой СМО выполнено условие Слейтера* $\exists \overline{U} \in \mathcal{U}\colon\ J_l(\overline{U}) < \overline{J}_l,\ l = \overline{1,p}$, *то существует решение* $\hat{\lambda}$ *двойственной задачи* (12). *Если к тому же стратегии* $\widetilde{\mu}_n(t,\lambda)$ *и* $\widetilde{r}_n(t,\lambda)$ *непрерывны по* λ *в метрике* $\mathsf{L}_1[0,T]$, *то марковское управление, описываемое соотношениями* (9) *при* $\lambda = \hat{\lambda}$, *является оптимальным в задаче с ограничениями* (2), (4).

Теперь рассмотрим стационарный случай. Пусть однородный марковский процесс $\xi(t)$ с конечным множеством состояний N имеет генератор $A(U)$. Задача состоит в том, чтобы найти вектор управлений $U \in \mathcal{U}$ и соответствующее распределение вероятностей π, на которых достигается минимум

$$\begin{cases} J_0(\pi,U) \to \min\limits_{U\in\mathcal{U},\,\pi\geq 0} \text{ при ограничениях:} \quad J_l(\pi,U) \leq \overline{J}_l,\ l = \overline{1,p}, \\ A^*(U)\pi = 0, \quad \sum\limits_{n\in\mathsf{N}} \pi_n = 1. \end{cases} \tag{14}$$

Следующая теорема указывает условия, достаточные для выпуклости множества достижимости $\mathsf{J} = \left\{ y \in \mathbb{R}^{p+1}\colon \exists U \in \mathcal{U}\colon y \geq J(U) \right\}$.

Теорема 1.4. *Пусть множества*

$$\left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^{\mathsf{N}} \times \mathbb{R}^{p+1}\colon \exists U \in \mathcal{U}\colon x_n = a_{k,n}(U), y_m \geq f_k^m(U) \right\}, \tag{15}$$

для $\forall n \in \mathsf{N}$, $m \in \overline{0,p}$ *являются выпуклыми, тогда множество достижимости значений критериев также будет выпуклым.*

На основании этой теоремы можно утверждать, что оптимальное управление в задаче (14) можно получить из решения задачи выпуклого программирования:

$$y_0 \to \min_{y\in\mathsf{J}} \text{ при ограничениях:} \quad y_l \leq \overline{J}_l,\ l = \overline{1,p}.$$

Вторая глава посвящена разработке алгоритмов синтеза оптимальных стратегий доступа и загрузки одноканальной СМО при наличии ограничений. Приведены две модели СМО: система с ограниченным буфером для одного потока входящих заявок и система с двумя очередями для заявок разного приоритета. Для построения оптимального управления в задачах с ограничениями был использован подход описанный в **первой главе**, основанный на правиле множителей Лагранжа и методе двойственной оптимизации.

Пусть система содержит один прибор обслуживания и две очереди для размещения заявок разного приоритета. Первая очередь заполняется заявками высокого приоритета, а заявки низкого приоритета занимают вторую очередь и поступают на обслуживание, если в системе нет более приоритетных заявок. Если во время обслуживания низкоприоритетной заявки поступает высокоприоритетная, то она мгновенно занимает сервер, а низкоприоритетная возвращается в очередь необслуженной.

Пусть N_1 и N_2 — максимальное число заявок высокого и низкого приоритета соответственно. Тогда состояние СМО будет описываться процессом $\nu(t) = (\nu_1(t), \nu_2(t))$ со значениями в множестве $\mathsf{N} = \mathsf{N}_1 \times \mathsf{N}_2$, $\mathsf{N}_1 = \{0, 1, \ldots, N_1\}$, $\mathsf{N}_2 = \{0, 1, \ldots, N_2\}$, где $\nu_1(t)$ равно числу высокоприоритетных, а $\nu_2(t)$ — низкоприоритетных заявок в системе в момент времени $t \in [0, T]$.

Поступающие заявки образуют два независимых нестационарных пуассоновских потока с известными непрерывными интенсивностями $\alpha_1(t)$ и $\alpha_2(t)$.

Требуется минимизировать функционал

$$J_0(U) = \frac{1}{T} \int\limits_0^T \mathsf{E}\left\{ \frac{\nu_1(t) + \nu_2(t)}{M(t)} \right\} dt,$$

характеризующий время полного обслуживания низкоприоритетной заявки, при наличии ограничений на J_1 — среднее число отклоненных заявок низкого приоритета, J_2 — средний объем использованных ресурсов, J_3 — функционал, характеризующий время полного обслуживания высокоприоритетной заявки:

$$J_1(U) = \int\limits_0^T \mathsf{E}\{\mathrm{I}\{\nu_2(t) = N_2\} + R(t)\,\mathrm{I}\{\nu_2(t) < N_2\}\}\,\alpha_2(t)\,dt,$$

$$J_2(U) = \int\limits_0^T \mathsf{E}\{M(t)\,\mathrm{I}\{\nu_1(t) + \nu_2(t) > 0\}\}\,dt,\ J_3(U) = \frac{1}{T}\int\limits_0^T \mathsf{E}\left\{\frac{\nu_1(t)}{M(t)}\right\} dt.$$

Оптимизация производится на классе $\mathcal{U}$ всех предсказуемых управлений $U(t) = (R(t), M(t))$, где $R(t)$ — вероятность отклонения заявки низкого приоритета, $M(t)$ — интенсивность обслуживания, причем $R(t) \in [0, 1]$, $M(t) \in [\underline{\mu}, \overline{\mu}]$.

Управления, оптимальные относительно свертки критериев, имеют вид:

$$\widetilde{r}_{k,l}(t, \lambda) = \mathrm{I}\{\lambda_1 < x_{k,l+1} - x_{k,l}\} \quad \text{при} \quad l < N_2;$$

$$\widetilde{\mu}_{k,l}(t, \lambda) = \begin{cases} Q\big(\lambda_2 - (x_{0,l} - x_{0,l-1}), l\lambda_0/T\big), & k = 0,\ l > 0, \\ Q\big(\lambda_2 - (x_{k,l} - x_{k-1,l}), (k(\lambda_0 + \lambda_3) + l\lambda_0)/T\big), & k > 0, \end{cases}$$

где $Q(u, v)$ обозначает точку минимума функции $u\mu + v/\mu$ на отрезке $[\underline{\mu}, \overline{\mu}]$. $Q(u, v) = \underline{\mu}$ при $u > 0$, $\sqrt{v/u} < \underline{\mu}$; $Q(u, v) = \overline{\mu}$ при $\sqrt{v/u} > \overline{\mu}$ или $u \leq 0$ и, наконец, $Q(u, v) = \sqrt{v/u}$ при $u > 0$, $\sqrt{v/u} \in [\underline{\mu}, \overline{\mu}]$.

Функция $\varphi_{k,l}$ равна оптимальному значению функционала $\langle J(\cdot), \lambda\rangle$ для системы, функционирующей на интервале $[t, T]$ при начальном условии $\nu(t) = (k, l)$. Разность $\varphi_{k,l+1} - \varphi_{k,l}$ можно рассматривать как выигрыш от снижения числа требований, а коэффициент λ_1 характеризует важность сохранения заявки низкого приоритета в системе. Поэтому оптимальная вероятность отклонения $\widetilde{r}_{k,l}$ находится в результате сравнения этих двух величин.

Оптимальная интенсивность обслуживания устроена немного сложнее. Аргумент u в функции $Q(u, v)$ определяется разницей между ценой использования ресурсов λ_2 и выгодой от обработки заявки $\varphi_{k,l} - \varphi_{k-1,l}$ (или $\varphi_{0,l} - \varphi_{0,l-1}$, если $k = 0$). Если эта выгода выше энергозатрат, т.е. $u \leq 0$, то нужно установить максимальной интенсивность обслуживания $\overline{\mu}$. В противном случае оптимальная интенсивность $\widetilde{\mu}_n$ будет определяться отношением v/u величины v, играющей роль цены ожидания обслуживания для вновь прибывающей заявки, к величине u, равной потерям от обслуживания.

Для синтеза управления, оптимального по критерию $J_0(U) \to \min$ с учетом ограничений, остается решить двойственную задачу и подставить найденные коэффициенты λ_j , $j = 0, 1, 2, 3$ в указанные выше стратегии $\widetilde{r}_{k,l}$, $\widetilde{\mu}_{k,l}$. Вид оптимальных стратегий $\hat{r}_{m,n}(t), \hat{\mu}_{m,n}(t)$ представлен на рис. 1.

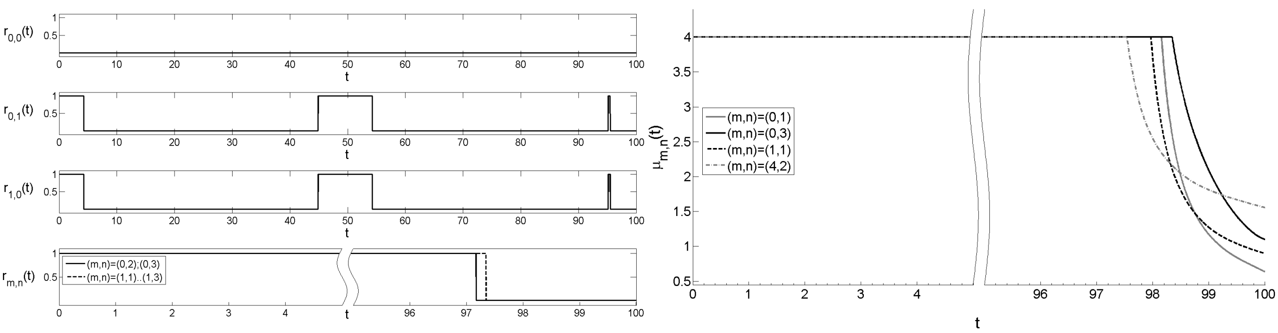

Рис. 1. Оптимальная вероятность отклонения $\hat{r}_{m,n}(t)$ (слева) и интенсивность обслуживания $\hat{\mu}_{m,n}(t)$ (справа)

Третья глава посвящена исследованию задач оптимального управления тандемом СМО в стационарном режиме и на конечном промежутке времени. В главе изучается робототехническая система, состоящая из двух самостоятельно действующих агентов — передатчика и базовой станции (БС). Будем рассматривать эту схему как открытую сеть массового обслуживания типа тандем — последовательное соединение двух одноканальных систем. На вход СМО передатчика поступает пуассоновский поток пакетов (блоков информации), которые требуется передать на обработку в СМО второго агента.

Число пакетов в обеих системах ограничено и максимально может быть равно M и N соответственно. Если все места в очереди заняты, то вновь приходящий пакет теряется. Для сокращения потерь передатчик управляет интенсивностью μ, выбирая ее в зависимости от количества пакетов в системе. СМО второго агента также содержит конечную очередь и прибор обслуживания с фиксированной интенсивностью обработки ν. Чтобы исключить потери пакетов при передачи между системами, достаточно обеспечить отсутствие переполнения в очереди второй СМО. Это осуществляется за счет выбора дополнительного параметра — вероятности отказа $\rho \in [0,1]$ или вероятности приема $\vartheta = 1 - \rho \in [0,1]$. Если происходит отказ, то пакет, подлежащей пересылке во вторую систему, остается в первой. Поэтому скорость пересылки пакета, иначе говоря, интенсивность обслуживания в первой СМО, равна $\mu(1-\rho) = \mu\,\vartheta$. Тем самым вероятность ρ рассматривается как управляемый параметр, чье значение назначает второй агент. Интенсивность входного потока заранее известна и равна $\alpha(t) \geq 0$.

Для описания состояния рассматриваемой сети в текущий момент времени t введем двухкомпонентный случайный процесс $(\xi(t), \eta(t))$, такой что $\xi(t)$ и $\eta(t)$ обозначают число пакетов в первой и второй системе соответственно. Если считать, что времена обслуживания на серверах обоих СМО образуют набор взаимно независимых случайных величин, а параметры μ и ρ суть константы, то пара $(\xi(t), \eta(t))$ образует однородный марковский процесс с множеством состояний $\mathsf{N} = \mathsf{N}_1 \times \mathsf{N}_2, \quad \mathsf{N}_1 = \{0, 1, \ldots, M\}, \quad \mathsf{N}_2 = \{0, 1, \ldots, N\}$. Если скорость пересылки и вероятность отказа являются функциями текущих состояний первой и второй СМО соответственно, то процесс $(\xi(t), \eta(t))$ также будет управляемым однородным марковским с управлением $U = \{(\mu_k, \rho_l) \colon (k,l) \in \mathsf{N}\}$.

Обозначим множество допустимых стратегий управлений U, где управления интенсивностью пересылки и вероятностью отказа, подчиняются нижним и верхним границам $0 \leq \rho_{min} \leq \rho_{max} < 1$ и $0 < \mu_{min} \leq \mu_{max}$.

Качество работы рассматриваемой инфокоммуникационной сети будем описывать в стационарном режиме с использованием нескольких функционалов. Требуется минимизировать долю потерянного входного трафика $J_0 = \mathsf{P}\{\xi = M\}$ при наличии ограничений на значения трех функционалов:

$$J_1 = \mathsf{E}\left\{ \frac{\xi + 1}{\mu_\xi (1 - \rho_\eta)} \right\},\ J_2 = \frac{\mathsf{E}\eta + 1}{\nu},\ J_3 = \mathsf{E}\{\mu_\xi \mathrm{I}\{\xi > 0\}\}\,,$$

где J_1 характеризует оперативность передачи данных, J_2 описывает время полного обслуживания заявки во второй СМО, а J_3 — объем потребляемой энергии.

Стационарную вероятность нахождения сети в состоянии (k,l) обозначим $\pi_{k,l}$, тогда задача управления передачей данных в рассматриваемой инфокоммуникационной сети состоит в нахождении допустимого управления $\hat{U} \in \mathcal{U}$ и распределения $\hat{\pi}$, которые бы доставляли минимум

$$\begin{cases} J_0(\pi, U) \to \min\limits_{U \in \mathcal{U},\, \pi \geq 0} \text{ при ограничениях:} \quad J_l(\pi, U) \leq \overline{J}_l,\ l = 1,2,3, \\ \sum\limits_{(k,l) \in \mathsf{N}} a_{(k,l),(i,j)}(\mu_k, \rho_l)\pi_{k,l} = 0,\ \forall\,(i,j) \in \mathsf{N}, \qquad \sum\limits_{(k,l) \in \mathsf{N}} \pi_{k,l} = 1, \end{cases} \tag{16}$$

где $\overline{J}_l$ — заданные верхние границы. Искомый набор $\hat{U} = \{(\hat{\mu}_k, \hat{\rho}_l)\}_{(k,l)\in\mathsf{N}}$ будем называть *оптимальным управлением*.

Если вероятности отказа заданы изначально, т.е. $\rho = \rho^0$, где $\rho^0 = \left\{\rho_l^0\right\}_{l\in\mathsf{N}_2}$, то задача оптимального управления сетью передачей данных сводится к нахождению управления $\hat{U} = \left\{(\hat{\mu}_k, \rho_l^0)\right\}_{(k,l)\in\mathsf{N}}$, в котором оптимизации подлежит только интенсивность пересылки $\{\mu_k\}$. Формулировка этой задачи аналогична (16), за исключением ограничения на множество допустимых управлений.

Наличие обратной связи (отклонения заявок с вероятностью, зависящей от количества заявок во второй СМО) и блокирования работы первой СМО при переполнении буфера второй не позволяет представить распределение вероятностей π как произведение независимых распределений для отдельных узлов. Поэтому система уравнений баланса в (16) не может быть решена аналитически для управляемой сети. Однако для любых допустимых управлений $U \in \mathcal{U}$ всегда существует единственное стационарное распределение π. Поэтому система уравнений баланса задает распределение π, как неявную функцию U, причем единственным образом. Правые части системы уравнений баланса линейны по π, а множества оптимизируемых параметров являются выпуклыми: множество $\mathcal{U}$ выпукло по построению, а $\{\pi_{k,l}\}$ ограничены $N \times M$-мерным симплексом — поэтому задача вида (16) принадлежит классу гладко-выпуклых задач.

Несмотря на невыпуклость по U интенсивностей переходов, множество достижимости в задаче (16) является выпуклым в ряде случаев. В диссертации приведены достаточные условия выпуклости множества достижимости в данной задаче: в частности, это верно, если хотя бы один из управляемых параметров зависит от состояния всей сети или вероятности отказа заданы $\rho = \rho^0$.

На рис. 2 представлена заданная вероятность отклонения пакета ρ^0, а также оптимальная интенсивность обслуживания $\hat{\mu}$ полученная при $\rho = \rho^0$. Оптимальные $\hat{\mu}$ оказываются больше ν, т.е. первый узел обрабатывает пакеты быстрее второго. Также оптимальная стратегия имеет пик около $k = 1$, а затем монотонно растет до максимальной интенсивности μ_{max}. Критерии J_0, J_1 убывают при увеличении μ, а J_2, J_3, напротив, возрастают. Поэтому наличие пика говорит о том, что при малом количестве заявок в первой системы более весомыми оказываются первые два критерия.

На рис. 3 представлены результаты численного решения исходной задачи (16), в которой стратегии μ_k и ρ_l обоих агентов подлежат оптимизации. Стратегия управления вероятностью отказа имеет вид, близкий к ранее заданной ρ^0. Для верификации полученного решения была проанализирована вариация функционала J_0 в окрестности сглаженной стратегии $\tilde{\rho}$, представленной на рис. 3.

В **четвертой главе** рассмотрена задача по исследованию зависимости между временем кругового обращения пакета (RTT) и загрузкой сетевого соедине-

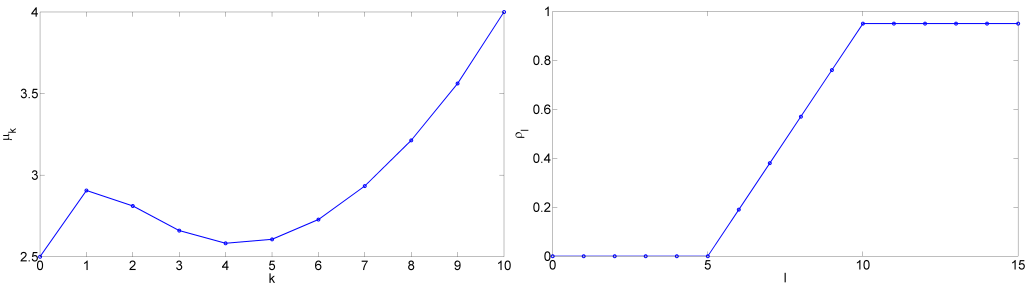

Рис. 2. Оптимальная интенсивность обслуживания $\hat{\mu}_k$ (слева) при заданной вероятности отказа ρ_l^0 (справа)

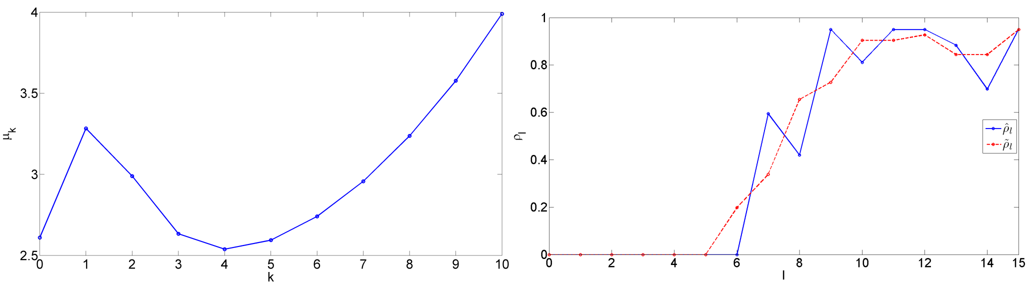

Рис. 3. Оптимальная интенсивность обслуживания $\hat{\mu}_k$ (слева), оптимальная $\hat{\rho}_l$ и сглаженная $\tilde{\rho}_l$ вероятности отказа (справа)

ния, а также рассмотрены задачи управления СМО по неполной информации и описаны алгоритмы построения субоптимального управления на базе методов оценивания и фильтрации ненаблюдаемого состояния.

Полученные экспериментальные результаты подтверждают статистическую зависимость RTT и загрузкой сетевого соединения. Оценки распределений на основе экспериментальных данных показывают, что распределение RTT может быть описано в виде выпуклой комбинации двух распределений: экстремальных значений и логистического.

Рассмотрим задачу управления СМО по неполной информации для модели сети передачи данных, состоящей из узла, представленного одноканальной СМО, и канала связи, состояние которого описывается ненаблюдаемым марковским процессом. Для описания сети передачи данных введем пару марковских процессов X_t, θ_t, определенных на конечном промежутке времени $[0, T]$. Процесс X_t описывает состояние СМО с нестационарным пуассоновским входным потоком, имеющим заданную интенсивность $\alpha(t)$, а θ_t — ненаблюдаемое состояние флуктуирующего канала связи.

Допустим, что N — наибольшее число пакетов, которое может вмещать система, а K — число агрегированных состояний канала связи. В качестве множеств состояний возьмем

$$\mathsf{S}^X = \{e_0, e_1, \ldots, e_N\} \subset \mathbb{R}^{N+1} \quad \text{и} \quad \mathsf{S}^\theta = \{f_1, \ldots, f_K\} \subset \mathbb{R}^K. \tag{17}$$

Так как X_t — процесс рождения и гибели, его модель полностью определяется двумя характеристиками: интенсивностью прихода пакета $\alpha(t)$ и интенсивностью обработки $\langle d(t), \theta \rangle \mu$, где μ — управляемая скорость передачи данных, а $\langle d(t), \theta \rangle$ — множитель, уменьшающий эту скорость из-за ожидания подтверждения отправки или сообщения о потере. Чем лучше состояние канала, тем меньше в среднем время на доставку пакета, поэтому будем считать, что номера состояний f_k выбраны согласно соотношению $1 \geq d_1(t) > \ldots > d_K(t) > 0$.

Случайный процесс μ_t — *управление по полной информации*, если он: принимает (при каждом t) значения из промежутка $[\underline{m}(t), \overline{m}(t)]$ с известными границами $0 < \underline{m}(t) \leq \overline{m}(t) < \infty$, имеет кусочно-непрерывные траектории, является предсказуемым относительно фильтрации $\mathcal{G} = \{\mathcal{G}_t\}_{t \geq 0}$ по X_t и θ_t.

Класс управлений по полной информации обозначим $\mathcal{C}$. Предположение $\mu \in \mathcal{C}$ означает, что μ_t полностью определяется эволюцией состояний СМО и канала связи вплоть до текущего момента t: $\{X_s,\, \theta_s \colon s \in (0, t)\}$.

Процесс μ_t — есть *управление по неполной информации*, если процесс μ_t предсказуем относительно фильтрации $\mathcal{X} = \{\mathcal{X}_t\}_{t \geq 0}$, порожденной только процессом X_t.

Класс управлений по неполной информации обозначим буквой $\mathcal{I}$. Если $\mu \in \mathcal{I}$, то состояние канала θ_t недоступно прямому измерению, поэтому в каждый момент времени управление μ_t функционально зависит только от предыстории состояния СМО $\{X_s,\, s \in (0, t)\}$.

Рассмотрим два показателя качества управления сетью передачи данных:

$$J_0[\mu] = \int\limits_0^T \mathsf{E}\{\mathrm{I}\{X_t = N\}\alpha(t) + \mathrm{I}\{X_t > 0\}\langle \ell(t), \theta_t \rangle \mu_t\}\, dt,$$

$$J_1[\mu] = \int\limits_0^T \mathsf{E}\{p_t\}\, dt = \int\limits_0^T \mathsf{E}\big\{\langle \nu(t), \theta_t \rangle \big(\exp\{H\mu_t\} - 1\big)\big\}\, dt,$$

где $J_0[\mu]$ — среднее количество потерянных пакетов, а $J_1[\mu]$ — энергия сигнала, генерируемого передатчиком, H — энтропия наугад взятого пакета, $\langle \nu(t), \theta_t \rangle$ — интенсивность шума, зависящая от состояния канала связи. Заданные границы скорости передачи данных можно связать с ограничениями на мощность:

$$\underline{m}(t) = \frac{1}{H} \ln\left\{1 + \frac{\underline{p}}{\nu_1(t)}\right\}, \qquad \overline{m}(t) = \frac{1}{H} \ln\left\{1 + \frac{\overline{p}}{\nu_K(t)}\right\}. \tag{18}$$

Первое слагаемое J_0 отражает потерю всех входящих пакетов при переполнении очереди ($X_t = N$). Второе — описывает интенсивность случайных потерь на пути от передатчика к базовой станции. Интенсивность этих потерь предполагается пропорциональной скорости передачи, а коэффициент пропорциональности определяется состоянием канала связи, причем в хорошем состоянии потерь в среднем меньше $0 \le \ell_1(t) \le \ldots \le \ell_K(t) \le 1$.

Задача оптимального управления по полной информации принимает вид:

$$J_0[\mu] \to \min_{\mu \in \mathcal{C}} \quad \text{при ограничении} \quad J_1[\mu] \le \overline{J}_1, \tag{19}$$

где $\overline{J}_1$ — заданная верхняя граница.

Итак, цель решения задачи (19) — определить управление $\hat{\mu}$, дающее на фиксированном промежутке времени T минимальное в среднем количество потерянных пакетов на основе полной информации с учетом лимита энергии сигнала, генерируемого передатчиком. Оптимальное управление по неполной информации определяется аналогично (19) с заменой $\mathcal{C}$ на класс $\mathcal{I}$.

Для построения оптимального управления по полной информации $\hat{\mu}$ введем расширенный функционал, соответствующий задаче с ограничением (19):

$$L[\mu, \lambda] = J_0[\mu] + \lambda(J_1[\mu] - \overline{J}_1), \quad \mu \in \mathcal{C}, \quad \lambda \ge 0. \tag{20}$$

Предлагаемый метод построения управления $\hat{\mu}$, оптимального при наличии ограничения, основан на принципе двойственной оптимизации и в общем виде описан в **первой главе** диссертации.

При $\lambda > 0$ и $n > 0$ искомая стратегия находится как

$$\widetilde{m}_{n,k}(t, \varphi, \lambda) = m^o\biggl(\frac{d_k(t)(\varphi_{n,k} - \varphi_{n-1,k}) - \ell_k(t)}{\lambda \nu_k(t)};\ \underline{m}(t), \overline{m}(t)\biggr), \tag{21}$$

где $m^o\bigl(c;\, \underline{m}, \overline{m}\bigr)$ — точка минимума функции $-cm + e^{Hm}$ на отрезке $[\underline{m}, \overline{m}]$. Эта точка определена единственным образом:

$$m^o\bigl(c;\, \underline{m}, \overline{m}\bigr) = \begin{cases} \underline{m}, & c \le H\, e^{H\underline{m}}, \\ \ln(c/H)/H, & H\, e^{H\underline{m}} \le c \le H\, e^{H\overline{m}}, \\ \overline{m}, & c \ge H\, e^{H\overline{m}}. \end{cases} \tag{22}$$

При $n = 0$ можно положить $\widetilde{m}_{n,k}(t, \varphi, \lambda) = \underline{m}(t)$. А если же $\lambda = 0$ и $n > 0$, то стратегия $\widetilde{m}_{n,k}(t, \varphi, \lambda)$ будет соответственно нижней границей, верхней границей или произвольной точкой отрезка $[\underline{m}(t), \overline{m}(t)]$ в зависимости от того, какое из трех условий выполнено: коэффициент $d_k(t)(\varphi_{n,k} - \varphi_{n-1,k})$ меньше, больше и равен параметру $\ell_k(t)$.

При $\lambda > 0$ оптимальное управление в расширенной задаче (5) имеет вид $\widetilde{\mu}_t(\lambda) = \langle \widetilde{\boldsymbol{m}}(t, \varphi(t, \lambda), \lambda), X_{t-} \otimes \theta_{t-} \rangle$, где стратегия $\widetilde{m}_{n,k}(t, \varphi, \lambda)$ однозначно определяется формулами (21) и (22), а функция $\varphi(t, \lambda)$ находится из решения дифференциальной системы (8).

Разность $\varphi_{n,k} - \varphi_{n-1,k} > 0$ характеризует выгоду от уменьшения загрузки СМО. Если $\ell_k = 0$, то в относительных величинах эта выгода будет описываться коэффициентом $c = (\varphi_{n,k} - \varphi_{n-1,k}) \cdot d_k/(\lambda\nu_k)$. Отношение $d_k/(\lambda\nu_k)$ тем меньше, чем хуже состояние канала связи f_k или больше вес энергетического критерия λ. Поэтому величина c будет малой, а оптимальная скорость передачи — минимальной, при плохом качестве связи или жестких энергетических ограничениях. Если же, наоборот, состояние связи хорошее, а энергетический критерий не является доминирующим показателем, то оптимальная скорость передачи устанавливается на максимальном уровне $\overline{m}$. Увеличение процента случайных потерь ℓ_k ведет к сокращению величины c, определяющей выигрыш от снижения загрузки СМО. При $\lambda = 0$ ограничение на энергию сигнала отсутствует и переход между $\underline{m}$ и $\overline{m}$ реализуется в виде скачка, поскольку пограничная ситуация определяется уравнением $d_k(\varphi_{n,k} - \varphi_{n-1,k}) = \ell_k$, а не диапазоном (как в случае $\lambda > 0$).

Если стратегия $\underline{m}(t)$ удовлетворяет условию Слейтера $J_1[\underline{m}] < \overline{J}_1$, то решение $\hat{\lambda}$ двойственной задачи существует и тогда стратегия $\widetilde{\boldsymbol{m}} = \{\widetilde{m}_{n,k}\}$, определенная в (21)–(22), задает оптимальное управление в задаче (19) и имеет вид

$$\hat{\mu}_t = \langle \widetilde{\boldsymbol{m}}(t, \hat{\varphi}(t), \hat{\lambda}), X_{t-} \otimes \theta_{t-} \rangle. \tag{23}$$

Пусть вектор ϑ_t представляет собой оптимальную в среднем квадратическом оценку скрытого состояния канала по всей предыстории динамики СМО $\mathcal{X}_t = \sigma\{X_s\colon s \le t\}$. В силу предположения $\theta_t \in \mathsf{S}^\theta$ компоненты вектора ϑ_t являются условными вероятностями

$$\langle \vartheta_t, f_k \rangle = \mathsf{P}\{\theta_t = f_k \mid \mathcal{X}_t\}.$$

Для синтеза алгоритма управления сетью передачи данных в отсутствии полной информации о θ_t необходимо сначала решить задачу фильтрации

$$\vartheta_t = \mathsf{E}\{\theta_t \mid \mathcal{X}_t\}. \tag{24}$$

В диссертации на основе метода, изложенного в книге R.J. Elliott, было получено дифференциально разностное уравнение для ненормированной оценки $\widetilde{\vartheta}_t$.

Наряду с оценкой состояния канала ϑ_t, рассмотрим также оценку $\mathsf{E}\{\theta_t \mid X_t\}$. Она использует только текущее значение процесса X_t и представляет собой вектор, составленный из условных вероятностей $\mathsf{P}\{\theta_t = f_k \mid X_t\}$, $k = 1, \ldots, K$:

$$\mathsf{E}\{\theta_t \mid X_t\} = \pi^*(t) X_t \,/\, \langle \pi^*(t) X_t, e \rangle. \tag{25}$$

Теперь на основе оптимальной стратегии с полной информацией

$$\widehat{\boldsymbol{m}}(t) = \{\hat{m}_{n,k}(t)\}, \quad \hat{\mu}_t = \langle \widehat{\boldsymbol{m}}(t), X_{t-} \otimes \theta_{t-} \rangle, \tag{26}$$

укажем несколько способов построения управлений, использующих вместо истинного состояния канала его оценки (24) и (25). Вариант управления будем обозначать буквами: «f» — filter; «c» — current state; «e» — expectation; «m» — mode.

Рассмотрим четыре варианта управления по неполной информации:

1) f.e.-управление — усреднение управления по полной информации $\hat{\mu}_t$ относительно апостериорного распределения (24) ненаблюдаемого состояния канала с учетом всей предыстории $\mathcal{X}_t$, т.е.

$$\mu_t^{\text{f.e.}} = \mathsf{E}\{\hat{\mu}_t \mid \mathcal{X}_t\} = \langle \widehat{\boldsymbol{m}}(t), X_{t-} \otimes \vartheta_t \rangle; \tag{27}$$

2) f.m.-управление аналогично f.e., но вместо усреднения стратегий $\hat{m}_{n,k}(t)$ выбирается стратегия, соответствующая номеру наиболее вероятного состояния канала;

3) c.e.-управление основано на усреднении относительно апостериорного распределения (25), которое определяется только по текущему значению X_t;

4) c.m.-управление использует моду указанного распределения.

Сравнение качества предложенных управлений проведено по результатам численного эксперимента. Предполагается, что канал имеет два возможных состояния: f_1 — «хорошая связь» и f_2 — «плохая связь». Во время пересылки пакетов с передатчика на базовую станцию при хорошей связи потерь нет, а при плохой — скорость передачи замедляется в два раза и теряется 10% пакетов.

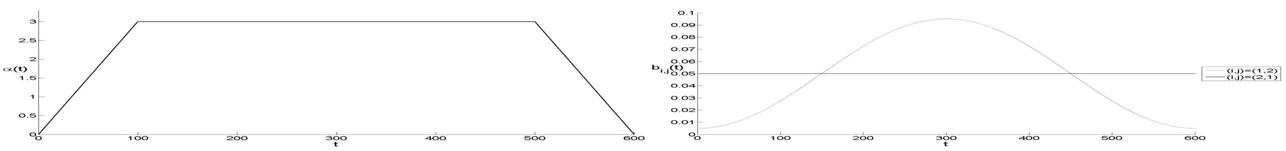

Рис. 4. Интенсивность входного потока $\alpha(t)$ (слева) и интенсивности переходов между состояниями канала связи (справа)

Интенсивность входного потока и интенсивности перехода между состояниями канала изображены на рис. 4. Интенсивность перехода в f_1 постоянна, а обратного перехода постепенно меняется. Вид оптимальной стратегии при хорошем и плохом качестве связи изображен на рис. 5.

Теперь перейдем к обсуждению результатов полученных управлений по неполной информации. На рис. 6 изображены траектории индикатора «плохого» состояния $\langle \theta_t, f_2 \rangle$ и его оценки $\langle \vartheta_t, f_2 \rangle$: как можно видеть по графику, оценка следует за состоянием канала.

На рис. 7 представлены: три кривые, каждая из которых составлена из значений векторного критерия $(J_0[\mu], J_1[\mu])$, когда μ пробегает семейство управлений, параметризованных множителем $\lambda \geq 0$ для нескольких стратегий (оптимального управления по полной информации $\widetilde{\mu}(\lambda)$, управлений по неполной информации $\mu^{\text{c.e.}}(\lambda)$ и $\mu^{\text{c.m.}}(\lambda)$), а также график границы множества Парето для f.e.-

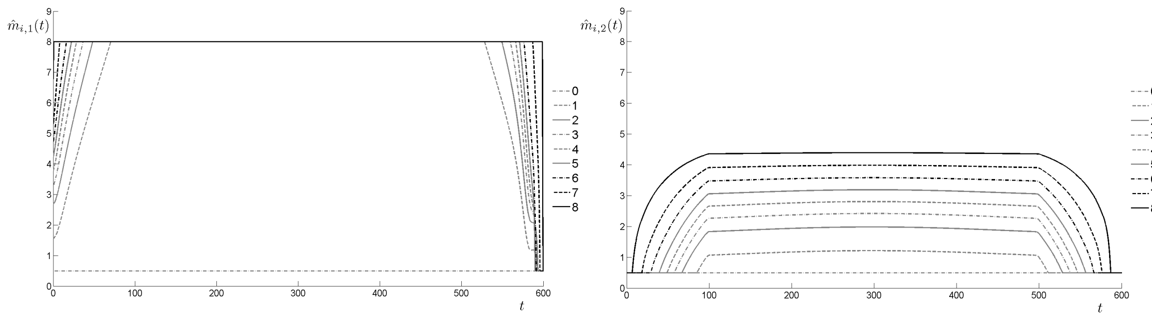

Рис. 5. Оптимальная стратегия $\{\hat{m}_{n,1}(t)\}_{n=0,\dots,8}$ передачи данных в хорошем (слева) и плохом (справа) состоянии канала при активном ограничении на энергию сигнала.

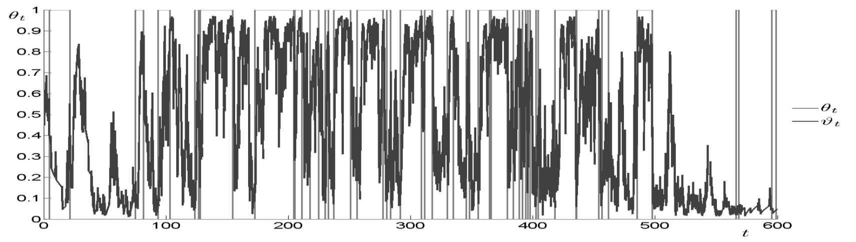

Рис. 6. Апостериорная вероятность «плохого» состояния канала $\langle \vartheta_t, f_2 \rangle$ в сравнении с индикатором этого состояния $\langle \theta_t, f_2 \rangle$

управления, построенный как нелинейная регрессия по результатам численного моделирования для различных значений λ. Если проанализировать операции, выполняемые над апостериорным распределением при формировании управления по неполной информации, то усреднение выглядит предпочтительнее, чем выбор наиболее правдоподобного значения.

В **заключении** к диссертации сформулированы основные ее результаты, выносимые на защиту:

1) разработан алгоритм построения оптимального управления одноканальной СМО с конечным буфером при наличии ограничений с учетом приоритетов входных заявок;

2) получены достаточные условия выпуклости множества достижимости критериев для марковского процесса в стационарном режиме;

3) разработаны алгоритмы построения оптимального управления тандемом СМО в стационарном режиме и на конечном промежутке времени;

4) разработан метод синтеза оптимального управления СМО в модели с флуктуирующим каналом;

5) разработаны алгоритмы построения субоптимального управления СМО по неполной информации на базе методов оценивания и фильтрации ненаблюдаемого состояния.

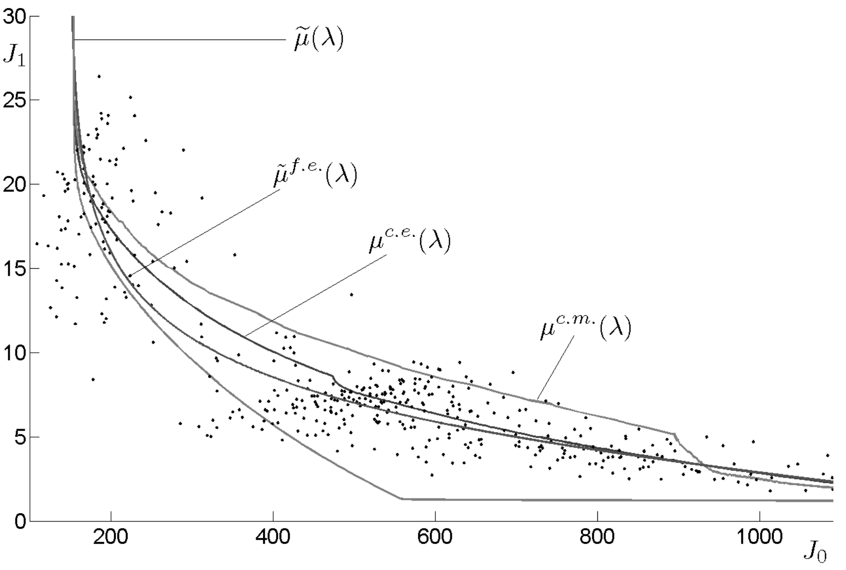

Рис. 7. Значения функционалов на семействах управлений $\widetilde{\mu}(\lambda)$, $\mu^{\text{c.e.}}(\lambda)$, $\mu^{\text{c.m.}}(\lambda)$ в сравнении с оценкой значений функционалов на управлении $\mu^{\text{f.e.}}(\lambda)$

Публикации автора по теме диссертации

1. Кузнецов Н. А., Мясников Д. В., Семенихин К. В. Оптимизация управления передачей данных по флуктуирующему каналу связи при неточной информации о его состоянии // Информационные процессы. 2018. Т. 18, № 2. С. 86–105.
   Переводная версия:
   Kuznetsov N.A., Myasnikov D.V., Semenikhin K.V. Optimal Control of Data Transmission over a Fluctuating Channel with Unknown State // Journal of Communications Technology and Electronics. 2018. V.63. No.12. P.1506-1517. DOI: 10.1134/S1064226918120136.

2. Кузнецов Н. А., Мясников Д. В., Семенихин К. В. Оптимизация двухфазной системы массового обслуживания и ее применение к управлению передачей данных между двумя агентами робототехнической системы // Информационные процессы. 2017. Т. 17, № 1. С. 19–42.
   Переводная версия:
   Kuznetsov N.A., Myasnikov D.V., Semenikhin K.V. Optimization of two-phase queuing system and its application to the control of data transmission between two robotic agents // Journal of Communications Technology and Electronics. 2017. V.62. No.12. P.1484-1498. DOI: 10.1134/S1064226917120087.

3. Кузнецов Н. А., Мясников Д. В., Семенихин К. В. Оптимальное управление передачей данных в мобильной двухагентной робототехнической системе // Информационные процессы. 2016. Т. 16, № 2. С. 137–151.
   Переводная версия:

Kuznetsov N.A., Myasnikov D.V., Semenikhin K.V. Optimal control of data transmission in a mobile two-agent robotic system // Journal of Communications Technology and Electronics. 2016. V.61. No.12. P.1456-1465. DOI: 10.1134/S1064226916120159.

4. Мясников Д. В., Семенихин К. В. Управление параметрами одноканальной системы массового обслуживания при наличии ограничений // Известия РАН. Теория и системы управления. 2016. № 1. С. 66–85.
   Переводная версия:
   Myasnikov D.V., Semenikhin K.V. Control of M|M|1|N queue parameters under constraints // Journal of Computer and Systems Sciences International. 2016. V.55. No.1. P.59-78.

5. Мясников Д. В., Семенихин К. В. Идентификация статистической зависимости времени кругового обращения пакетов от загрузки сетевого соединения // Труды Московского физико-технического института. 2015. Т. 7, № 4. С. 161–173.

6. Myasnikov D. V., Semenikhin K. V. Optimization of data transmission over a stochastic channel with partially observed state // Journal of Physics: Conference Series. 2019. Vol. 1096, no. 012176. P. 1–11.

7. Kuznetsov N. A., Myasnikov D. V., Semenikhin K. V. Two-phase queueing system optimization in applications to data transmission control // Procedia Engineering. 2017. Vol. 201. P. 567–577.

8. Kuznetsov N. A., Myasnikov D. V., Semenikhin K. V. Pareto Optimization of Data Transmission in a Partially Observed Communication Network // 2018 Engineering and Telecommunication (EnT-MIPT). IEEE, 2018. C. 167–171. DOI: 10.1109/EnT-MIPT.2018.00045.

9. Kuznetsov N. A., Myasnikov D. V., Semenikhin K. V. Data Transmission Control Based on Hidden Markov Queuing Models // Proceedings of the 12th IEEE International Conference on Application of Information and Communication Technologies (AICT2018) Almaty, Kazakhstan, 17-19 October 2018. 2018. P. 324–329.

10. Myasnikov D. V., Semenikhin K. V. Control of a queuing system with hidden Markov state // Сб. трудов IV межд. конф. и мол. школы «Информационные технологии и нанотехнологии» (ИТНТ-2018), Самара, 24-27 апреля 2018 г.». Самара: Новая техника, 2018. С. 2108–2114.

11. Мясников Д. В., Семенихин К. В. Управление передачей данных по флуктуирующему каналу связи при неточной информации о его состоянии //

Труды 60-й Всероссийской научной конф. МФТИ, Москва-Долгопрудный-Жуковский, 20–26 ноября 2017 г. М.: МФТИ, 2017. С. 150–152.

12. Кузнецов Н. А., Мясников Д. В., Семенихин К. В. Оптимизация процесса передачи данных в модели двухфазной системы массового обслуживания // Сб. трудов III межд. конф. и мол. школы «Информационные технологии и нанотехнологии» (ИТНТ-2017), Самара, 25-27 апреля 2017 г. Самара: Новая техника, 2017. С. 1176–1185.

13. Мясников Д. В., Семенихин К. В. Идентификация статистической зависимости времени кругового обращения пакетов от загрузки сетевого соединения // II International Conference «Engineering & Telecommunication En&T 2015». November 18-19, 2015. Book of Abstracts. Moscow–Dolgoprudny: MIPT, 2015. С. 35–37.

14. Борисов А. В., Мясников Д. В., Семенихин К. В. Мониторинг состояния телекоммуникационного соединения по наблюдениям, поступающим в случайные моменты времени // International Conference «Engineering & Telecommunication En&T 2014». November 26-28, 2014. Book of Abstracts. Moscow–Dolgoprudny: MIPT, 2014. С. 55–56.

15. Myasnikov D. Constrained optimization for parameters of multi-server queueing system // Тезисы докладов Шестой Традиционной Всероссийской молодежной летней Школы «Управление, информация и оптимизация» (VI ТМШ), дер. Григорчиково, 22-29 июня 2014 г. М.: Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, 2014. С. 42.

16. Мясников Д. В. Условная оптимизация управляемой системы массового обслуживания при наличии заявок разного приоритета // XII Всероссийское совещание по проблемам управления ВСПУ-2014, Москва, 16-19 июня 2014 г. М.: Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, 2014. С. 1114–1125.

17. Мясников Д. В. Условная оптимизация параметров мультиканальной СМО // Труды 56-й Всероссийской научной конф. МФТИ, Москва-Долгопрудный-Жуковский, 25–30 ноября 2013 г. М.: МФТИ, 2013. С. 150–152.

18. Миллер Б. М., Мясников Д. В., Семенихин К. В. Синтез оптимального стохастического управления системой массового обслуживания с учетом ограничений // Тр. 37-й конференции-школы молодых ученых и специалистов «Инф. технологии и системы». 2013.