ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ
ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ УПРАВЛЕНИЯ
ИМ. В.А. ТРАПЕЗНИКОВА
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

# ИТОГИ КОНКУРСА
# по синтезу регуляторов для систем управления БПЛА мультироторного типа

Докладчик: д.т.н. Гергет Ольга Михайловна

Организаторы: Мещеряков Р.В., Вольф Д.А., Трефилов П.М., Широков А.С., Колпащиков Д.Ю., Галин Р.Р.

ipu.ru

2024

# Объект управления

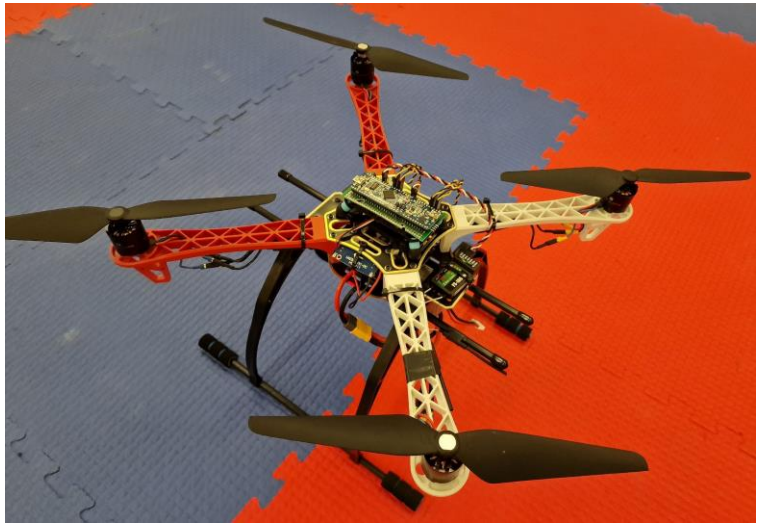
Габариты: 35x35x10 ( рама F450)

Масса: 1,6 кг

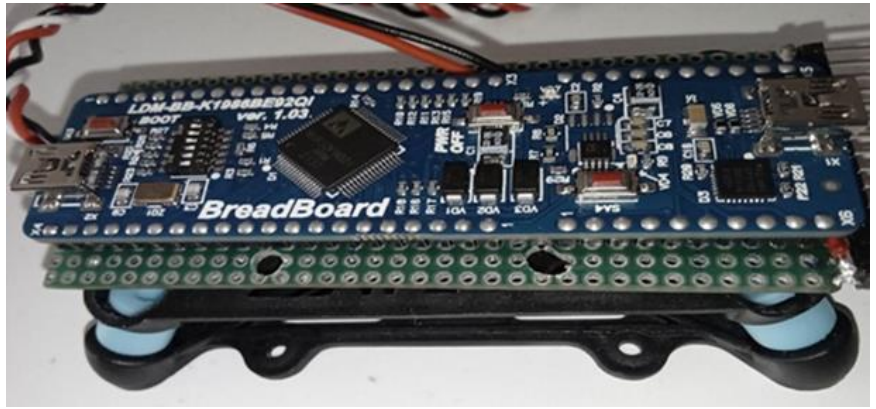
Масса полезной нагрузки: до 1,7 кг

Количество моторов: 4

Степеней свободы: 6



# Общие характеристики объекта управления

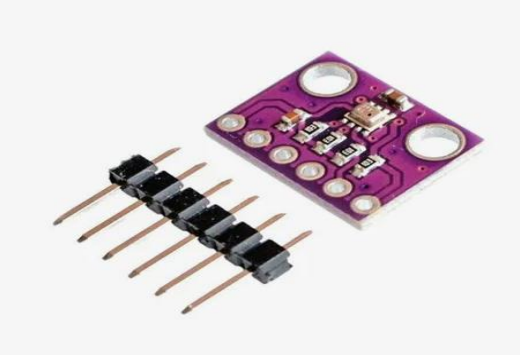



Экспериментальный образец полетного контроллера на базе отечественной микросхемы MDR32F9Q2I (K1986BE92 RUS)

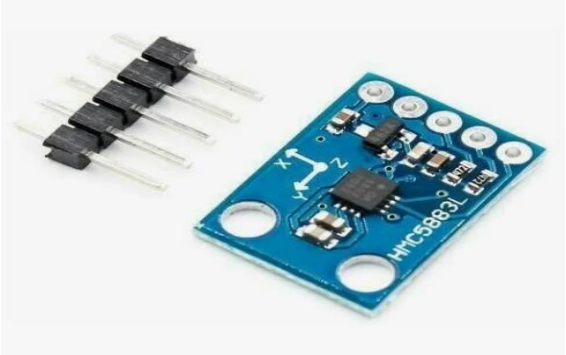
На борту полетного контроллера располагаются:

- акселерометр и гироскоп (MPU-6050, возможна замена на MPU-6500);
- барометр (BMP280, возможна замена на MS5611);
- магнитометр (HMC5883L).

Гироскоп MPU-6050

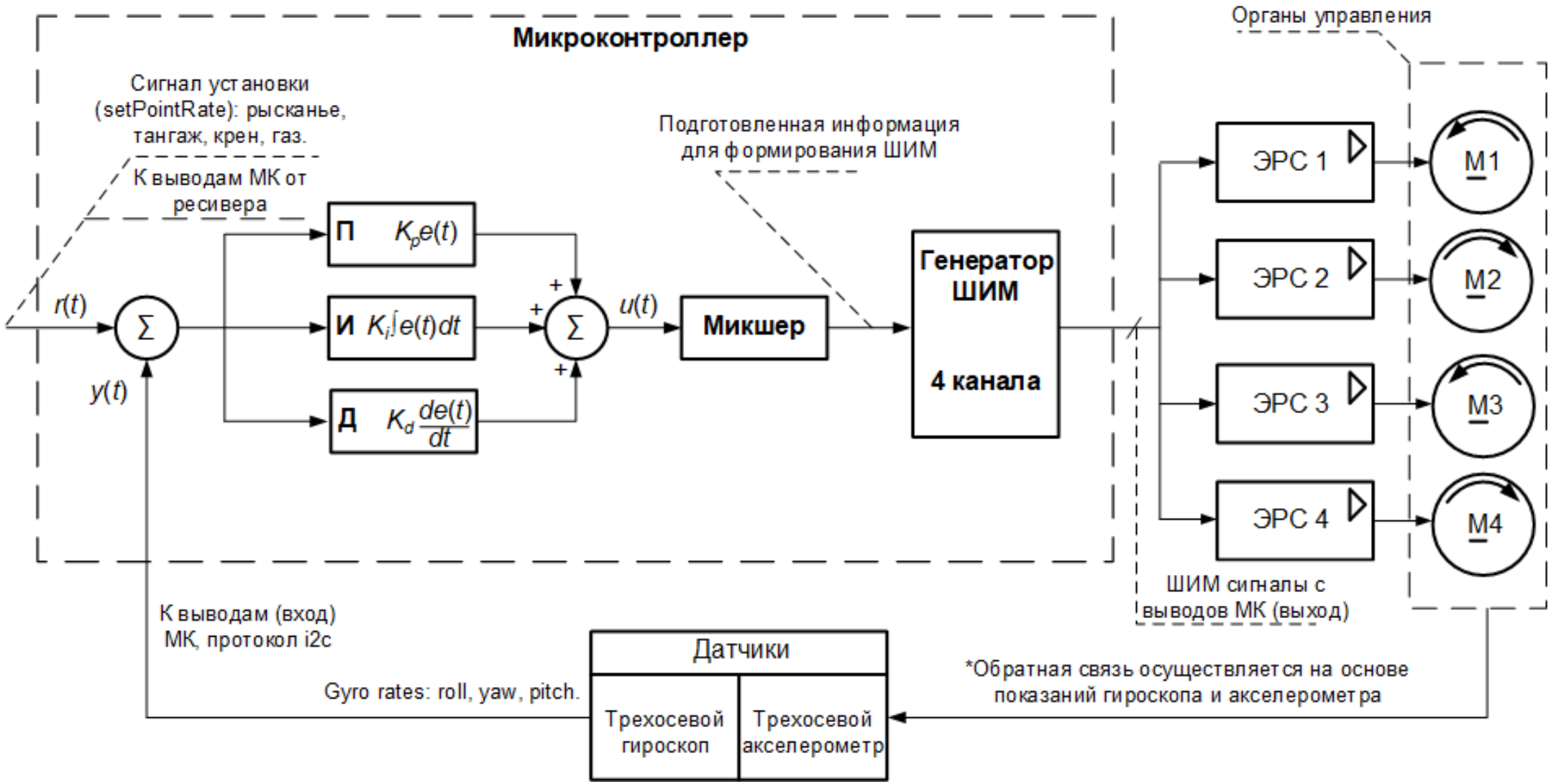


Барометр BMP280



Магнитометр HMC5883L

# Система управления



# Этапы конкурса разработки систем управления БПЛА

**Цель конкурса:**

Разработка и апробация алгоритмов управления для БПЛА мультироторного типа на полетном контроллере ИПУ РАН.

Стабилизация

5.03.24

I ЭТАП

Удержание высоты

28.05.24

II ЭТАП

Управление по координатам

24.09.24

III ЭТАП

# Участники конкурса

| Лаборатория | Название команды | Состав команды |
|---|---|---|
| 7 | Лаб. 7a | Глущенко Антон Игоревич<br>Ласточкин Константин Андреевич |
| 7 | Лаб. 7b | Александров Вадим Альбертович<br>Шатов Дмитрий Владимирович |
| 17 | Лаб. 17 | Абдулов Александр Викторович<br>Абраменков Александр Николаевич |
| 37 | Лаб. 37 | Антипов Алексей Семенович<br>Кокунько Юлия Георгиевна |

1-я лаборатория (Кустов А.Ю., Ряхимов Р.Р., Белов И.Р., Ткаченко А.А., Юрченков А.В.) . Решение задач, связанных с разработкой математической модели БПЛА и трехосного гироскопического испытательного стенда. Решение задач идентификации и фильтрации.

# I ЭТАП (управление по углам)

Стабилизация

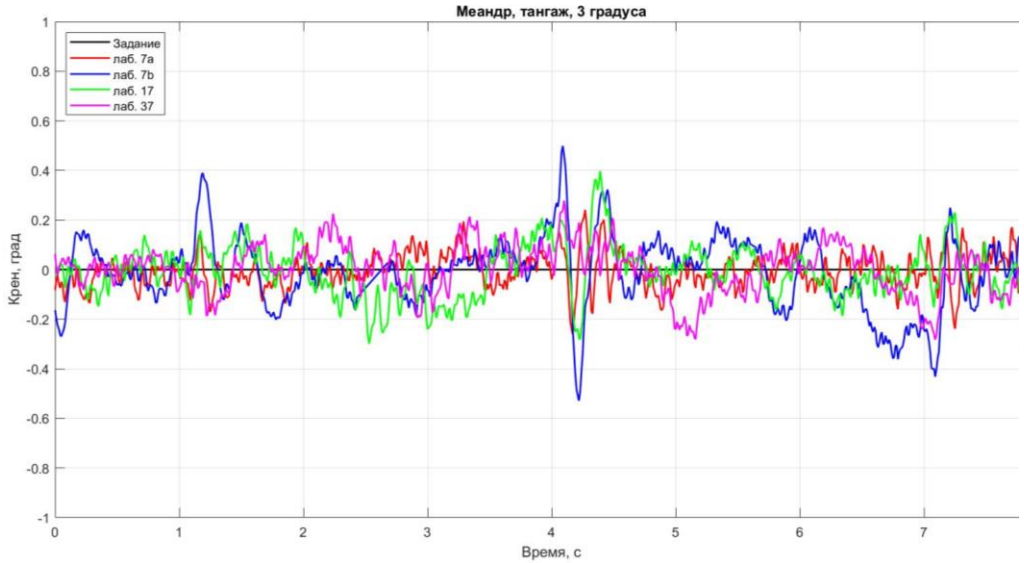
5.03.24

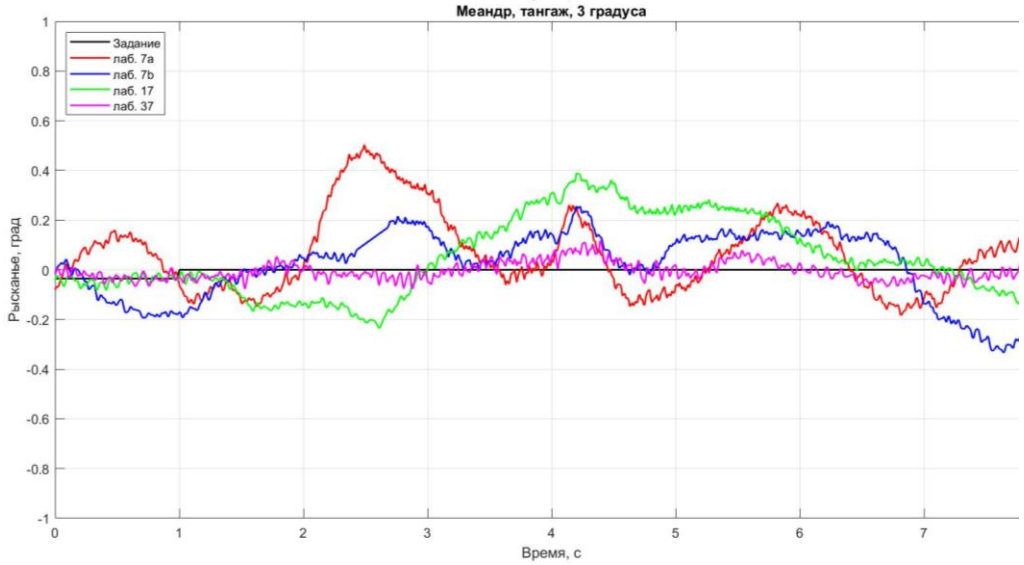
**Цель**: Разработка алгоритмов стабилизации БПЛА

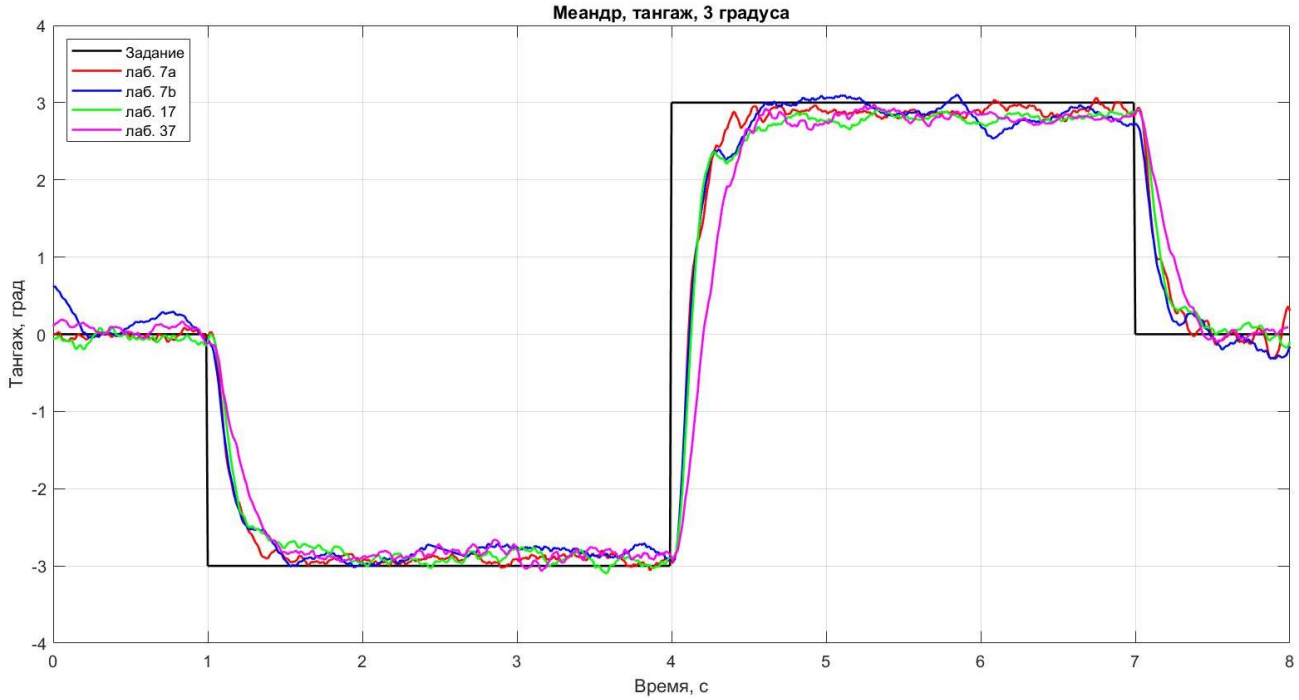
Задача: Сравнение алгоритмов управления, представленных командами, по переходным процессам в контурах управления углами Эйлера – roll, pitch, yaw.

| Регулируемая величина | Значение уставок по углам | Время |
|---|---|---|
| Крен/тангаж/рыскание | 0°/3°/0°; 0°/-3°/0° | 6 секунд |
| | 0°/10°/0°; 0°/-10°/0° | 4 секунды |
| | 3°/0°/0°; -3°/0°/0° | 6 секунд |
| | 10°/0°/0°; -10°/0°/0° | 4 секунды |
| | 3°/3°/0°; -3°/-3°/0° | 4 секунды |
| | 0/0°/20°; 0°/0°/-20° | 4 секунды |

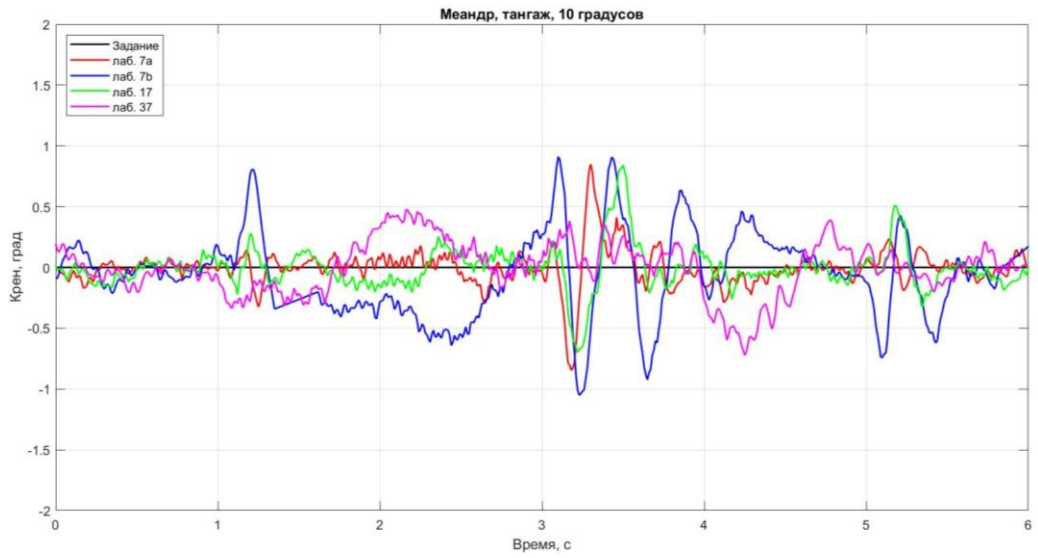
# Pitch 3 / Тангаж 3

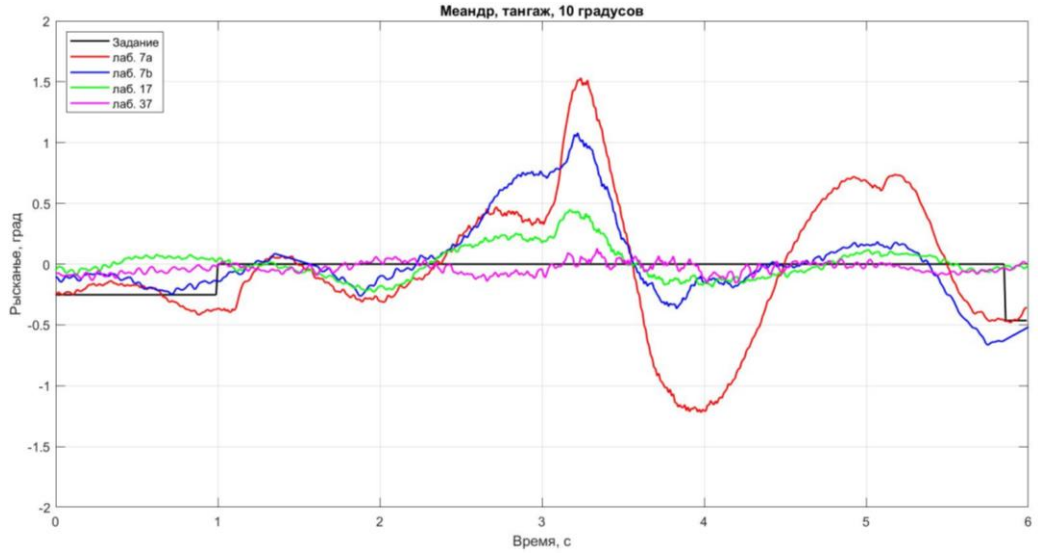


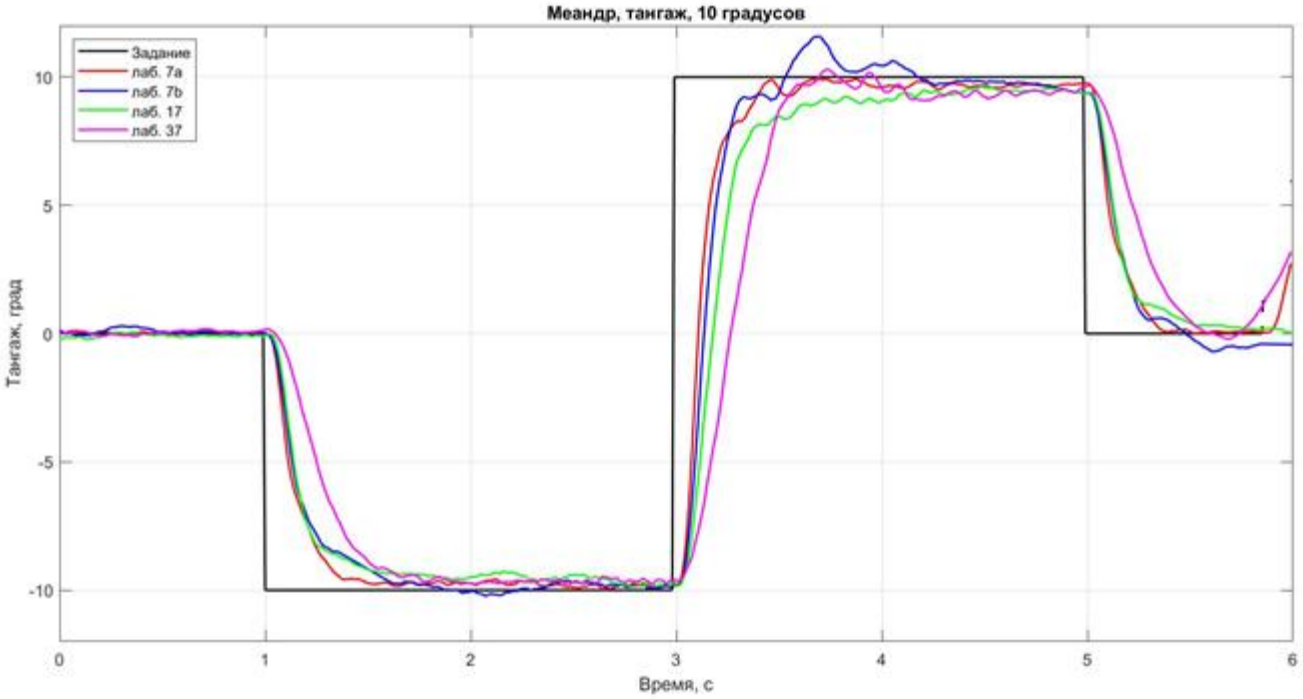



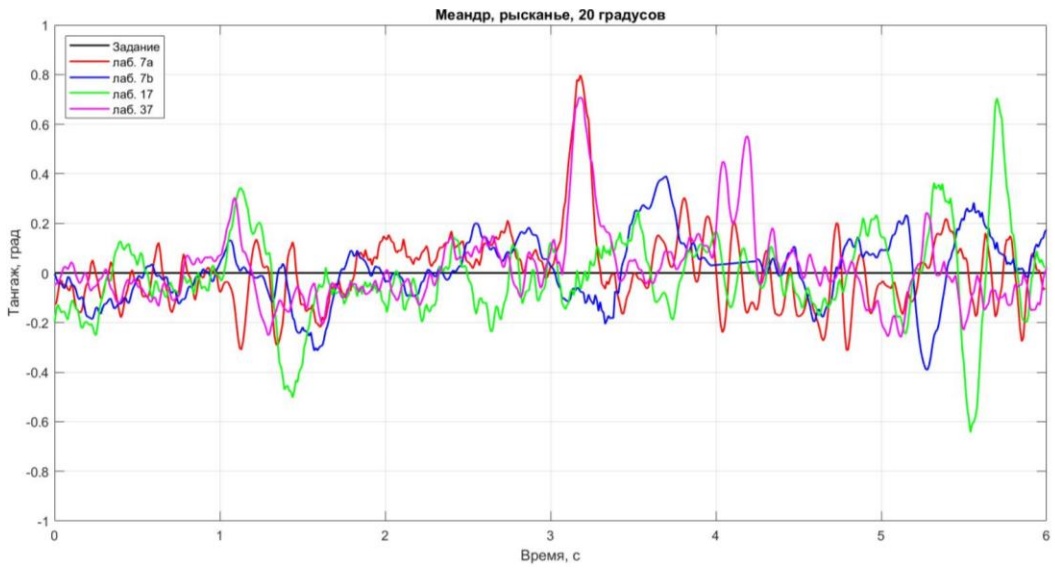
# Pitch 10 / Тангаж 10

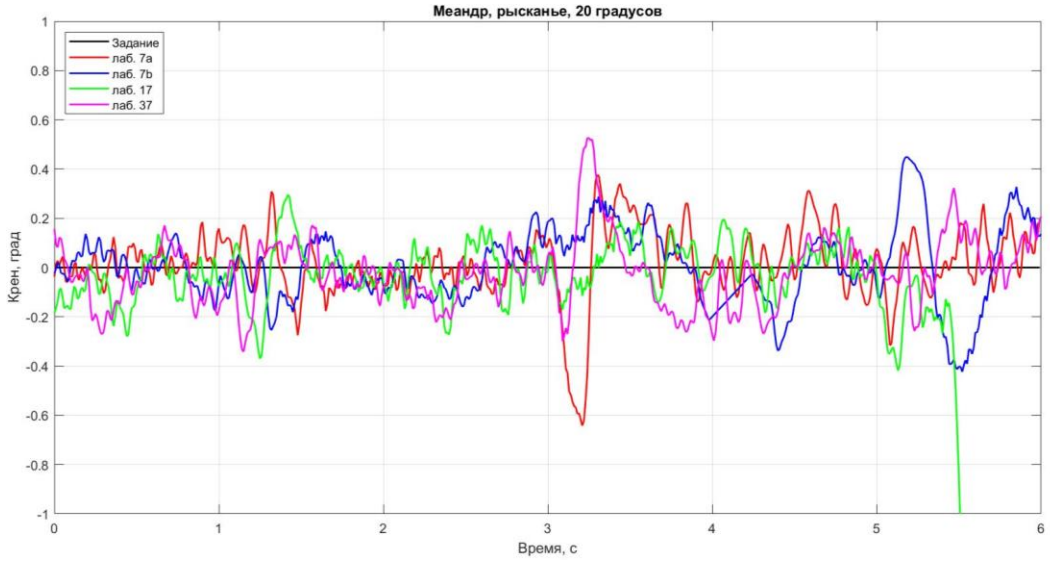


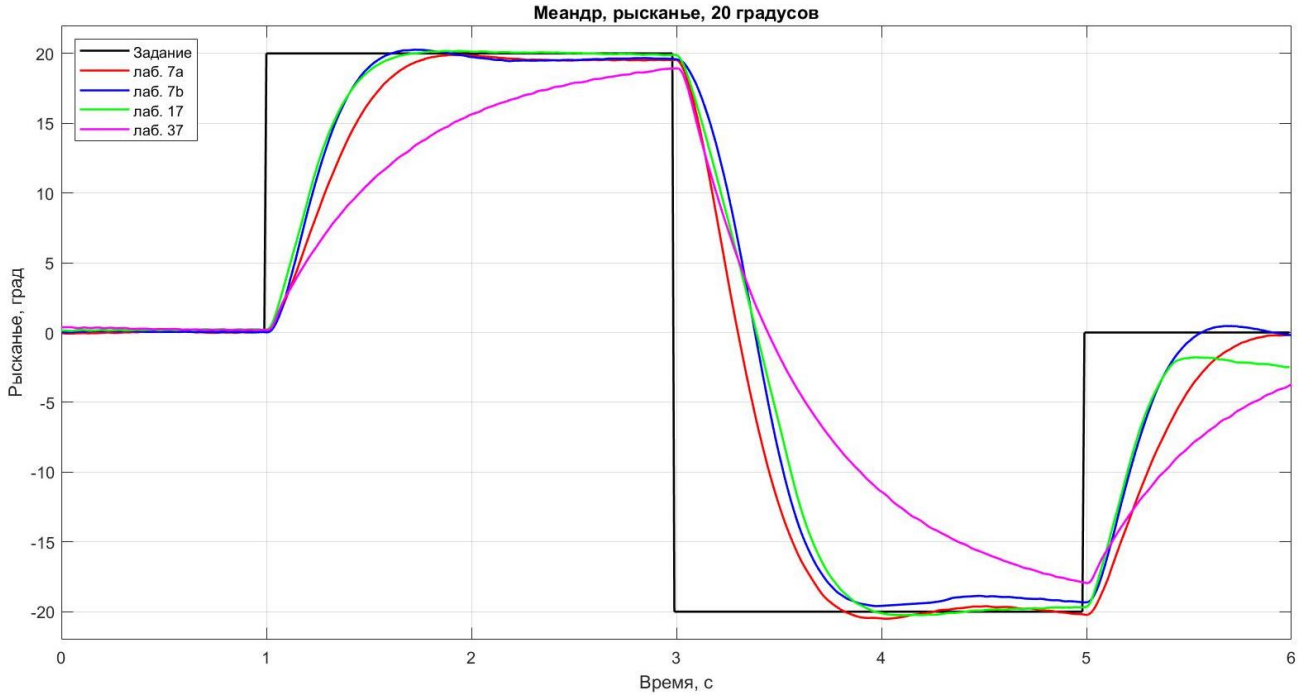



# Yaw 20 / Рысканье 20



# Результаты I этапа конкурса

| | 7a | 7b | 17 | 37 |
|---|---|---|---|---|
| 3° (roll) | **0.2568** | 0.3023 | 0.3050 | 0.3429 |
| 10° (roll) | **0.2375** | 0.2726 | 0.3034 | 0.3884 |
| 3° (pitch) | **0.2476** | 0.3284 | 0.3005 | 0.2786 |
| 10° (pitch) | **0.2566** | 0.2722 | 0.2975 | 0.3726 |
| 20° (yaw) | 0.3609 | 0.4058 | **0.3472** | 0.6495 |
| 3° (roll_pitch) | **0.3676** | 0.4364 | 0.4177 | 0.5770 |

# II ЭТАП (управление по высоте)

Система удержания высоты

28.05.24

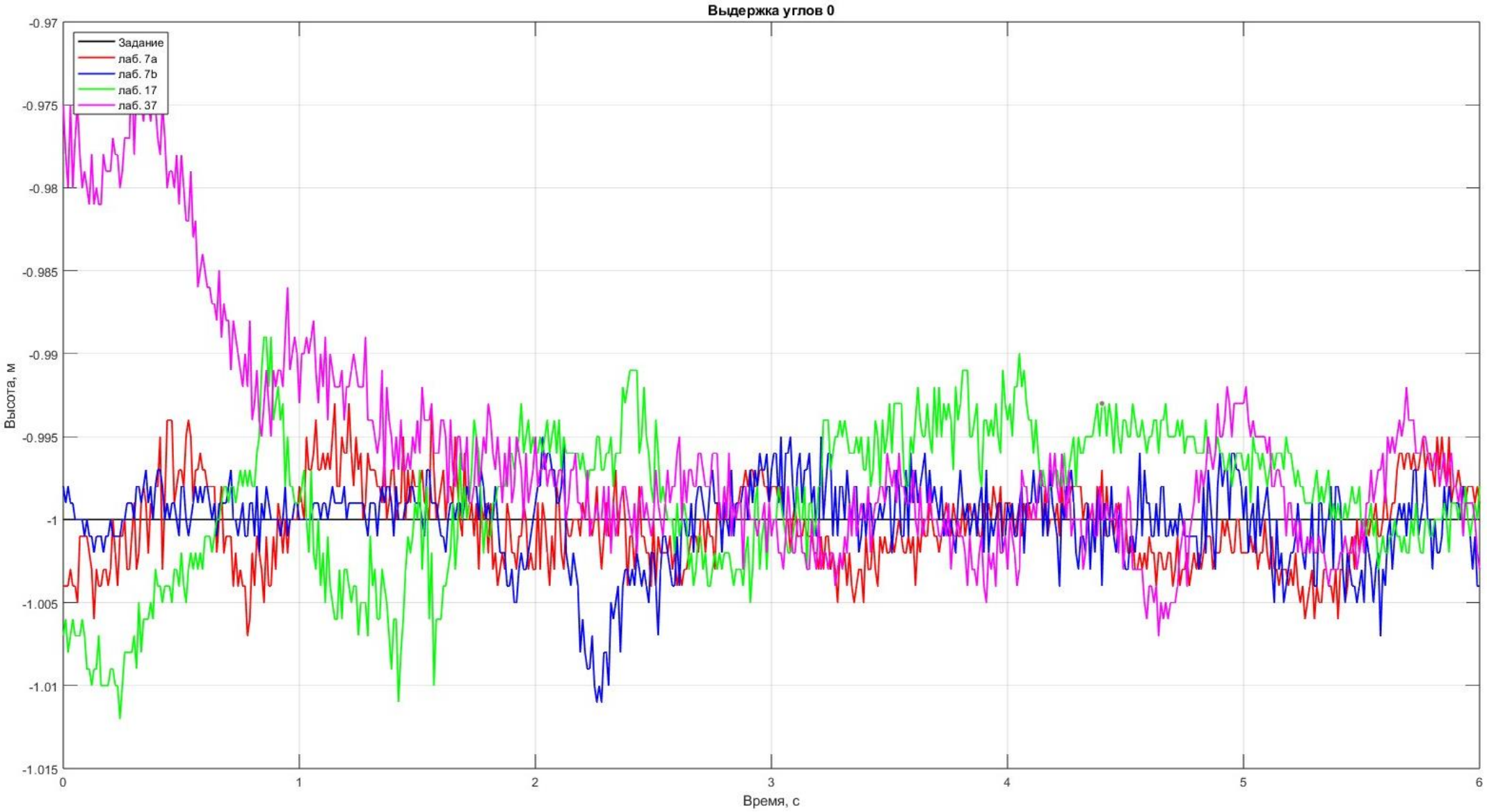
II ЭТАП

**Цель**: Разработка системы удержания высоты на основе данных, полученных с лидара

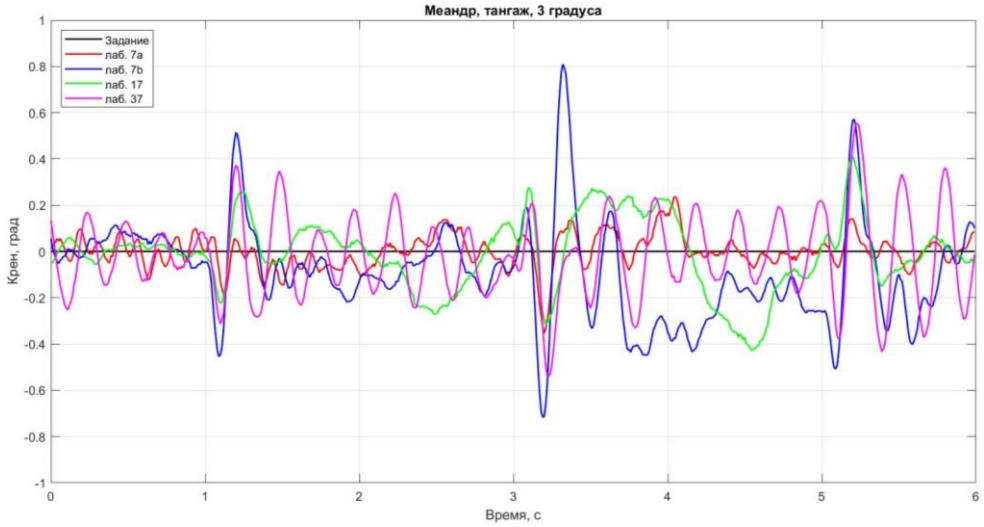
Задача: удержание высоты 1м при следующих условиях:

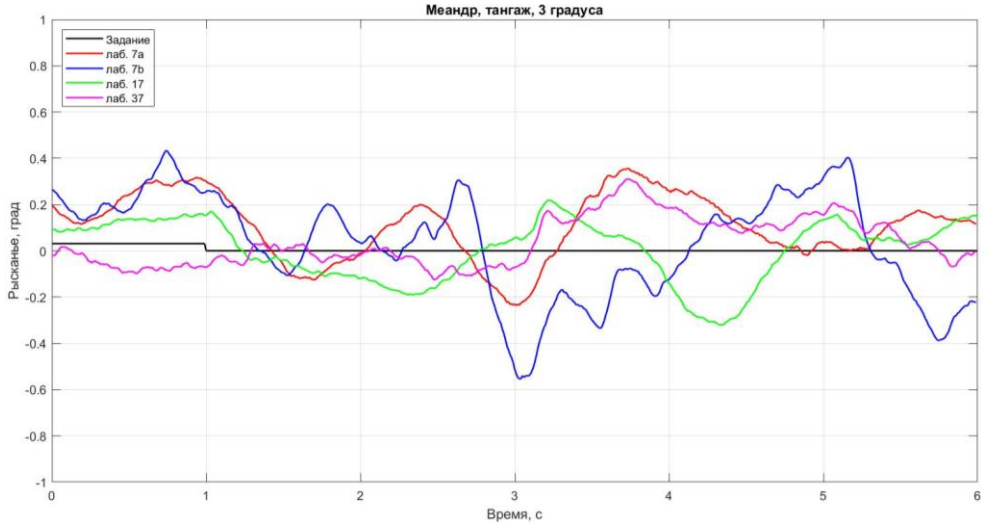
| Регулируемая величина | Значение уставок по углам | Время |
|---|---|---|
| Крен/тангаж/рыскание | 0°/0°/0° | 4 секунды |
| | 0°/3°/0°; 0°/-3°/0° | 4 секунды |
| | 0°/10°/0°; 0°/-10°/0° | 4 секунды |
| | 3°/0°/0°; -3°/0°/0° | 4 секунды |
| | 10°/0°/0°; -10°/0°/0° | 4 секунды |
| | 3°/3°/0°; -3°/-3°/0° | 4 секунды |
| | 0/0°/20°; 0°/0°/-20° | 4 секунды |
| | 0/0°/-20°; 0°/0°/20° | 4 секунды |

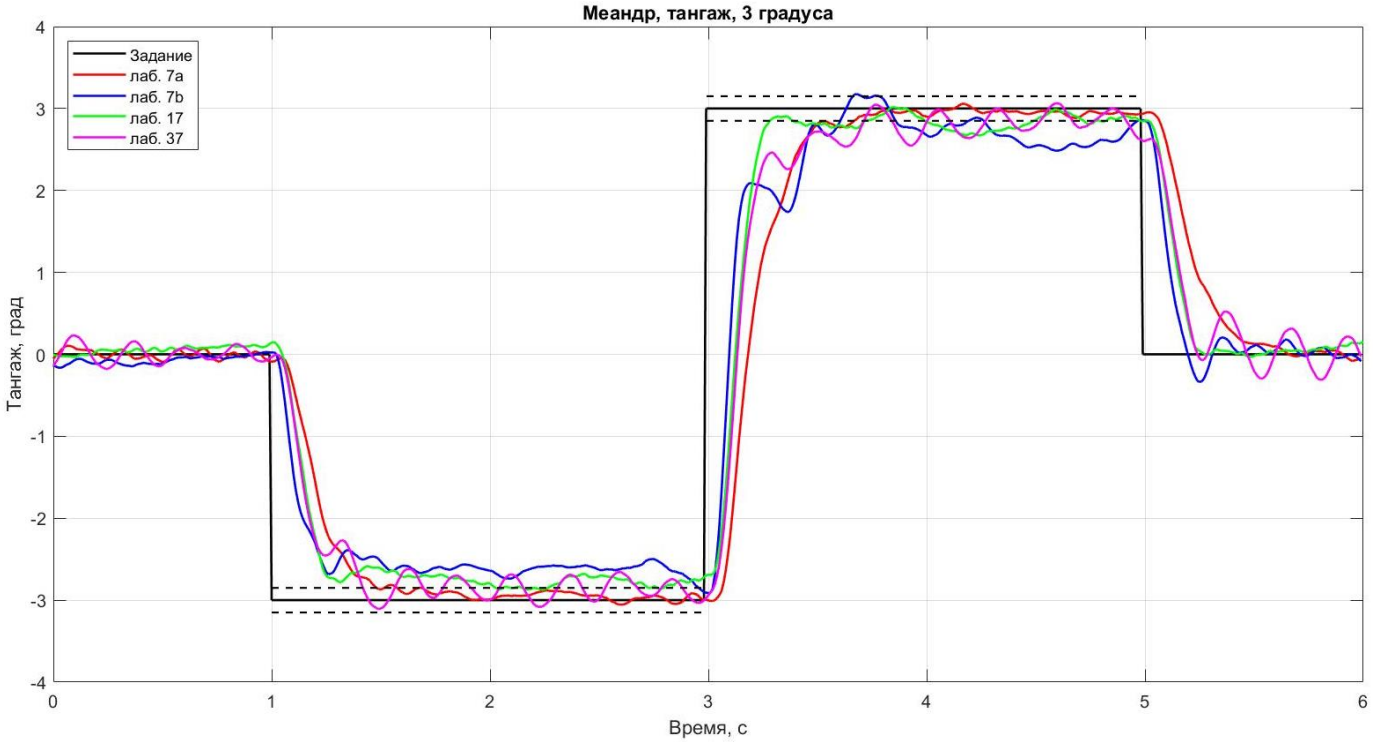
# Оценка положения высоты при 0°



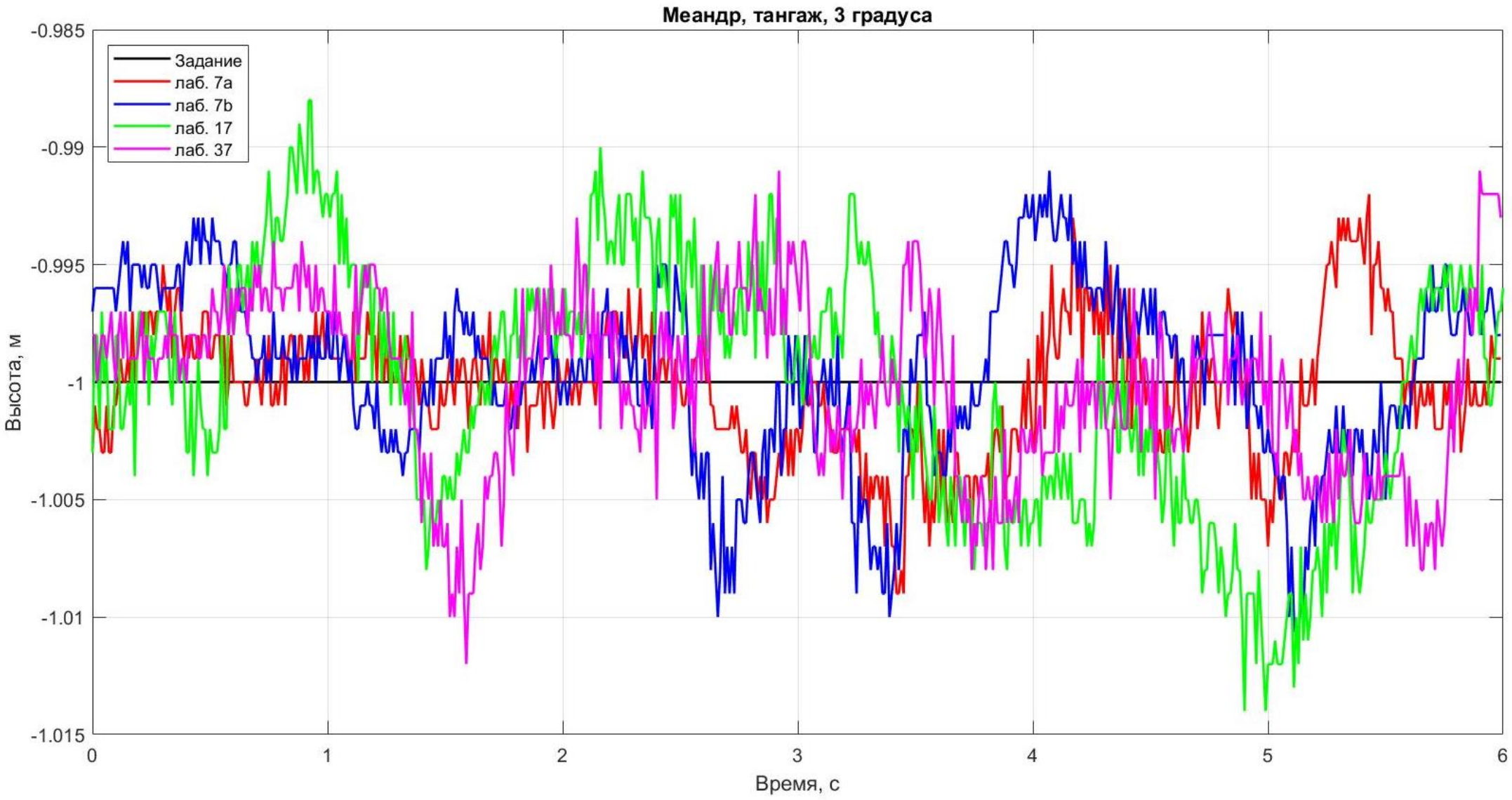
# Оценка положения углов при тангаже 3°



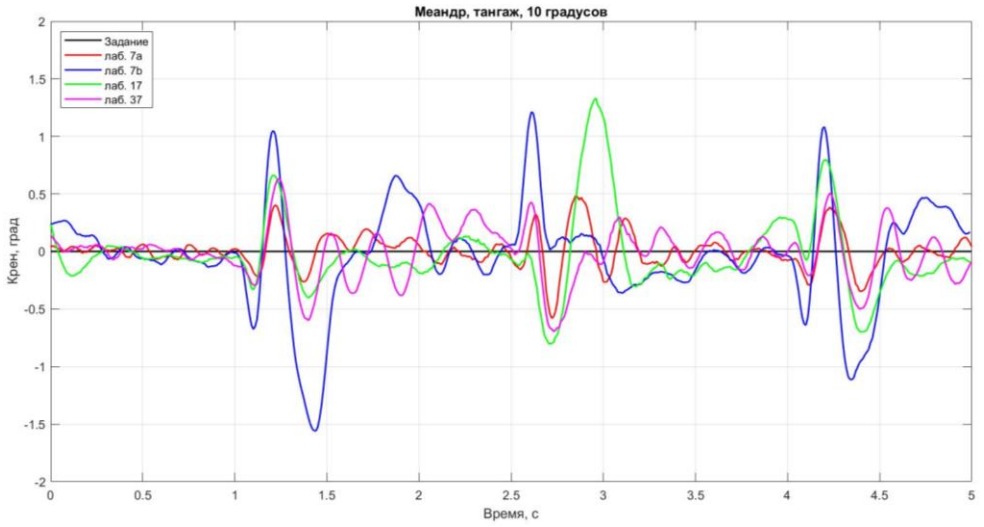



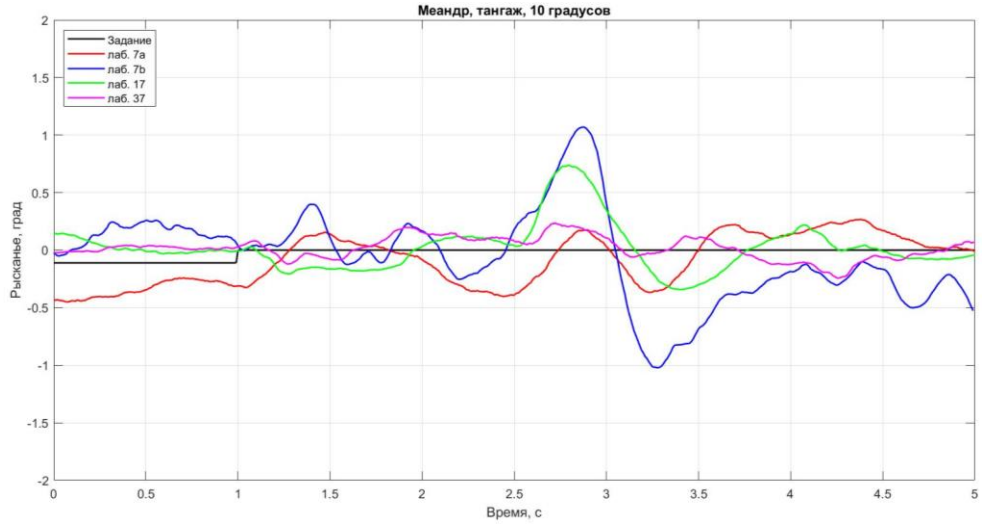



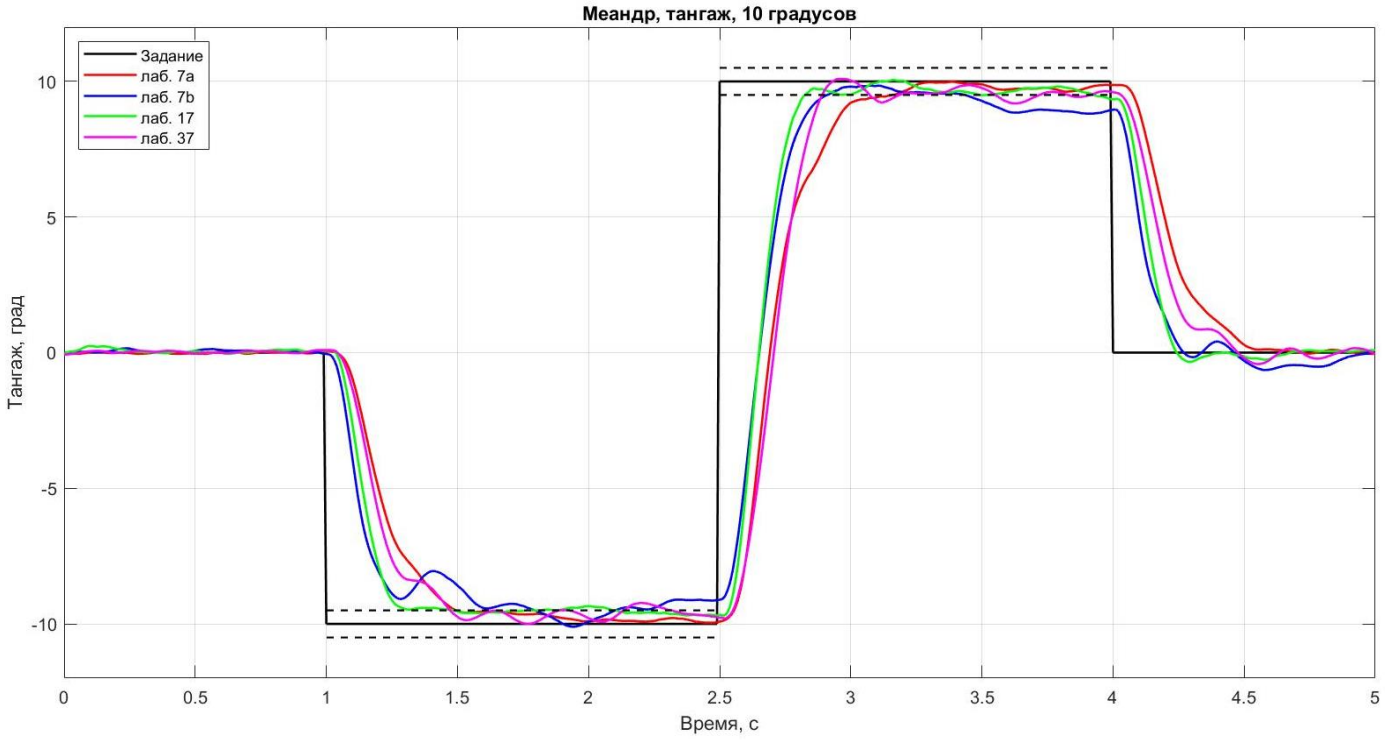
# Оценка положения высоты при тангаже 3°



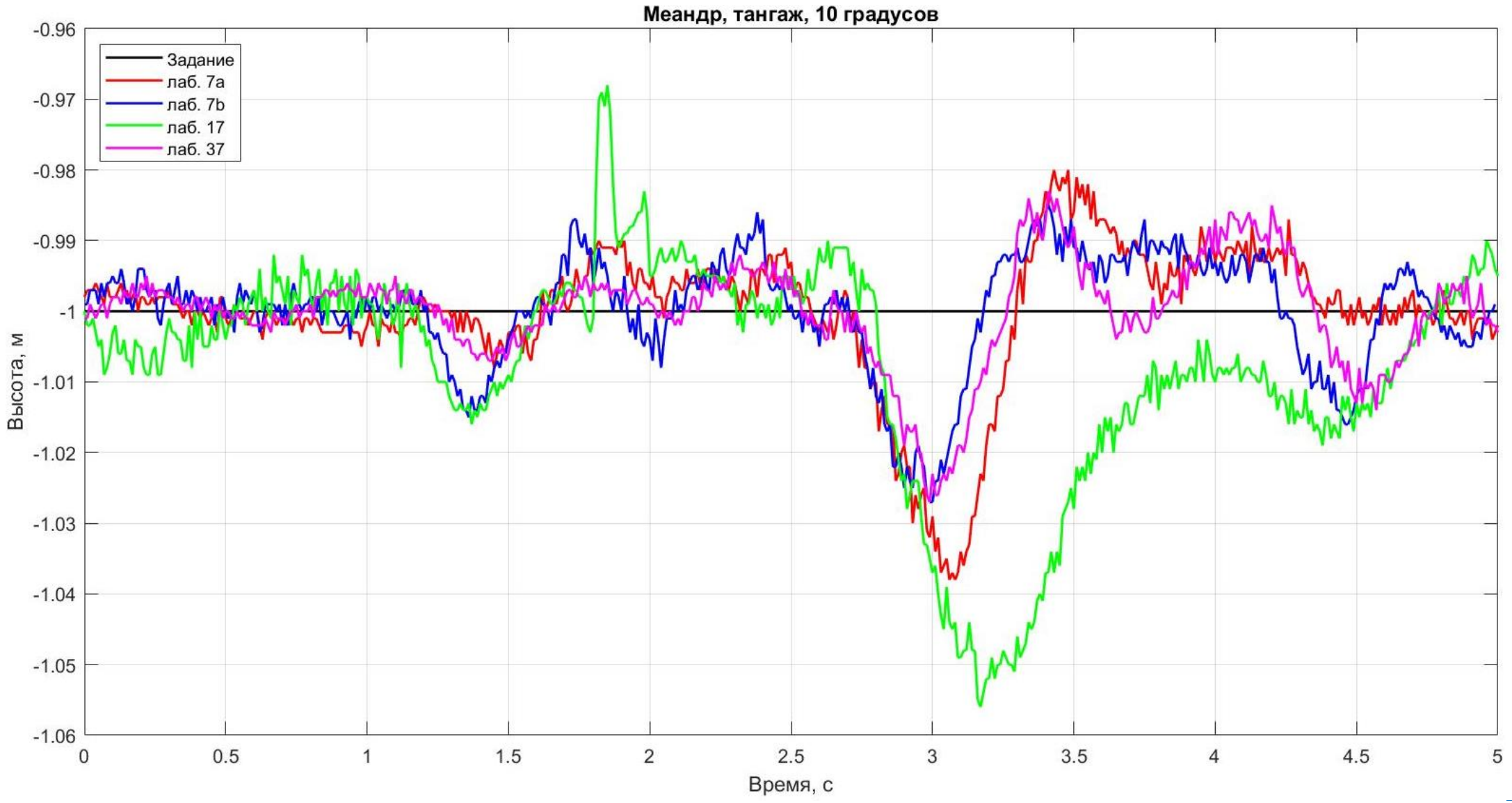
# Оценка положения углов при тангаже 10°



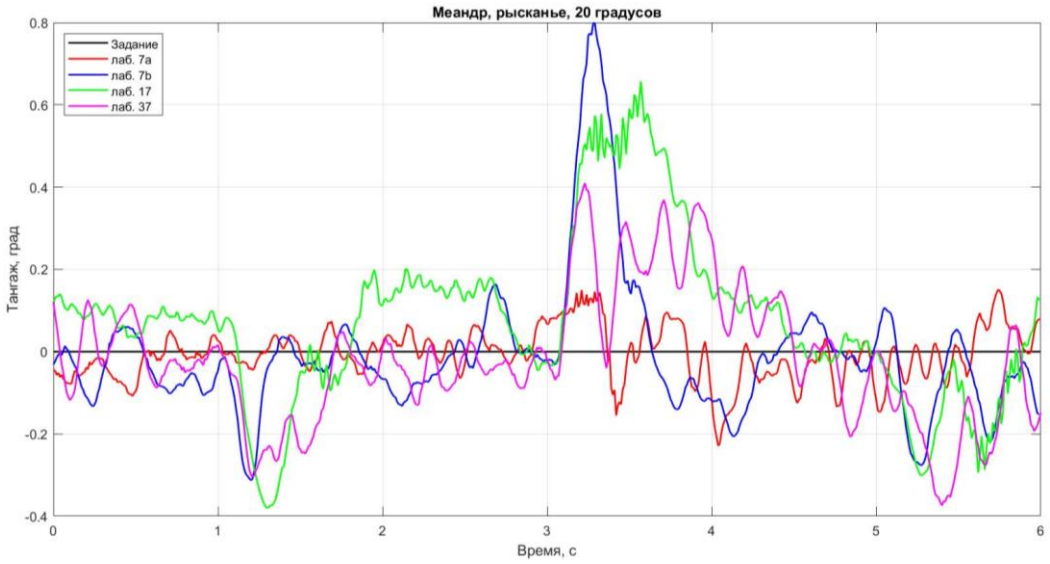



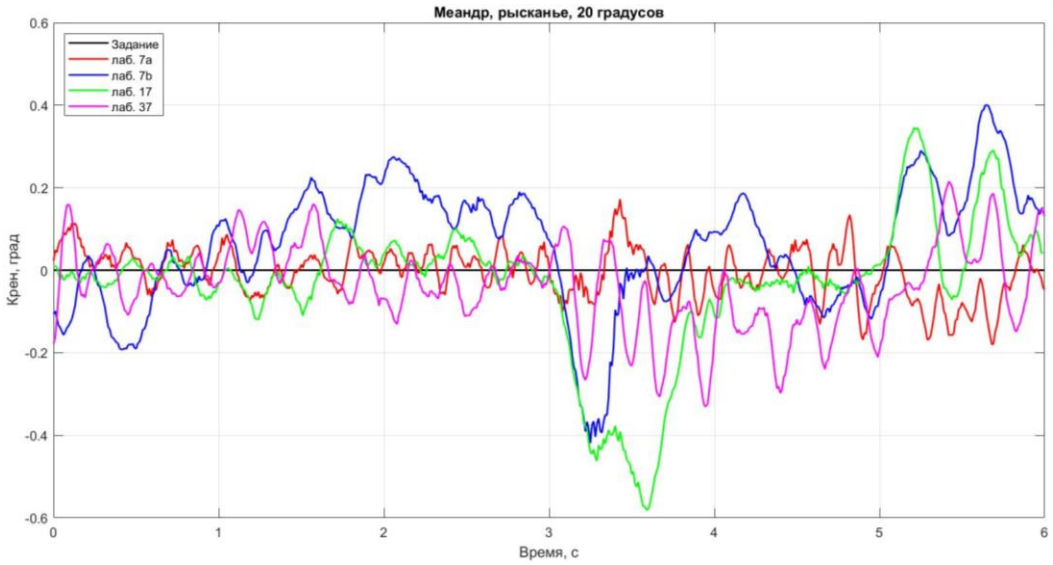



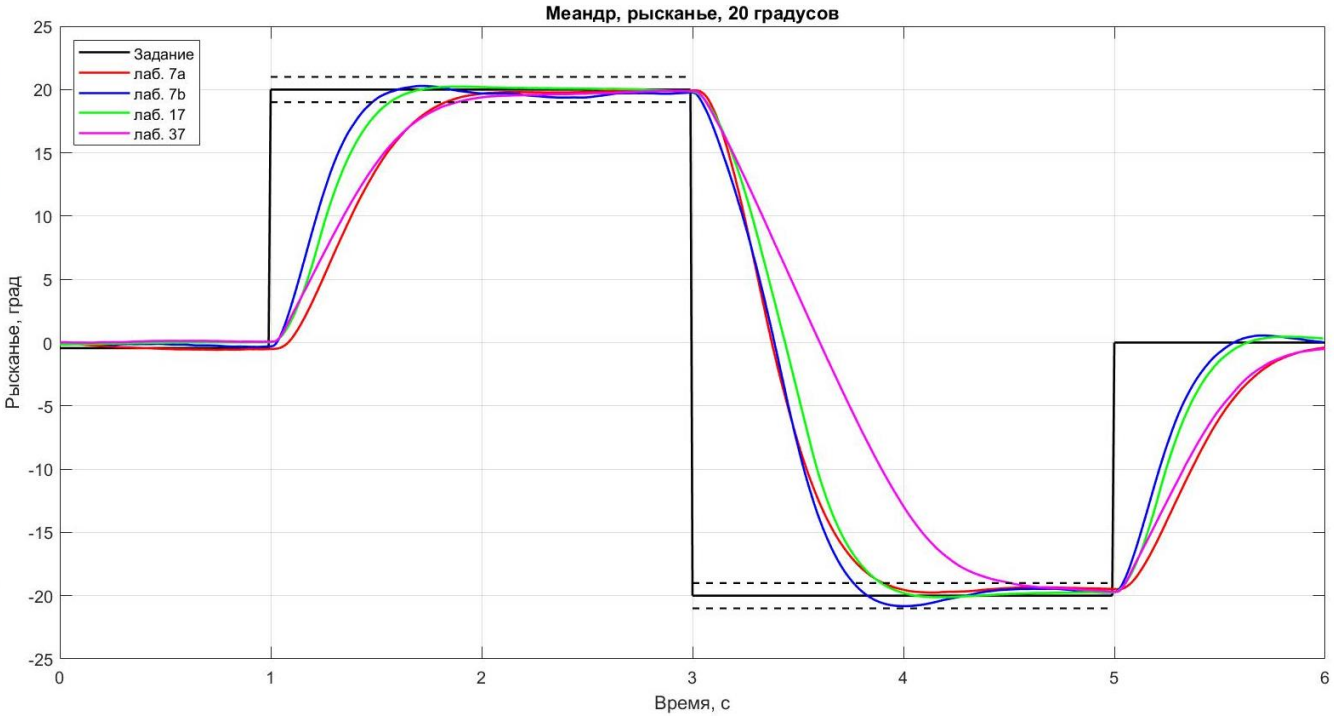
# Оценка положения высоты при тангаже 10°



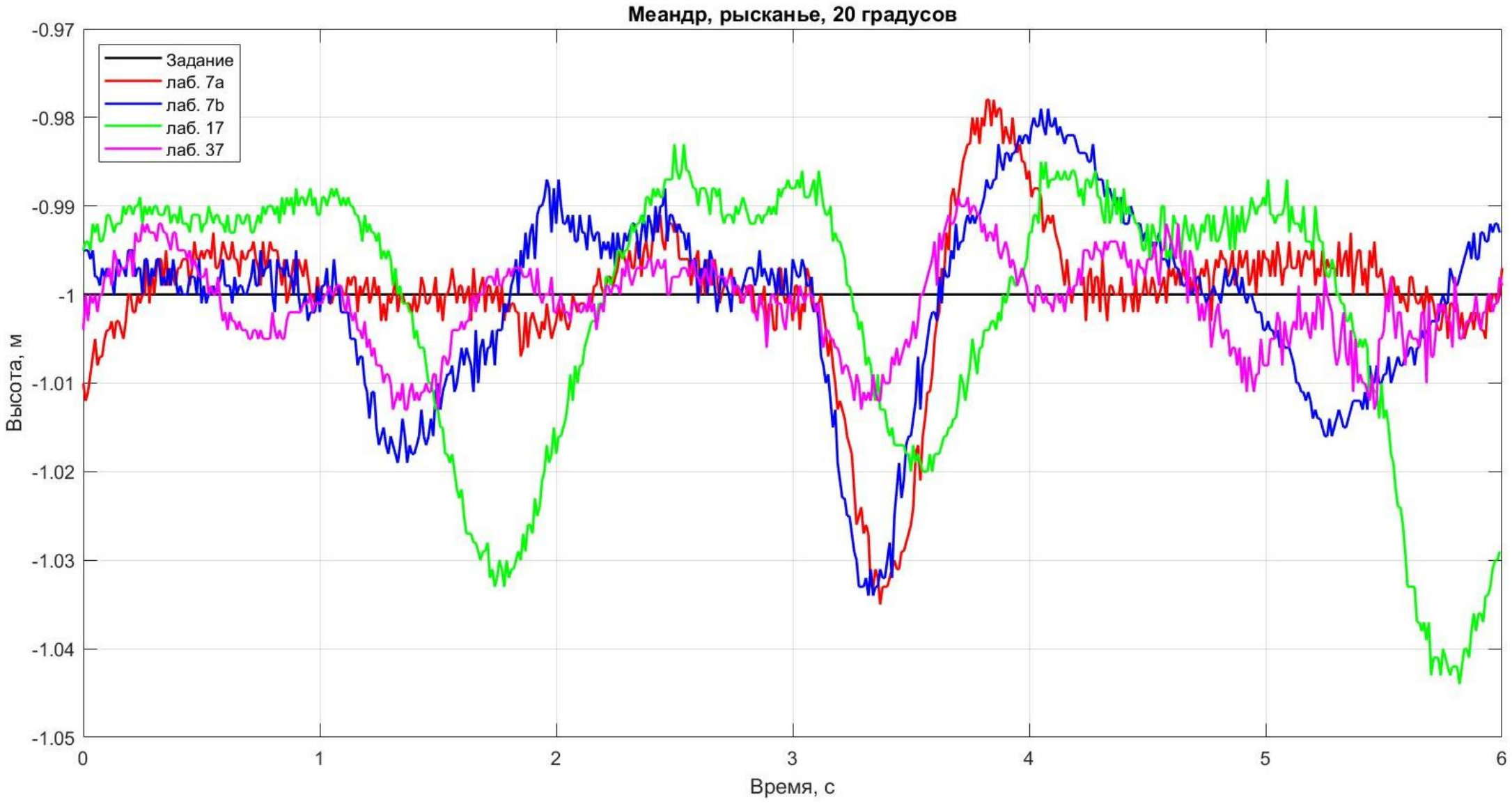
# Оценка положения углов при рысканье 20°



# Оценка положения высоты при рысканье 20°



# Результаты II этапа

| | RPY_0 | Roll 3 | Roll + Pitch 3 | Pitch 3 | Pitch 10 | Yaw -20 | Yaw 20 | Итого |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **7a** | **0.232** | **0.411** | 0.612 | **0.342** | 0.626 | **0.548** | **0.619** | **3.393** |
| **7b** | 0.253 | 0.488 | 0.663 | 0.464 | 0.644 | 0.768 | 0.742 | 4.025 |
| **17** | 0.534 | 0.544 | 0.697 | 0.461 | 0.978 | 0.672 | 0.879 | 4.768 |
| **37** | 0.296 | 0.424 | **0.533** | 0.362 | **0.550** | 0.645 | 0.641 | 3.454 |

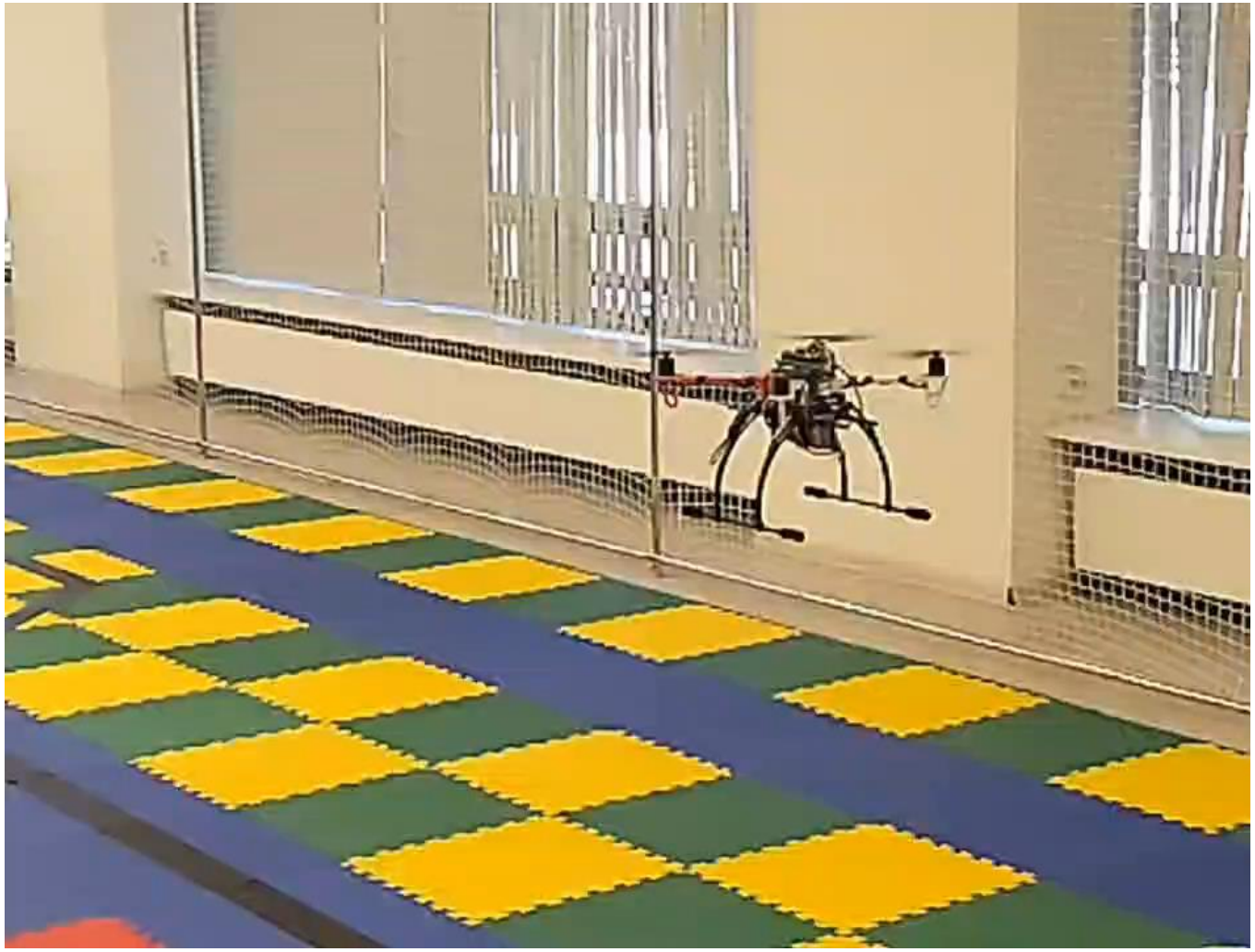
$$E = \frac{1}{k \cdot T}\int_0^T |h^* - h|dt + \sum_i \frac{1}{T \cdot X}\int_0^T |\alpha_i^* - \alpha_i|dt$$

$$1° = k \cdot 1\text{см}$$

$$\alpha = \{\varphi, \theta, \psi\}$$

$$X = \begin{cases} 1, & \text{если } \varphi = \theta = \psi = 0 \\ \max(\varphi^*, \theta^*, \psi^*), & \text{иначе} \end{cases}$$

# Проведение лётных экспериментов

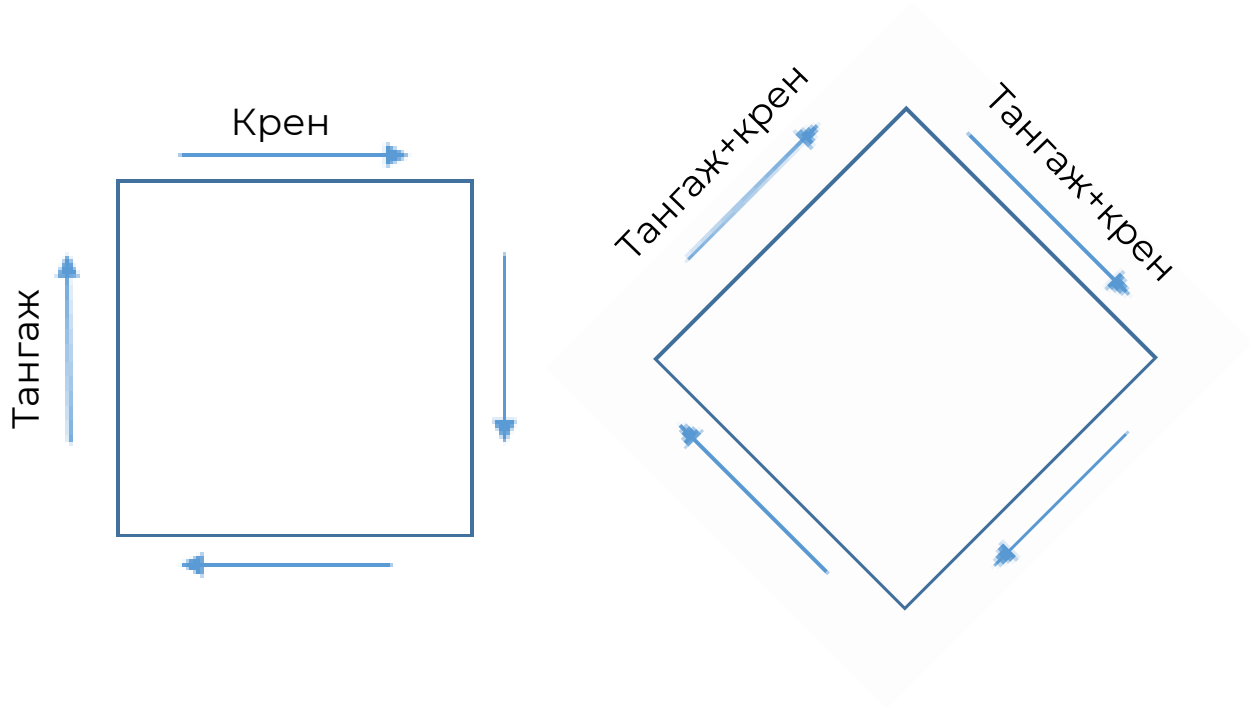


# III ЭТАП (управление по координате)

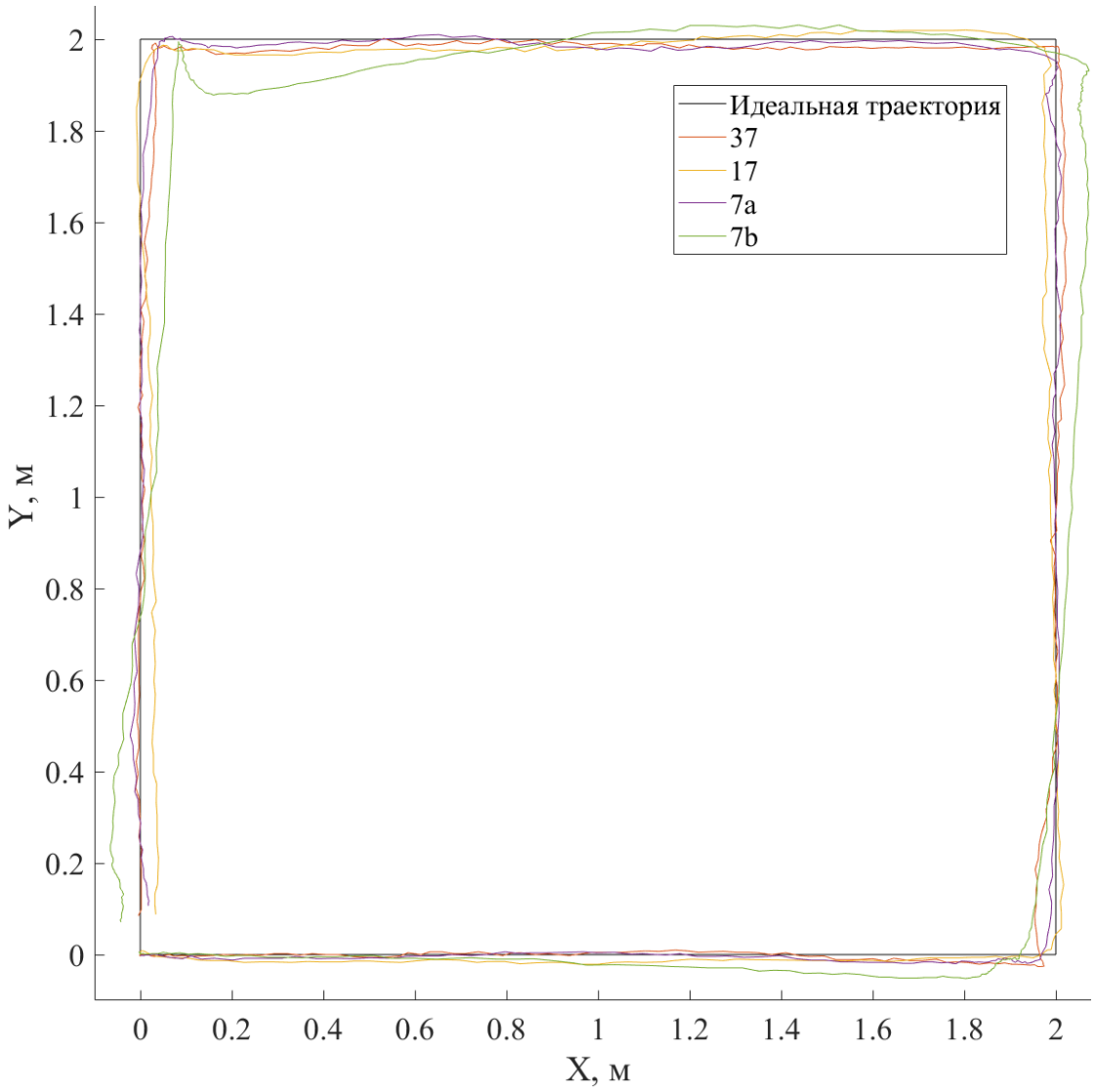


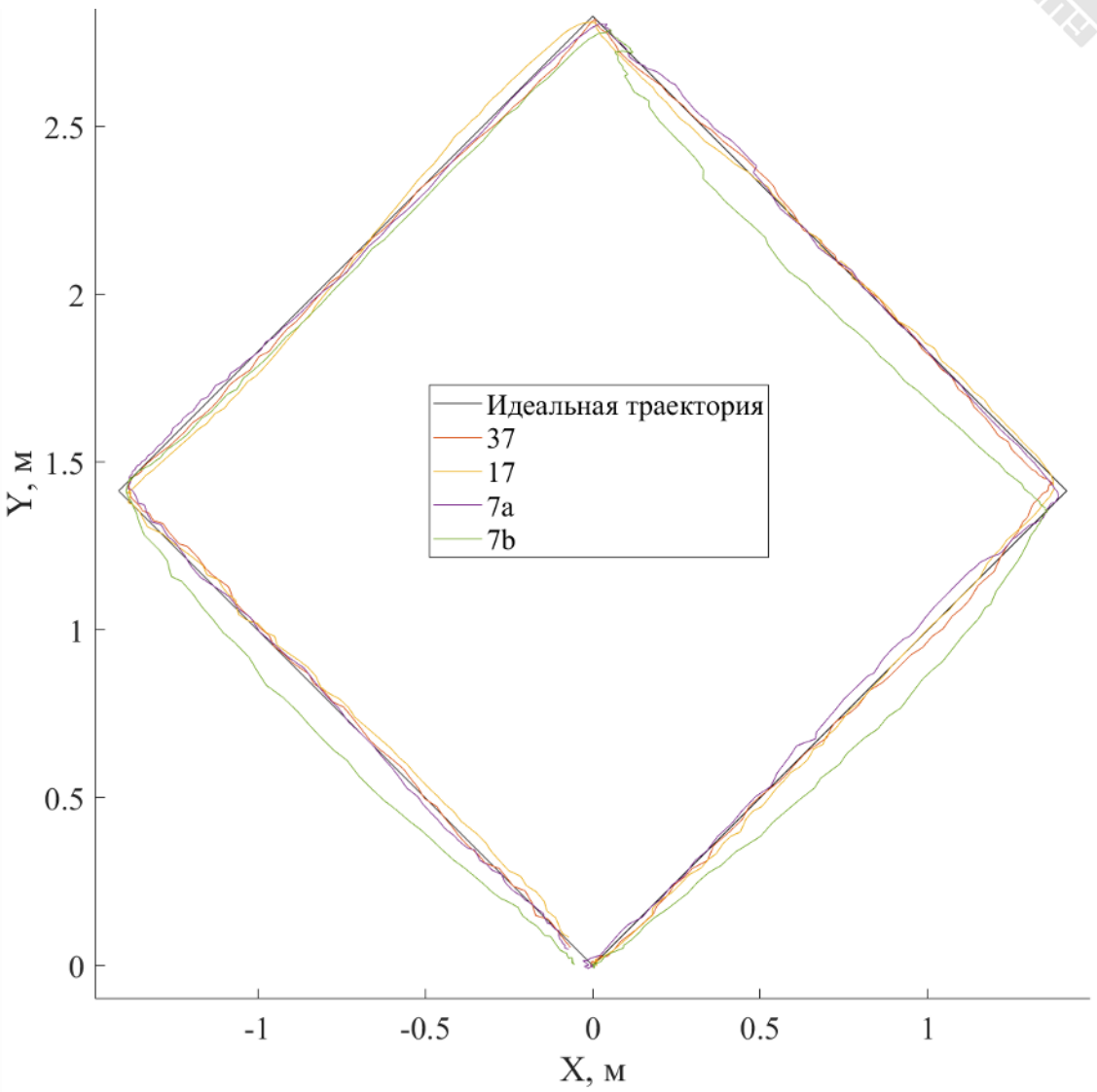
**Цель**: разработать алгоритм управления по координатам

**Задача:** Разработать алгоритмы управления квадрокоптером, позволяющие осуществить автоматический полет по заданной траектории.



# Движение по траектории



# Результаты III этапа

## Квадрат

| Попытка | 7а | 7б | 17 | 37 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | **10.45** | 59.77 | **16.89** | 13.89 |
| 2 | 14.88 | **41.07** | 18.54 | 14.52 |
| 3 | 18.03 | 51.05 | 28.49 | **12.64** |

## Ромб

| Попытка | 7а | 7б | 17 | 37 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | **13.03** | 49.02 | 20.38 | 18.73 |
| 2 | 19.16 | **45.79** | **19.07** | 21.53 |
| 3 | 15.37 | 77.73 | 24.13 | **13.69** |

# Результаты III этапа

## Итоговые значения:

| 7а | 7б | 17 | 37 |
|---|---|---|---|
| **11.74** | 43.43 | 17.98 | 13.17 |

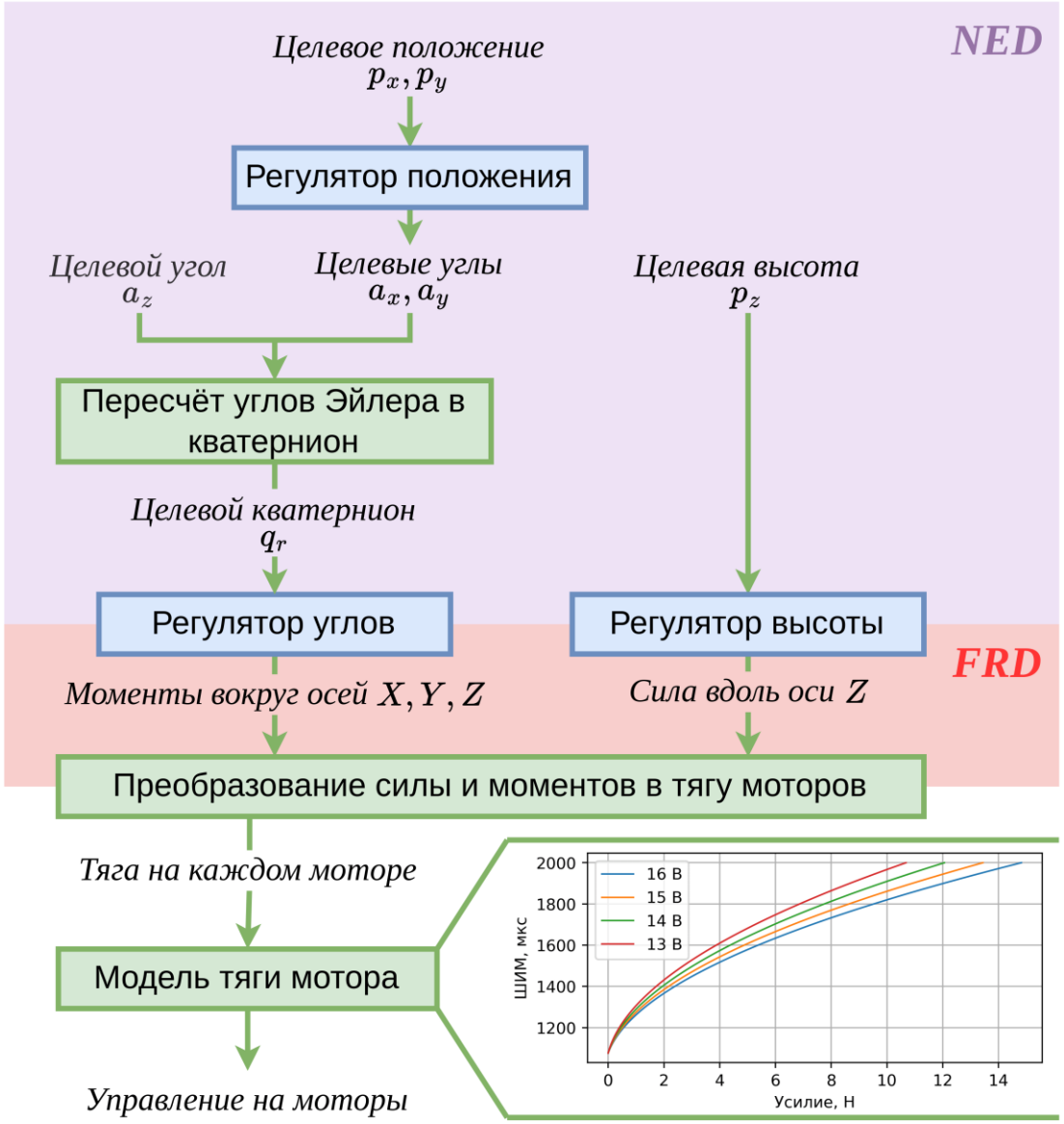
## Распределение мест среди команд:

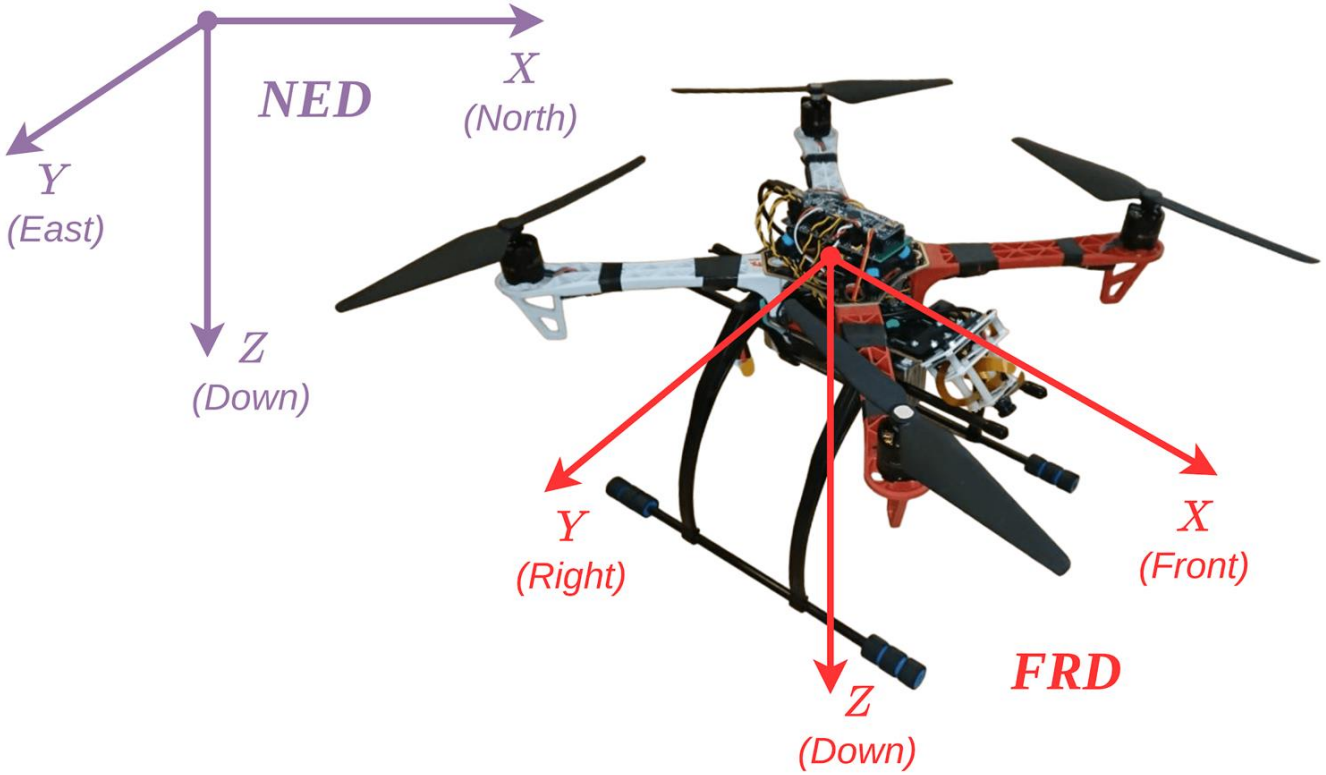
| | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| Квадрат | 7а | 37 | 17 | 7б |
| Ромб | 7а | 37 | 17 | 7б |
| Общее | 7а | 37 | 17 | 7б |

# Система управления квадрокоптером на основе каскадных регуляторов

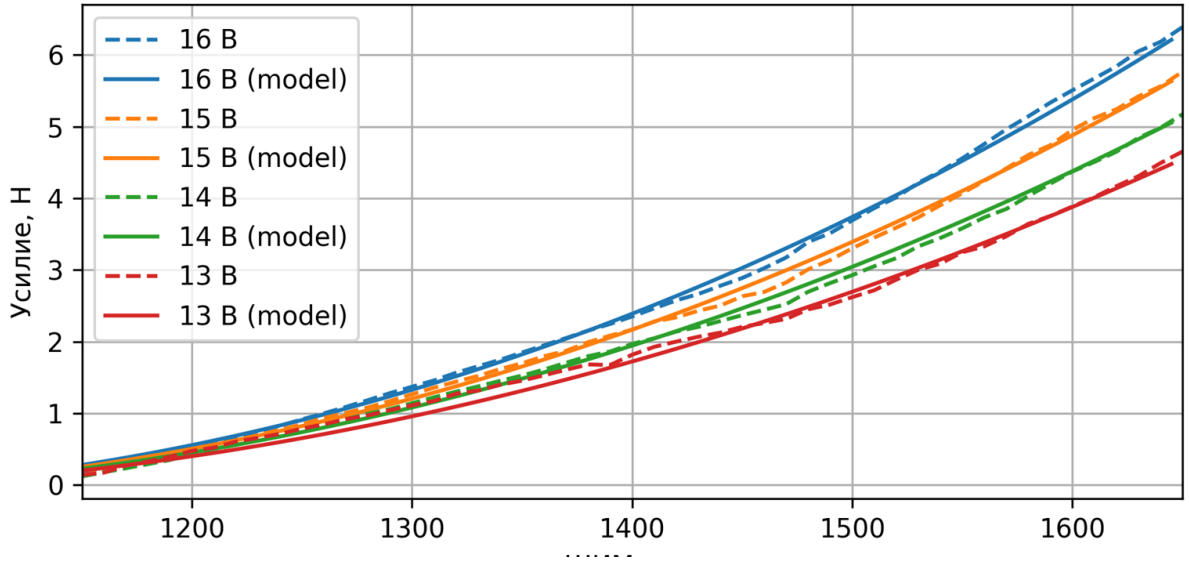
Абдулов А. В., Абраменков А. Н.
*Лаборатория № 17*

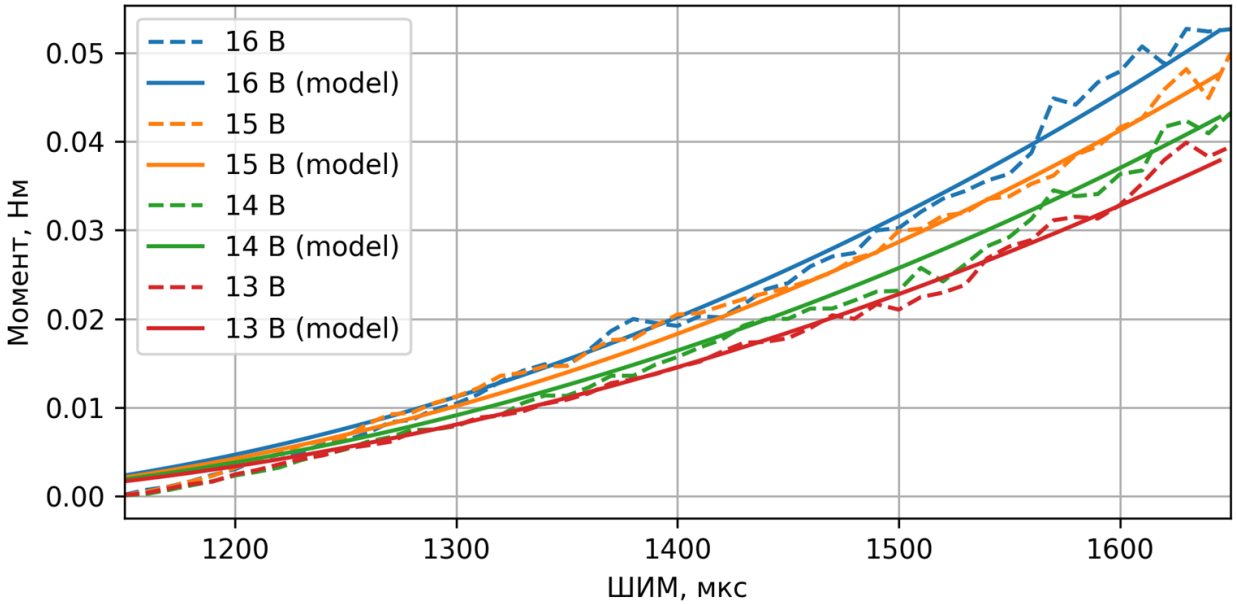
# Общая схема управления



# Модель винтомоторной группы (винт + мотор + ESC)



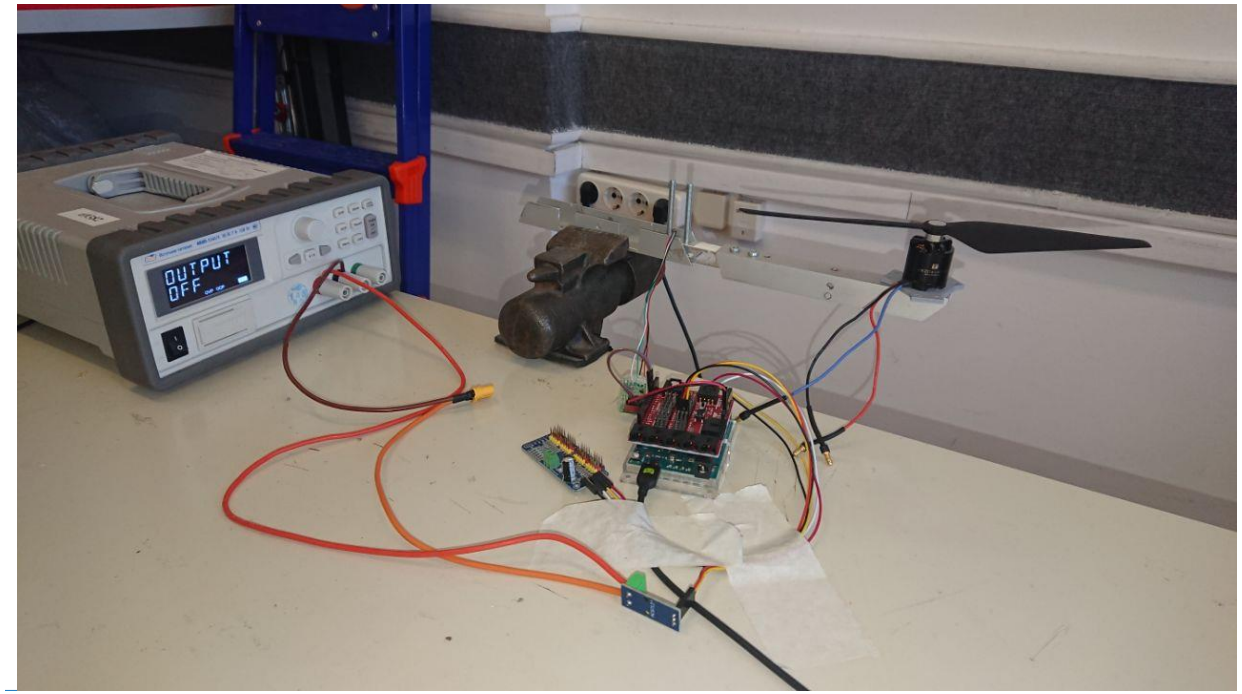




$$K_u = 1 + k_1(U - 15)$$

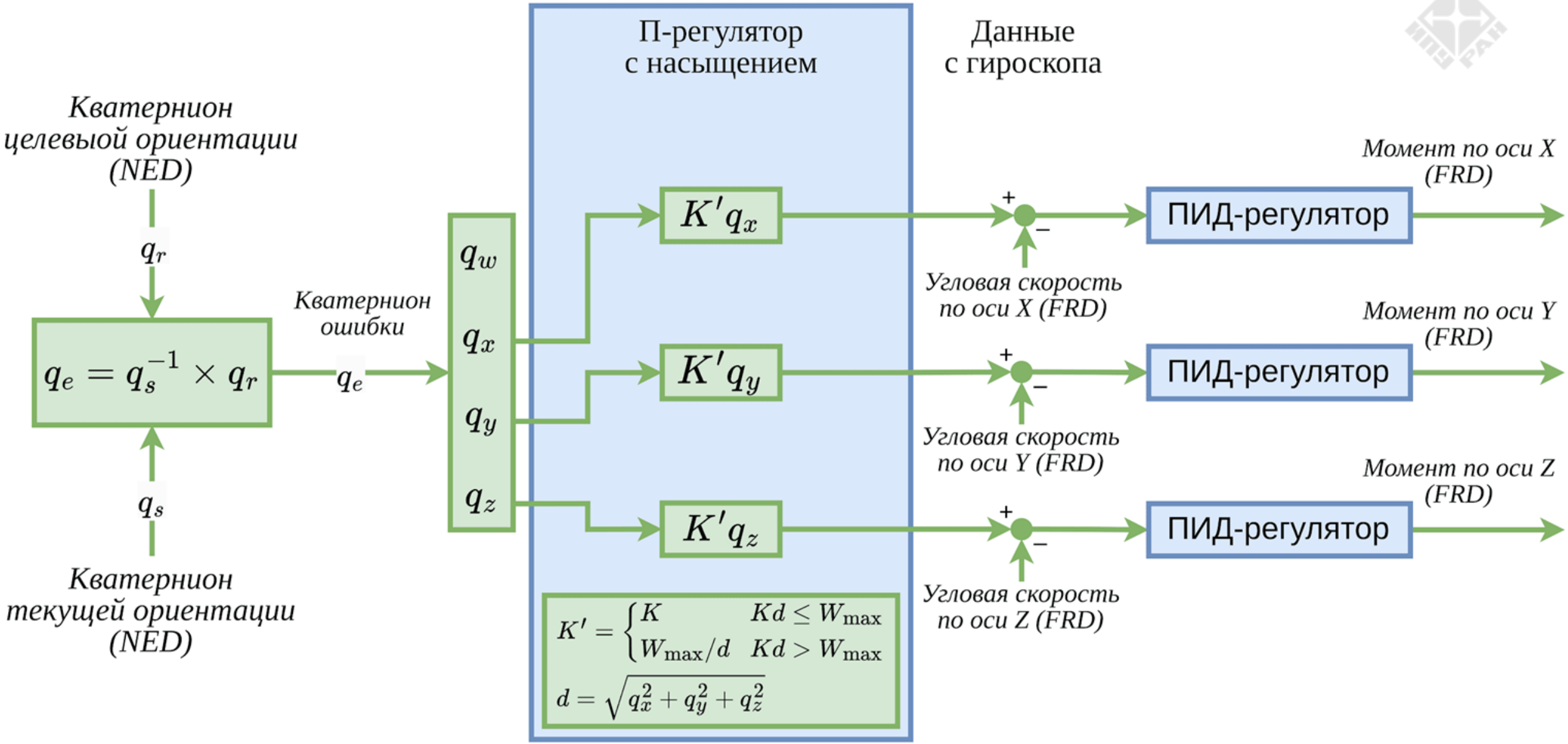
$$T = K_u\left(k_2 + k_3 P + k_4 P^2\right)$$

$$M = k_5 T$$

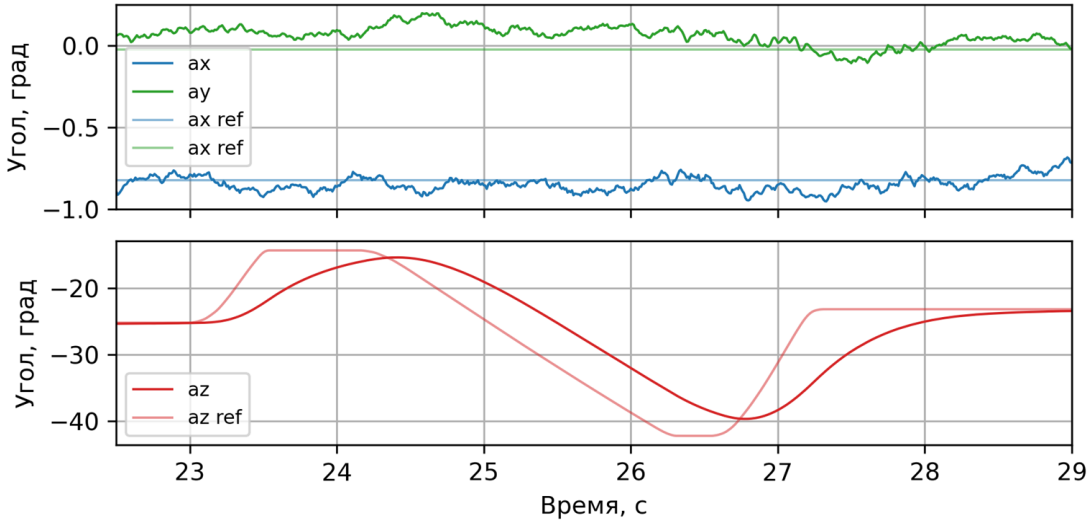
*U* - напряжение аккумулятора (В)
*P* - управляющий сигнал, ШИМ (мкс)
*T* - тяговое усилие (Н)
*M* - крутящий момент (Нм)



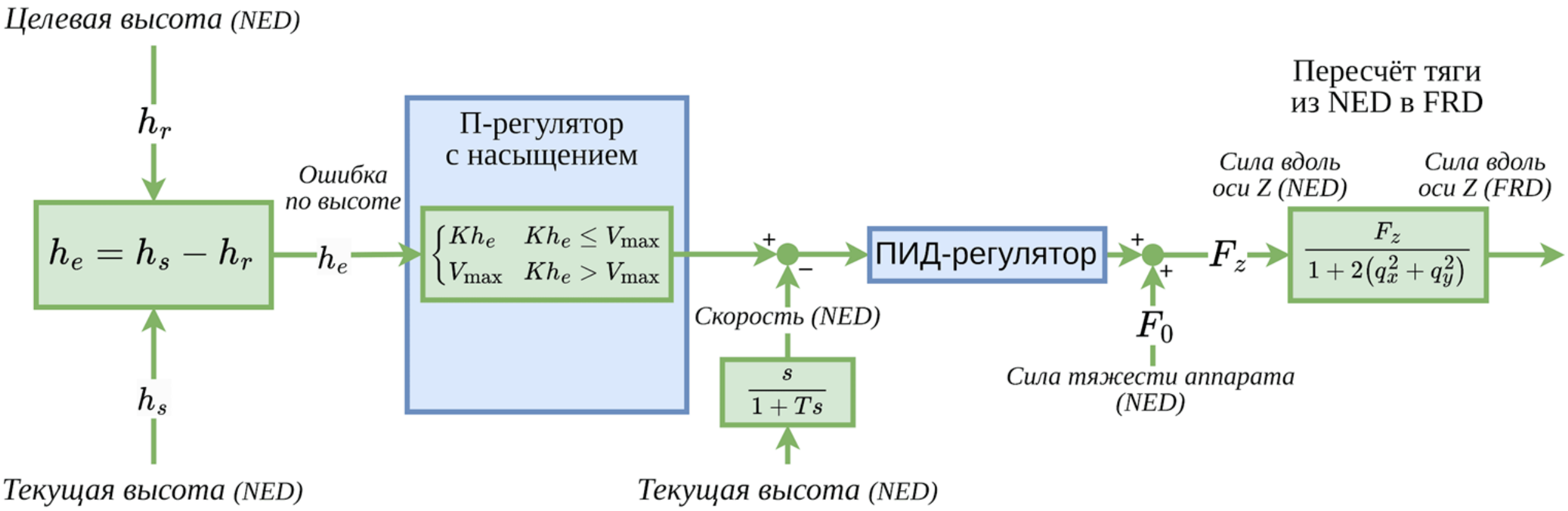
# Кватернионный регулятор ориентации



# Шарнирный стенд для отработки регуляторов ориентации

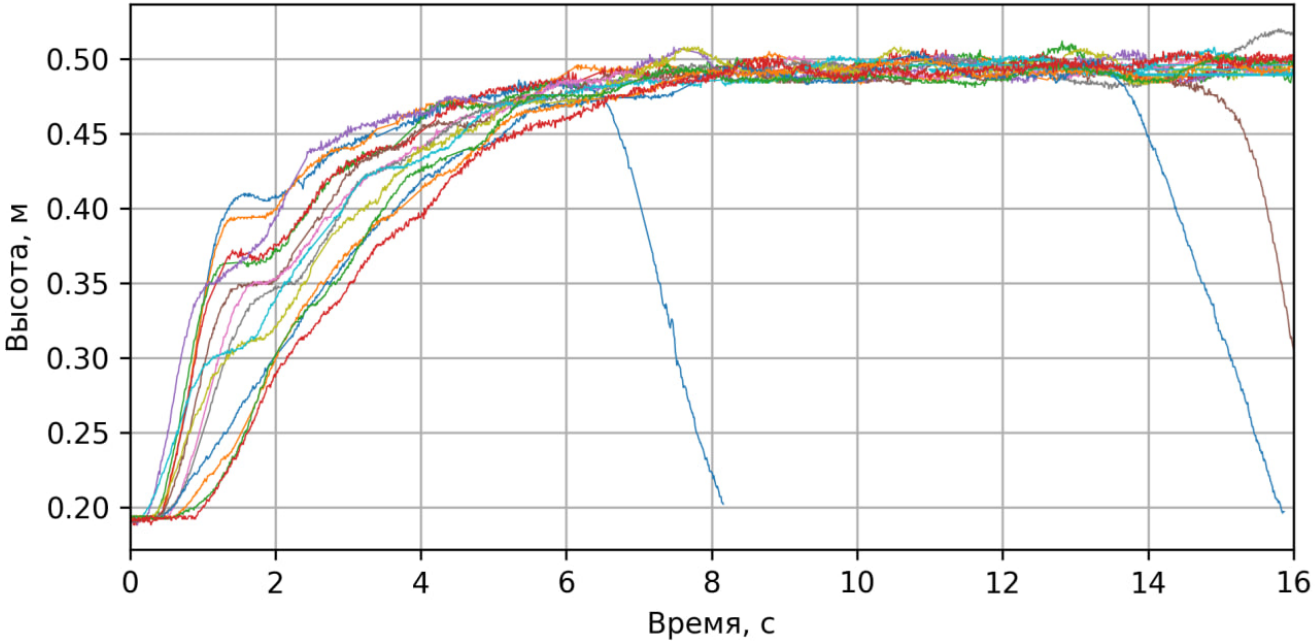


# Регулятор высоты

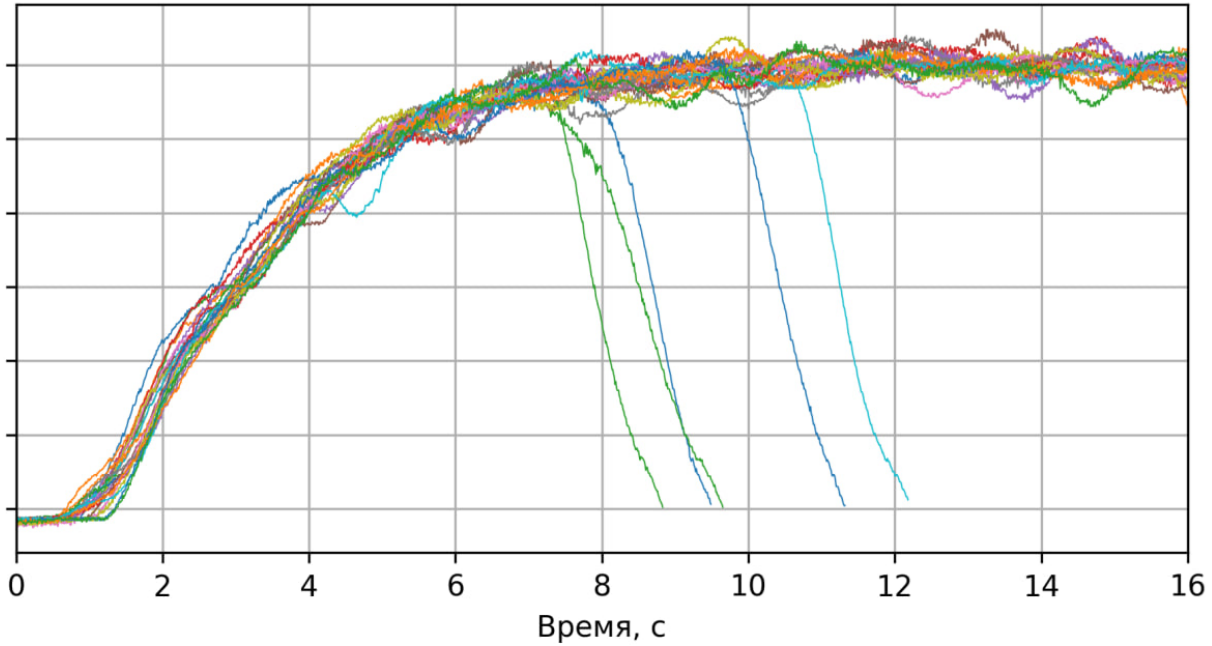


# Регулятор высоты при использовании датчика напряжения

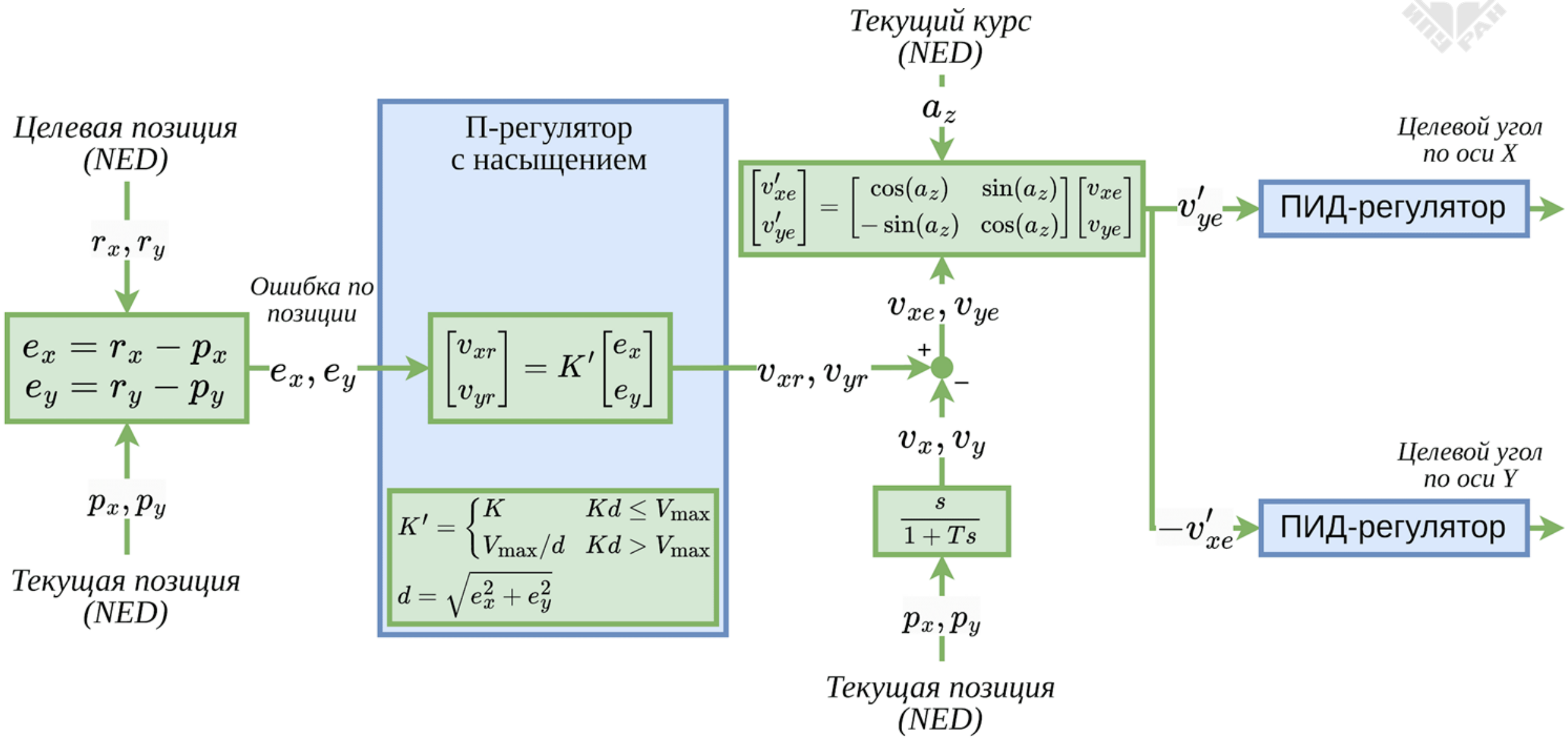
без датчика напряжения



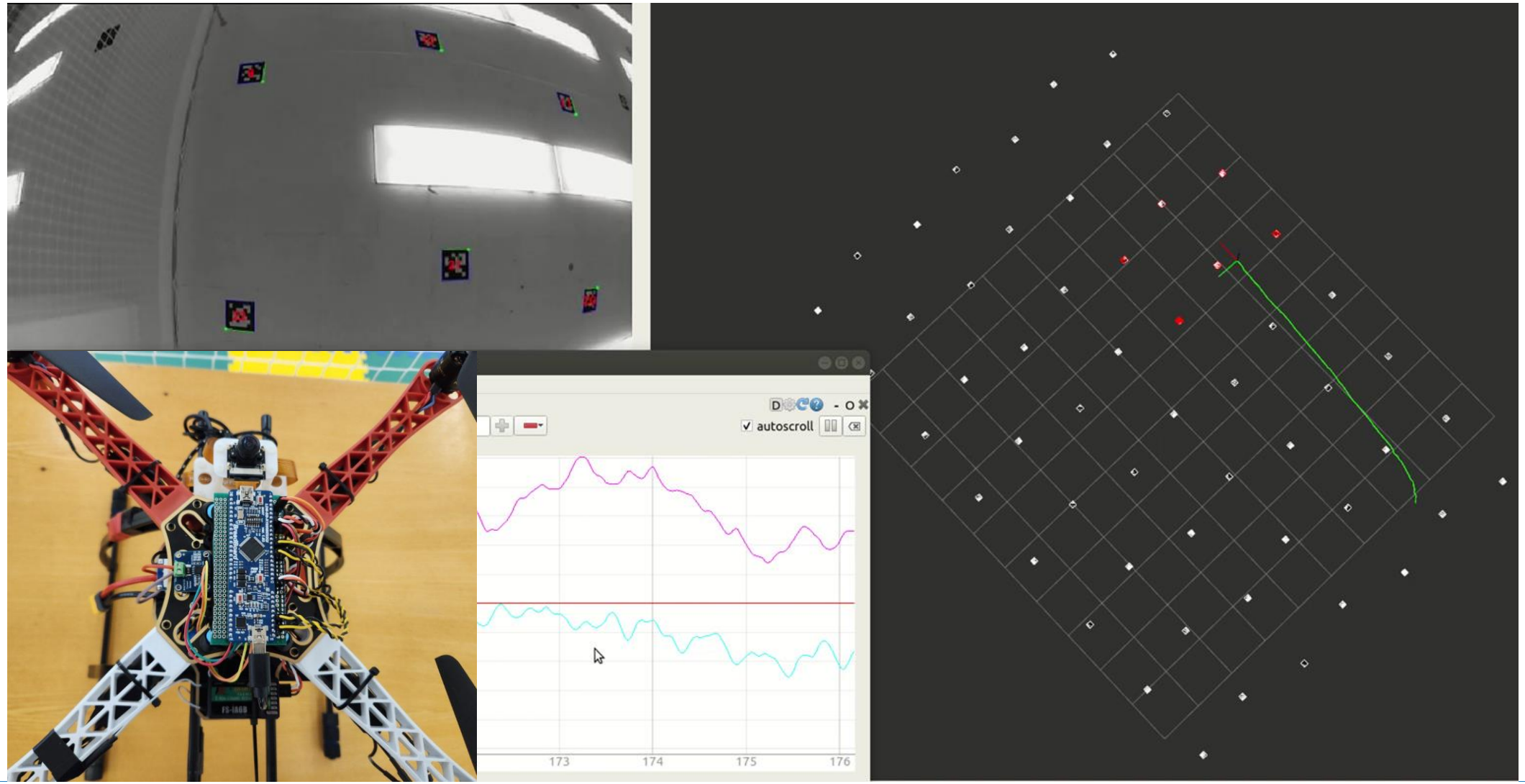

с датчиком напряжения



# Регулятор положения



# Позиционирование по графическим меткам на потолке



# Робастное управление квадрокоптером с оценкой и компенсацией согласованной неопределенности

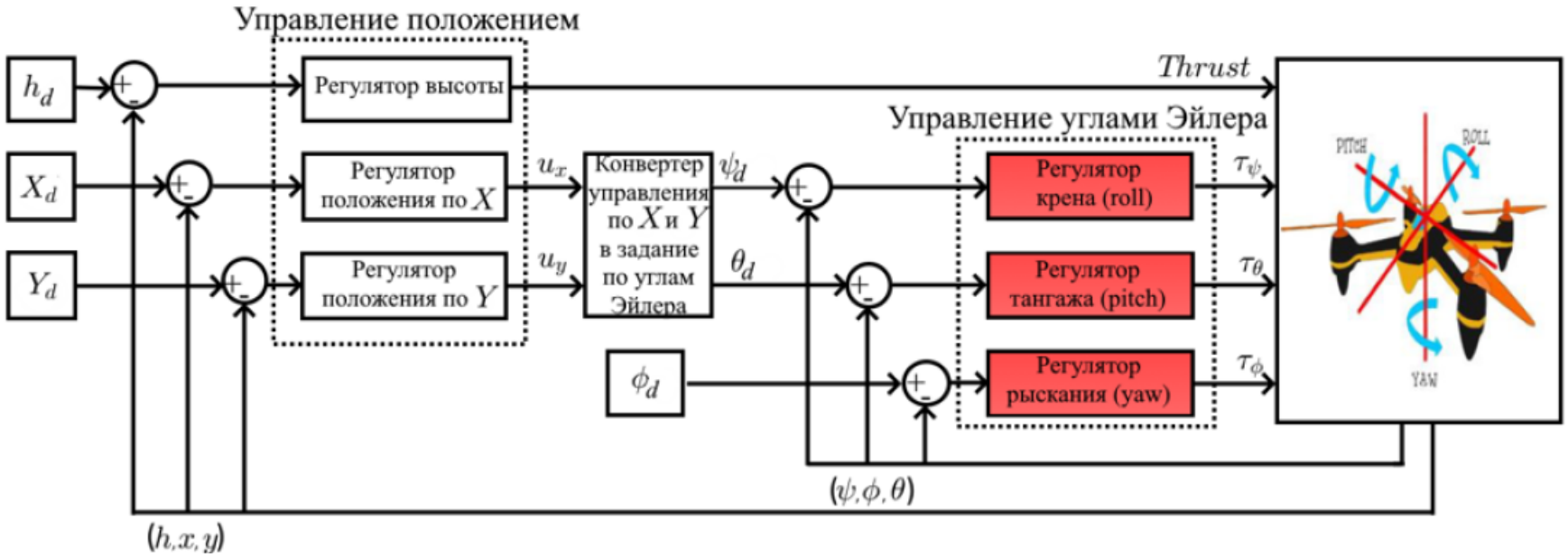
Глущенко А. И., Ласточкин К. А.
*Лаборатория № 7*
*Команда 7а*

# Синтез систем управления

Для каждой из координат состояния квадрокоптера можно записать:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B_0 b(u(t) + \Delta(t)),$$
$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}, \quad (1)$$

$x_1(t)$ - конкретная координата состояния ($X$, $Y$, $Z$, $\psi$, $\theta$, $\phi$),
$x_2(t)$ - скорость изменения координаты, $u(t)$ - управляющий сигнал,
$b$ - неизвестный коэффициент усиления, $\Delta$ - неопределенность.



# Синтез систем управления

Неизвестный коэффициент $b$ записан как $b = \Delta_b + \bar{b}$, где $\bar{b}$ - известное номинальное значение, $\Delta_b$ - неизвестно.

Перепишем (1) как:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + B_0\left(\Delta_b + \bar{b}\right)\left(u(t) + \Delta(t)\right) = \\ &= Ax(t) + B_0\bar{b}\left(u(t) + \Lambda(t)\right), \end{aligned} \tag{2}$$

где $\Lambda(t) = \Delta(t) + \Delta_b\bar{b}^{-1}\left(u(t) + \Delta(t)\right)$ - новая неопределенность.

Закон управления выбран как:

$$\begin{aligned} &u(t) = u_b(t) + u_{ad}(t), \\ &u_b(t) = k_x x(t) + k_r r(t), \\ &k_x = \begin{bmatrix} k_{1x} & k_{2x} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^2,\ k_r = -k_{1x}, \end{aligned} \tag{3}$$

где $A + B_0\bar{b}k_x$ - Гурвицева матрица и $\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}(A + B_0\bar{b}k_x)^{-1}B_0\bar{b}k_r = 1$, и $u_{ad}(t)$ будет определен далее.

# Синтез систем управления

Выражение (3) подставим в (2):

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + B_0\bar{b}\left(u_b(t) + u_{ad}(t) + \Lambda(t)\right) = \\ &= \left(A + B_0\bar{b}k_x\right)x(t) + B_0\bar{b}k_r r(t) + B_0\bar{b}\left(u_{ad}(t) + \Lambda(t)\right).\end{aligned} \tag{4}$$

Цель - оставить только $\left(A + B_0\bar{b}k_x\right)x(t) + B_0\bar{b}k_r r(t)$ справа в (4), что соответствует эталонной динамике. Оценим неопределенность $\Lambda(t)$.

Введем следующие фильтры:

$$\begin{aligned}\dot{\bar{x}}(t) &= -l\left(\bar{x}(t) - x(t)\right), \\ \dot{\bar{r}}(t) &= -l\left(\bar{r}(t) - r(t)\right), \\ \dot{\bar{u}}_{ad}(t) &= -l\left(\bar{u}_{ad}(t) - u_{ad}(t)\right),\end{aligned} \tag{5}$$

где $l > 0$ - параметр фильтра.

И следующую ошибку: $\chi(t) = l\left(\bar{x}(t) - x(t)\right)$.

# Синтез систем управления

**Theorem**

*Пусть существуют* $c_1 > 0$, $c_2 > 0$ *такие, что следующее неравенство выполняется:*

$$\left|\dot{\Lambda}(t)\right| \leq c_1 \|x(t)\| + c_2. \tag{6}$$

*Тогда существует* $l_0 > 0$ *такое, что для любого* $l \geq l_0 > 0$ *закон управления*

$$\begin{aligned}
&u(t) = u_b(t) + u_{ad}(t),\\
&u_b(t) = k_x x(t) + k_r r(t),\\
&u_{ad}(t) = -\bar{\Lambda}(t) = \begin{bmatrix} 0 & \bar{b}^{-1} \end{bmatrix} \left(\chi(t) + \left(A + B_0 \bar{b} k_x\right) \bar{x}(t)\right) + k_r \bar{r}(t) + \bar{u}_{ad}(t).\\
&k_x = \begin{bmatrix} k_{1x} & k_{2x} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^2,\ k_r = -k_{1x},
\end{aligned} \tag{7}$$

*обеспечивает выполнение следующих предельных равенств:*

$$\lim_{t\to\infty} \|x(t) - x_{ref}(t)\| = \varepsilon_{\mathrm{UB}}(l),\ \lim_{l\to\infty} \|\varepsilon_{\mathrm{UB}}(l)\| = 0. \tag{8}$$

# Реализация конвертера управления по координатам в задание по углам

В упрощенном виде динамика по пространственным координатам объекта может быть записана в следующем виде:

$$\begin{bmatrix} \ddot{X} \\ \ddot{Y} \\ \ddot{Z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_\psi s_\theta c_\phi + s_\psi s_\phi \\ c_\psi s_\theta s_\phi - s_\psi c_\phi \\ c_\psi c_\theta \end{bmatrix} \frac{T}{\overline{m}} + \overline{\Delta}. \tag{9}$$

где $\psi$, $\theta$, $\phi$ - углы крена, тангажа и рыскания, соответственно, $c_{(.)} = cos(.)$, $s_{(.)} = sin(.)$, $T$ - подъемная сила, $\overline{m}$ - номинальная масса объекта, $\overline{\Delta}$ - неопределенность.

Конвертер реализован в следующем виде: $T = \frac{\overline{m} u_z}{c_\psi c_\theta}$

$$\theta_d = \arctan\left(\frac{1}{u_z}\left(u_x c_\phi + u_y s_\phi\right)\right), \psi_d = \arctan\left(c_\theta \frac{1}{u_z}\left(u_x s_\phi - u_y c_\phi\right)\right). \tag{10}$$

Подставив (10) в (9), имеем:

$$\begin{bmatrix} \ddot{X} \\ \ddot{Y} \\ \ddot{Z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} + \overline{\Delta}. \tag{11}$$

# Система управления полётом квадрокоптера: конечно-частотная идентификация линеаризованной модели и синтез регуляторов методом оптимизации размещения полюсов

Александров В. А., Шатов Д. В.
*Лаборатория № 7*
*Команда 7б*

# I ЭТАП (управление по углам)

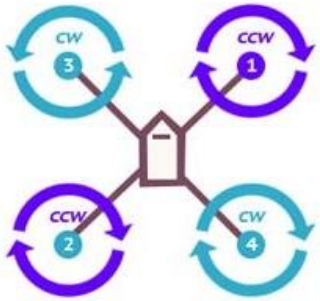
$$F = K_F({\Omega_1}^2 + {\Omega_2}^2 + {\Omega_3}^2 + {\Omega_4}^2)$$ - общая тяга

$$\tau_{roll} = lK_F(-{\Omega_1}^2 + {\Omega_2}^2 + {\Omega_3}^2 - {\Omega_4}^2)$$

$$\tau_{pitch} = lK_F(-{\Omega_1}^2 + {\Omega_2}^2 - {\Omega_3}^2 + {\Omega_4}^2)$$

$$\tau_{yaw} = K_{yaw}({\Omega_1}^2 + {\Omega_2}^2 - {\Omega_3}^2 - {\Omega_4}^2)$$

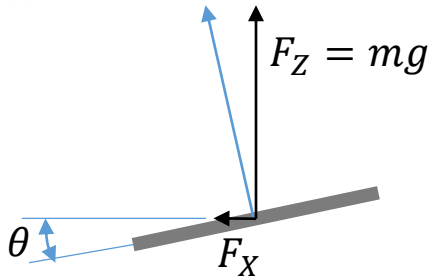
- вращающие моменты




$$\dot{\Omega}_i = -\frac{1}{T_\Omega}\Omega_i - \frac{K_2}{T_\Omega}{\Omega_i}^2 + \frac{K_\Omega}{T_\Omega}u_i$$ - обороты моторов

$$u_i = u_F \pm 0.5u_{roll} \pm 0.5u_{pitch} \pm u_{yaw}$$ - управление на моторы

$(i = 1,..,4)$




$u_{roll}$, $u_{pitch}$, $u_{yaw}$ - входы объекта / выходы регуляторов углов

$u_F$ - выход регулятора высоты

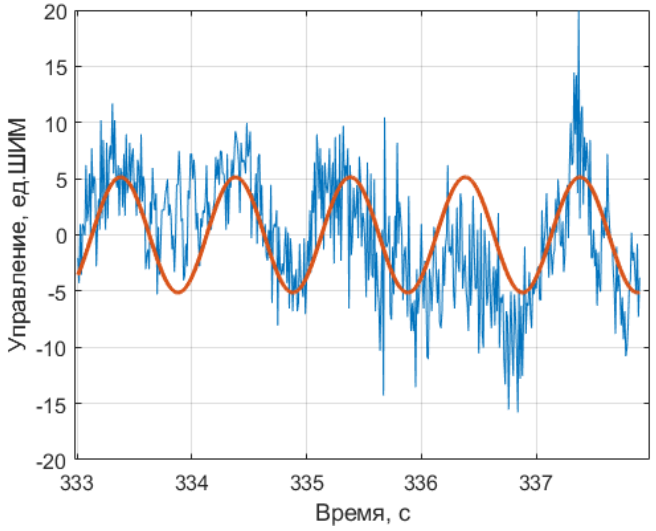
Управляемые выходы – углы Эйлера:

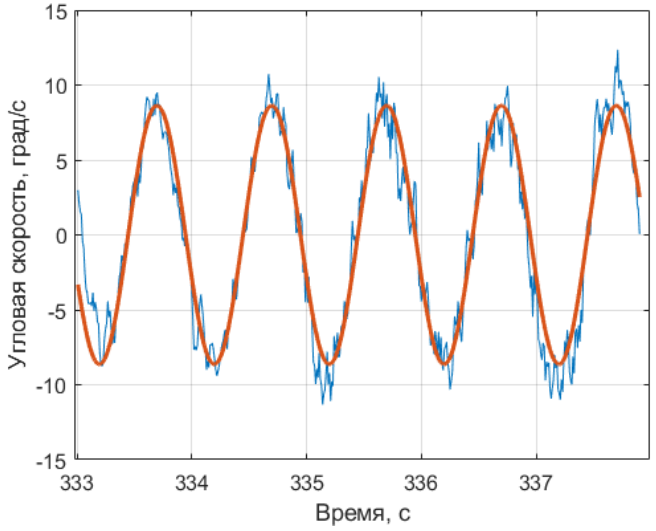
$$\begin{bmatrix}\dot{\varphi}\\ \dot{\theta}\\ \dot{\psi}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1 & \sin\varphi\tan\theta & \cos\varphi\tan\theta\\ 0 & \cos\varphi & -\sin\varphi\\ 0 & \sin\varphi/\cos\theta & \cos\varphi/\cos\theta\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\omega_x\\ \omega_y\\ \omega_z\end{bmatrix}$$

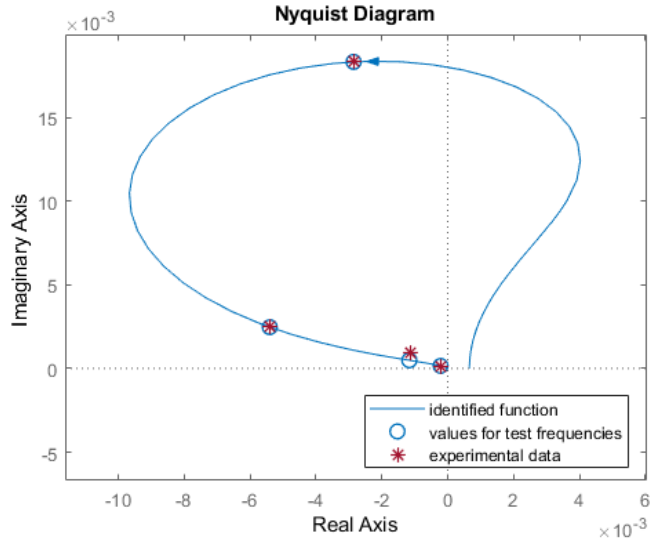
*Значения углов оцениваются при помощи фильтра Маджвика, используя данные гироскопа и акселерометра*

# I ЭТАП (управление по углам)

*Идентификация динамики контура pitch/roll* : метод конечно-частотной идентификации




Передаточная функция от управления $u_{pitch}$ к углу:

$$P_{id}(s) = \frac{7.53 \cdot (s + 0.37)}{(s + 20)(s + 3.71)(s^2 - 3.34s + 8.31)}$$

$$\begin{cases} \dot{\theta} = \omega_y \\ \dot{\omega}_y = 4.11 \cdot \theta - 3.3 \cdot v_X + 85 \cdot \tau_{pitch} \\ \dot{v}_X = 9.8065 \cdot \theta - 0.37 \cdot v_X \\ \dot{\tau}_{pitch} = \left(-\tau_{pitch} + 0.00443 \cdot u_{pitch}\right)/0.05 \end{cases}$$

$\theta$ – угол, рад
$\omega_y$ – угловая скорость, рад/с
$v_X$– скорость поступательного движения, м/с
$\tau_{pitch}$– момент
$u_{pitch}$– управление в единицах ШИМ: [-150, 150]

# I ЭТАП (управление по углам)

*Регулятор для контуров pitch/roll*

$$\begin{cases} \dot{\theta} = \omega_y \\ \dot{\omega}_y = 4.11 \cdot \theta - 3.3 \cdot v_X + 85 \cdot \tau_{pitch} \\ \dot{v}_X = 9.8065 \cdot \theta - 0.37 \cdot v_X \\ \dot{\tau}_{pitch} = \left(-\tau_{pitch} + 0.00443 \cdot u_{pitch}\right)/0.05 \end{cases}$$

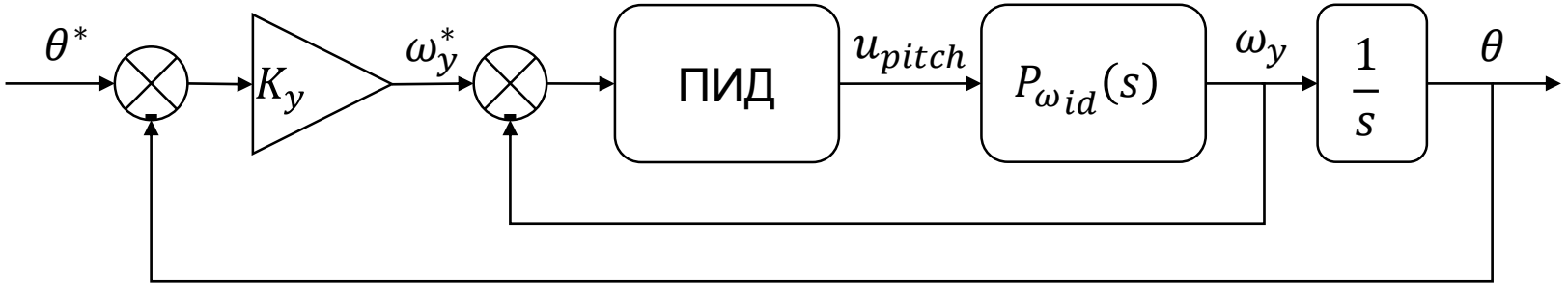
$$\bar{P}_{\omega_{id}}(s) = \frac{7.53 \cdot s}{(s+20)(s^2 - 4.11)}$$

ПИД-регулятор угловой скорости получен методом оптимизации размещения полюсов.

$$\text{ПИД}\left(\omega_y^* - \omega_y\right): \quad C_\omega(s) = \frac{K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s}{T_f s + 1}, \qquad \omega_y^* = K_y \Delta \boldsymbol{q}_y$$

| | |
|---|---|
| $K_y$ | 12.8 |
| $K_p$ | 1.46 |
| $K_i$ | 4.08 |
| $K_d$ | 0.073 |
| $T_f$ | 0.021 |

Каскадный регулятор

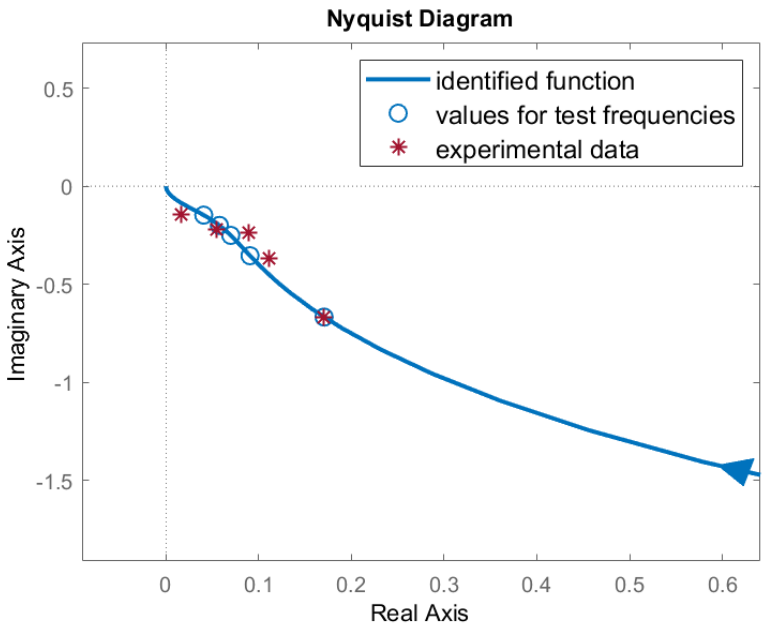


# I ЭТАП (управление по углам)

*Контур управления углом yaw*

Идентифицированная передаточная функция от управления $u_{yaw}$ к угловой скорости $\omega_z$:

$$P_{\omega id}(s) = \frac{3.54 \cdot (s + 12.1)}{(s + 20)(s + 0.483)}$$




Каскадный регулятор:

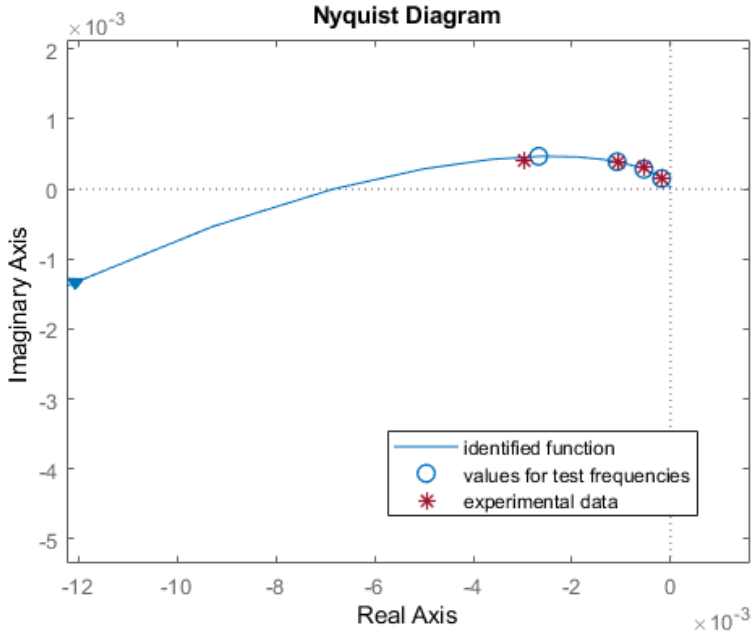
$$\omega_z^* = K_z \Delta \boldsymbol{q}_z, \qquad \text{ПИД}(\omega_z^* - \omega_z): \quad C_\omega(s) = \frac{K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s}{T_f s + 1}$$

| | |
|---|---|
| $K_z$ | 8.0 |
| $K_p$ | 4.61 |
| $K_i$ | 8.97 |
| $K_d$ | 0.208 |
| $T_f$ | 0.082 |

# II ЭТАП (управление по высоте)

Идентифицированная передаточная функция от управления $u_F$ к высоте:

$$P_{h_{id}}(s) = \frac{0.073}{s(2.6s+1)(0.097s+1)}$$




Регулятор 3 порядка 2DOF с интегральной частью

$$U_F(s) = \frac{q_3s^3 + q_2s^2 + q_1s + q_0}{s(c_2s^2 + c_1s + c_0)} H_{ref}(s) - \frac{d_3s^3 + d_2s^2 + d_1s + d}{s(c_2s^2 + c_1s + c_0)} H(s)$$

получен методом оптимизации размещения полюсов для желаемой передаточной функции замкнутой системы $P_{h_{ref}}(s) = \frac{1}{(0.2s+1)(0.1s+1)(0.097s+1)}$

Дискретная реализация регулятора: $C(z) = c2d(C(s), 0.005)$

# III ЭТАП (управление по координате)

$$\begin{cases} \dot{x} = v_X \\ \dot{v}_X = 9.8065 \cdot \theta - 0.37 \cdot v_X \\ \dot{\theta} = \omega_y \\ \dot{\omega}_y = 4.11 \cdot \theta - 3.3 \cdot v_X + 85 \cdot \tau_{pitch} \\ \dot{\tau}_{pitch} = \left(-\tau_{pitch} + 0.00443 \cdot u_{pitch}\right)/0.05 \end{cases}$$

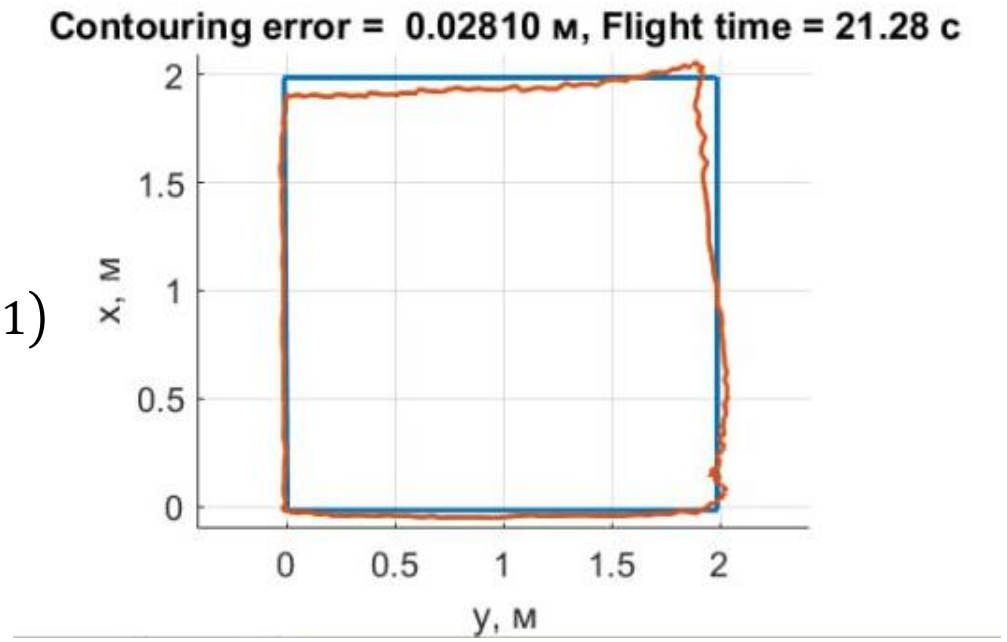
$$P_{x\theta}(s) = \frac{9.8065}{s(s+0.37)}$$

Каскадный регулятор:

ПИД2$(x^* - x) \rightarrow \theta^* \rightarrow$ регулятор угла $(|\theta^*| \leq \theta_{\max})$

$$C_{PID2}(s) = \left(K_p(p_1 x^* - x) + \frac{K_i}{s}(x^* - x) + K_d s(p_2 x^* - x)\right)/(T_f s + 1)$$

| | |
|---|---|
| $K_p$ | 0.0829 |
| $K_i$ | 0.0205 |
| $K_d$ | 0.130 |
| $T_f$ | 0.260 |
| $p_1$ | 0.58 |
| $p_2$ | 0.34 |



# Робастная система слежения с сигмоидальными обратными связями с учетом ограничений на переменные состояния и управление

Кокунько Ю. Г., Антипов А. С.
*Лаборатория № 37*

# Математическая модель объекта управления

**Динамика линейных положений (подсистема с дефицитом управлений):**

(1) $$\dot{\eta}_{1,\text{pos}} = \eta_{2,\text{pos}},\ \dot{\eta}_{2,\text{pos}} = F_{\text{pos}}(\eta_{1,\text{att}}, \eta_{1,\text{pos}}, t) + B_{\text{pos}}(\eta_{1,\text{att}})\frac{T}{m_0},$$

где $\eta_{1,\text{pos}} = (x, y, z)^T$ – вектор состояния, $\eta_{2,\text{pos}} = (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})^T$,

$B_{\text{pos}} = (\cos\varphi\sin\theta\cos\psi + \sin\varphi\sin\psi,\ \cos\varphi\sin\theta\sin\psi - \sin\varphi\cos\psi,\ \cos\varphi\cos\theta)^T$,

$m_0$ – масса квадрокоптера, $F_{\text{pos}}(\eta_{1,\text{att}}, \eta_{1,\text{pos}}, t)$ – неопределенности,

$T$ – управляющая суммарная тяга.

**Динамика углов Эйлера (полноприводная подсистема):**

(2) $$\dot{\eta}_{1,\text{att}} = \eta_{2,\text{att}},\ \dot{\eta}_{2,\text{pos}} = F_{\text{att}}(\eta_{1,\text{att}}, t) + R(\eta_{1,\text{att}})B_{\text{att}}u_{\text{att}},$$

где $\eta_{1,\text{att}} = (\varphi, \theta, \psi)^T$ – вектор состояния, $\eta_{2,\text{att}} = (\dot{\varphi}, \dot{\theta}, \dot{\psi})^T$, $R(\eta_{1,\text{att}})$ – матрица поворота, $B_{\text{att}} = \text{diag}(1/I_{0i})$, $I_{0i}$ – главные моменты инерции, $F_{\text{att}}(\eta_{1,\text{att}}, t)$ – неопределенности, $u_{\text{att}} = (\tau_\varphi, \tau_\theta, \tau_\psi)^T$ – вектор управляющих моментов.

***Особенности модели:*** *нелинейность, наличие перекрестных связей, дефицит управлений.*

# Постановка задачи

**Цель управления**:

$$(3)\qquad \begin{aligned} &|x(t)-x_{\text{des}}(t)|\le\delta_1,\ |y(t)-y_{\text{des}}(t)|\le\delta_2,\ |z(t)-z_{\text{des}}(t)|\le\delta_3,\\ &|\psi(t)-\psi_{\text{des}}(t)|\le\delta_6, \end{aligned}$$

где $x_{\text{des}}(t)$, $y_{\text{des}}(t)$, $z_{\text{des}}(t)$, $\psi_{\text{des}}(t)$ – независимые задающие воздействия,
$\varphi_{\text{des}}(t), \theta_{\text{des}}(t)$ – формируемые задающие воздействия,
$\delta_j$ – желаемые значения ошибок слежения в установившемся режиме.

**Предположения:**

– известны номинальные значения массы квадрокоптера $m_0$ и главных моментов инерции $I_{0i}$, $i=1,2,3$;

– ограничения на скорости:

$$\|\eta_{2,\text{att}}(t)\|\le H_{2,\text{att}},\ \ \|\eta_{2,\text{pos}}(t)\|\le H_{2,\text{pos}},\ t\ge 0;$$

– неопределенности ограничены:

$$\|F_{\text{att}}(\eta_{1,\text{att}},t)\|\le \bar{F}_{\text{att}},\ \ \|F_{\text{pos}}(\eta_{1,\text{att}},\eta_{1,\text{pos}},t)\|\le \bar{F}_{\text{pos}},\ t\ge 0.$$

# Следящий дифференциатор

(4) $$\dot{g}_1 = g_2, \ \dot{g}_2 = w,$$

где $g_1, g_2 \in R^6$ – векторы состояния дифференциатора, $w$ – вектор корректирующих воздействий.

**Ошибки слежения:**

(5) $$\xi_{1d} = g_1 - \eta_{1,\text{des}}, \ \xi_{2d} = g_2 + M_{1d} \tanh(K_{1d}\xi_{1d}),$$

где $\eta_{1,\text{des}} = (x_{\text{des}}, y_{\text{des}}, z_{\text{des}}, \varphi_{\text{des}}, \theta_{\text{des}}, \psi_{\text{des}})^T$,

$M_{1d} \tanh(K_{1d}\xi_{1d}) = (m_{11,d} \tanh(k_{11,d}\xi_{11,d}), \ldots, m_{16,d} \tanh(k_{16,d}\xi_{16,d}))^T$.

**Уравнения относительно ошибок слежения:**

(6) $$\dot{\xi}_{1d} = \xi_{2d} - M_{1d} \tanh(K_{1d}\xi_{1d}) - \dot{\eta}_{1,\text{des}}, \ \dot{\xi}_{2d} = w + \Lambda_1,$$

где $\dot{\eta}_{1,\text{des}} = (\dot{x}_{\text{des}}, \dot{y}_{\text{des}}, \dot{z}_{\text{des}}, \dot{\varphi}_{\text{des}}, \dot{\theta}_{\text{des}}, \dot{\psi}_{\text{des}})^T$, $\Lambda_1 = \dfrac{d}{dt}[M_{1d} \tanh(K_{1d}\xi_{1d})]$.

**Корректирующие воздействия:**

(7) $$w = -M_{2d} \tanh(K_{2d}\xi_{2d}),$$

где $M_{2d} \tanh(K_{2d}\xi_{2d}) = (m_{21,d} \tanh(k_{21,d}\xi_{21,d}), \ldots, m_{26,d} \tanh(k_{26,d}\xi_{26,d}))^T$.

$g_1$ – вектор **новых, сглаженных задающих воздействий**.

# Следящий дифференциатор

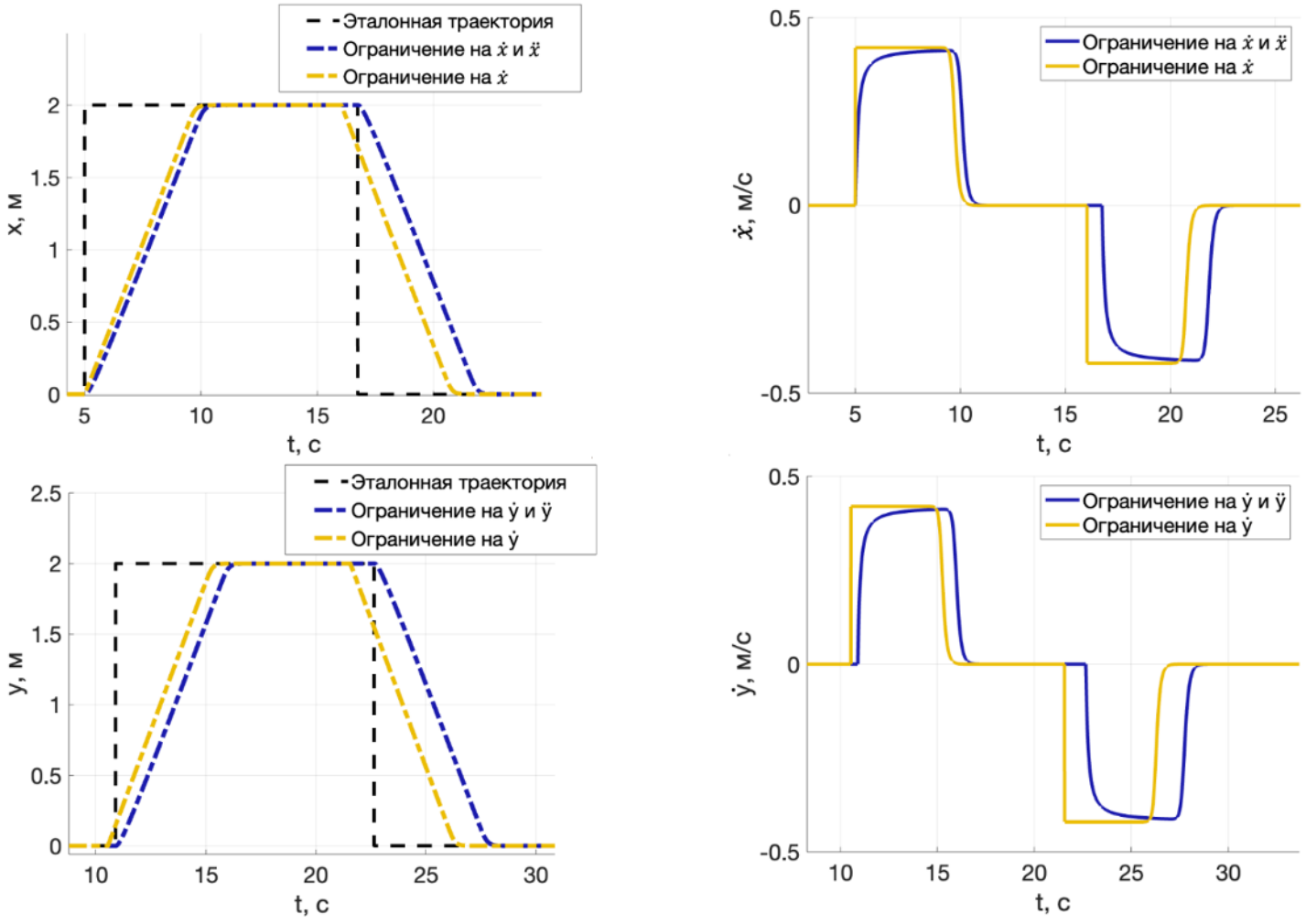



**Рис. 1.** Результаты апробации следящих дифференциаторов **с учетом ограничений на скорость и на скорость и ускорение**

# Синтез регулятора высоты

(8) $$\dot{\eta}_{13,\text{pos}} = \eta_{23,\text{pos}},\ \dot{\eta}_{23,\text{pos}} = F_{3,\text{pos}}(\eta_{13,\text{att}}, \eta_{13,\text{pos}}, t) + B_{3,\text{pos}}(\eta_{13,\text{att}})\frac{T}{m_0}.$$

Переменную $\eta_{23,\text{pos}}(t) = \dot{z}(t)$ трактуем как **виртуальное управление**.

**Замена переменных:**

(9) $$e_{13,\text{pos}} = z - g_{13},\ e_{23,\text{pos}} = \eta_{23,\text{pos}} + m_{13,\text{pos}} \tanh(k_{13,\text{pos}} e_{13,\text{pos}}).$$

**Преобразованная система:**

(10) $$\begin{aligned} \dot{e}_{13,\text{pos}} &= e_{23,\text{pos}} - g_{23} - m_{13,\text{pos}} \tanh(k_{13,\text{pos}} e_{13,\text{pos}}), \\ \dot{e}_{23,\text{pos}} &= \tilde{F}_{3,\text{pos}}(\eta_{1,\text{att}}, \eta_{1,\text{pos}}, t) + B_{3,\text{pos}}(\eta_{1,\text{att}})\frac{T}{m_0}, \end{aligned}$$

где $\tilde{F}_{3,\text{pos}} = F_{3,\text{pos}} + \dfrac{d(m_{13,\text{pos}} \tanh(k_{13,\text{pos}} e_{13,\text{pos}}))}{dt}$ **– новая неопределенность**.

**Базовый закон управления:**

(11) $$T = -m_0 B_{3,\text{pos}}^{-1}(\eta_{1,\text{att}})(\tilde{F}_{3,\text{pos}} + m_{23,\text{pos}} \tanh(k_{23,\text{pos}} e_{23,\text{pos}}) + k_{33,\text{pos}} \ddot{z}).$$

**Выбор** $m_{13,\text{pos}}$, $k_{13,\text{pos}}$, $m_{23,\text{pos}}$, $k_{23,\text{pos}}$, $k_{33,\text{pos}}$ **:**

(12) $$\left|e_{13,\text{pos}}(t)\right| \le \Delta_{13,\text{pos}},\ \left|e_{23,\text{pos}}(t)\right| \le \Delta_{23,\text{pos}}.$$

# Синтез регулятора $x$, $y$

**Подсистема с дефицитом управлений:**

(1) $$\dot{\eta}_{1,\text{pos}} = \eta_{2,\text{pos}},\ \dot{\eta}_{2,\text{pos}} = F_{\text{pos}}(\eta_{1,\text{att}}, \eta_{1,\text{pos}}, t) + B_{\text{pos}}(\eta_{1,\text{att}})\frac{T}{m_0}.$$

Обозначим

(13) $$u_x = B_{1,\text{pos}}(\eta_{1,\text{att}})\frac{T}{m_0},\ u_y = B_{2,\text{pos}}(\eta_{1,\text{att}})\frac{T}{m_0}$$

и рассмотрим $u_x$, $u_y$ как **виртуальные управления**:

(14) $$u_x = \frac{\cos\varphi\sin\theta\cos\psi + \sin\varphi\sin\psi}{m_0}T,\ u_y = \frac{\cos\varphi\sin\theta\sin\psi - \sin\varphi\sin\psi}{m_0}T.$$

**Базовые законы виртуального управления:**

(15) $$\begin{aligned} u_x &= -(\tilde{F}_{1,\text{pos}} + m_{21,\text{pos}}\tanh(k_{21,\text{pos}}e_{21,\text{pos}}) + k_{31,\text{pos}}\ddot{x}), \\ u_y &= -(\tilde{F}_{2,\text{pos}} + m_{22,\text{pos}}\tanh(k_{22,\text{pos}}e_{22,\text{pos}}) + k_{32,\text{pos}}\ddot{y}). \end{aligned}$$

**Сформированные задающие воздействия для крена и тангажа:**

(16) $$\varphi_{\text{des}} = m_0\frac{u_x\sin\psi_{\text{des}} - u_y\cos\psi_{\text{des}}}{T},\ \theta_{\text{des}} = m_0\frac{u_x\cos\psi_{\text{des}} + u_y\sin\psi_{\text{des}}}{T\cos\varphi_{\text{des}}}.$$

# Синтез регулятора углов Эйлера

**Цель управления:** $|\varphi(t)-g_{14}(t)|\le\delta_4,\ |\theta(t)-g_{15}(t)|\le\delta_5,\ |\psi(t)-g_{16}(t)|\le\delta_6.$

**Динамика углов Эйлера (полноприводная подсистема):**

(2) $$\dot{\eta}_{1,\mathrm{att}}=\eta_{2,\mathrm{att}},\ \dot{\eta}_{2,\mathrm{pos}}=F_{\mathrm{att}}(\eta_{1,\mathrm{att}},t)+R(\eta_{1,\mathrm{att}})B_{\mathrm{att}}u_{\mathrm{att}}.$$

**Базовый закон управления:**

(17) $$u_{\mathrm{att}}=-\left[R(\eta_{1,\mathrm{att}})B_{\mathrm{att}}\right]^{-1}(\tilde{F}_{\mathrm{att}}+M_{2,\mathrm{att}}\tanh(K_{2,\mathrm{att}}e_{2,\mathrm{att}})+K_{3,\mathrm{att}}\ddot{\eta}_{1,\mathrm{att}}),$$

где $M_{2,\mathrm{att}}\tanh(K_{2,\mathrm{att}}e_{2,\mathrm{att}})=(m_{21,\mathrm{att}}\tanh(k_{21,\mathrm{att}}e_{21,\mathrm{att}}),\ldots,m_{23,\mathrm{att}}\tanh(k_{23,\mathrm{att}}e_{23,\mathrm{att}}))^T,$

$\ddot{\eta}_{1,\mathrm{att}}=(\ddot{\varphi},\ddot{\theta},\ddot{\psi})^T,\ K_{3,\mathrm{att}}=\mathrm{diag}(k_{31,\mathrm{att}},k_{32,\mathrm{att}},k_{33,\mathrm{att}}).$

# Синтез наблюдателя неопределенностей

**Наблюдатель строится на основе системы:**

(18) $$\dot{e}_{21,\mathrm{pos}}=\tilde{F}_{1,\mathrm{pos}}+u_x,\ \dot{e}_{22,\mathrm{pos}}=\tilde{F}_{2,\mathrm{pos}}+u_y,\ \dot{e}_{23,\mathrm{pos}}=\tilde{F}_{3,\mathrm{pos}}+B_{3,\mathrm{pos}}(\eta_{1,\mathrm{att}})\frac{T}{m_0},$$

$$\dot{e}_{2,\mathrm{att}}=\tilde{F}_{\mathrm{att}}(\eta_{1,\mathrm{att}},t)+R(\eta_{1,\mathrm{att}})B_{\mathrm{att}}u_{\mathrm{att}}.$$

# Синтез наблюдателя неопределенностей

(19) $$\dot{\hat{e}}_2 = u + v,$$

где $\hat{e}_2 \in R^6$ – вектор состояния наблюдателя,

$u = (u_x,\ u_y,\ B_{3,\text{pos}}(\eta_{1,\text{att}})\dfrac{T}{m_0},\ R(\eta_{1,\text{att}})B_{\text{att}}u_{\text{att}}) \in R^{6\times 1}$ – вектор управлений,

$v \in R^6$ – корректирующие воздействия.

**Ошибки наблюдения:** $\varepsilon = e_2 - \hat{e}_2.$

**Уравнения относительно ошибок наблюдения:**

(20) $$\dot{\varepsilon} = \tilde{F} - v.$$

**Корректирующие воздействия:**

(21) $$v = P\tanh(L\varepsilon),$$

где $P\tanh(L\varepsilon) = (p_1\tanh(l_1\varepsilon_1), \ldots, p_6\tanh(l_6\varepsilon_6))^T.$

**Выбор $P$, $L$:**

(22) $$\|\varepsilon(t)\| \le \Delta_{1\text{o}},\ \ \|\dot{\varepsilon}(t)\| \le \Delta_{2\text{o}}.$$

# Динамическая обратная связь

$$
\begin{aligned}
&T = -m_0 B_{3,\text{pos}}^{-1}(\eta_{1,\text{att}})(v_3 + m_{23,\text{pos}} \tanh(k_{23,\text{pos}} e_{23,\text{pos}}) + k_{33,\text{pos}} \ddot{z}),\\
&u_x = -(v_1 + m_{21,\text{pos}} \tanh(k_{21,\text{pos}} e_{21,\text{pos}}) + k_{31,\text{pos}} \ddot{x}),\\
&u_y = -(v_2 + m_{22,\text{pos}} \tanh(k_{22,\text{pos}} e_{22,\text{pos}}) + k_{32,\text{pos}} \ddot{y}),\\
&u_{\text{att}} = -\left[R(\eta_{1,\text{att}}) B_{\text{att}}\right]^{-1} (v_{\text{att}} + M_{2,\text{att}} \tanh(K_{2,\text{att}} e_{2,\text{att}}) + K_{3,\text{att}} \ddot{\eta}_{1,\text{att}}),
\end{aligned}
\tag{23}
$$

где $v_i(t) \approx \widetilde{F}_{i,\text{pos}}(t),\ v_{\text{att}}(t) \approx \widetilde{F}_{\text{att}}(t),\ v_{\text{att}} = (v_4, v_5, v_6)^T \in R^{3\times 1}$.

# Результаты апробации алгоритмов на объекте

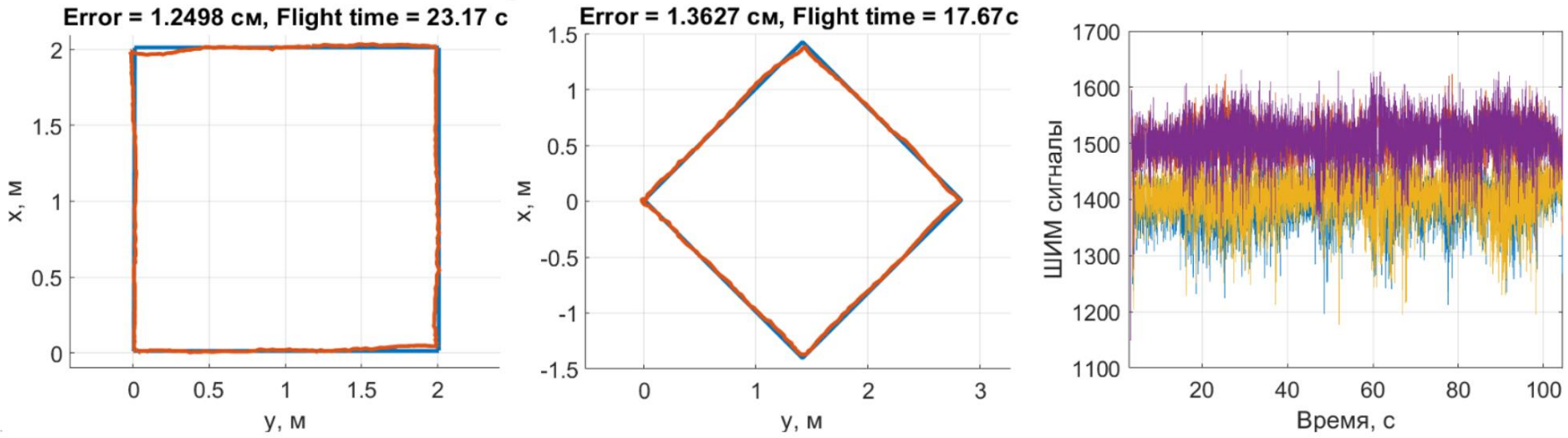



**Рис. 2.** Конкурсное решение: средняя ошибка по фигурам **1.31 см**

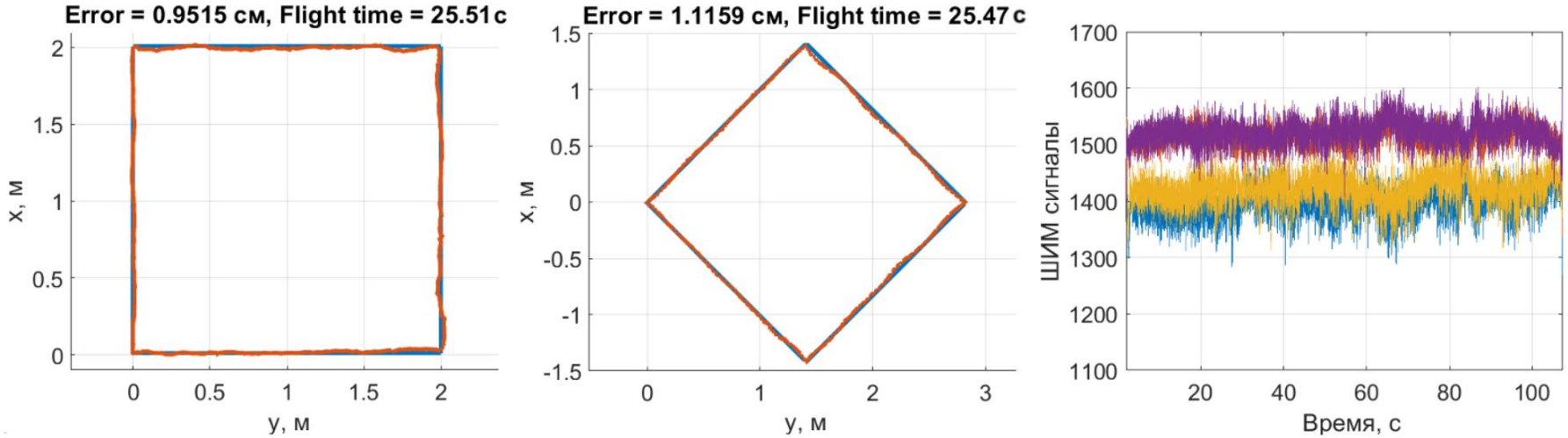



**Рис. 3.** Доработанное решение: средняя ошибка по фигурам **1.03 см**

# Планы

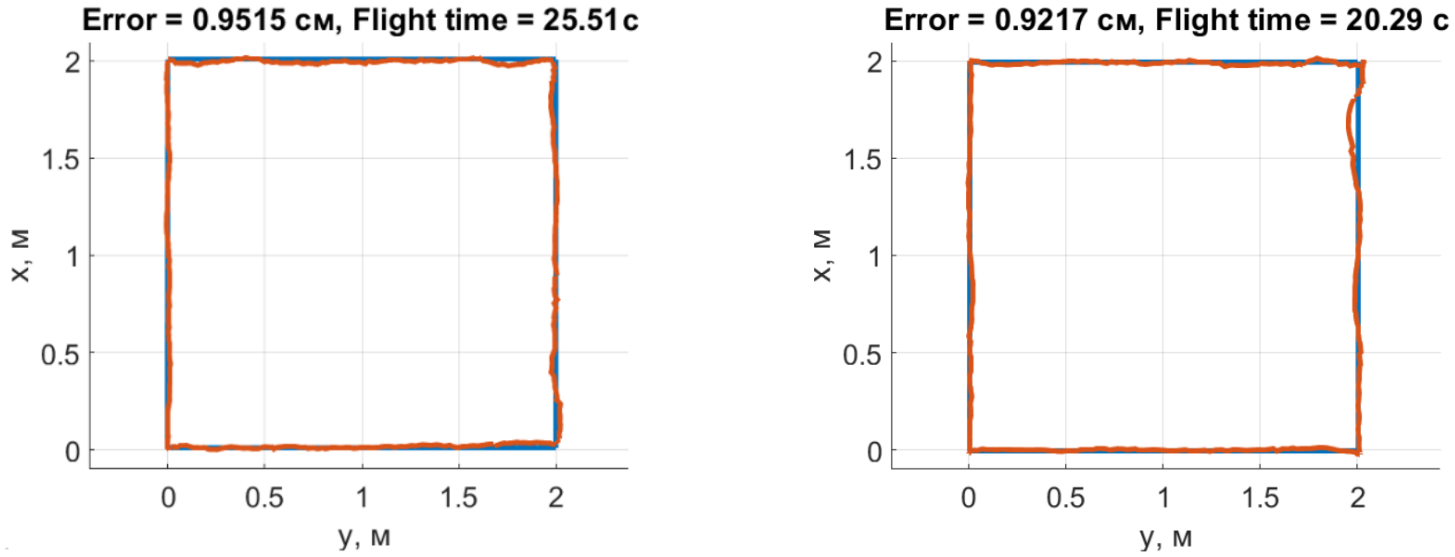
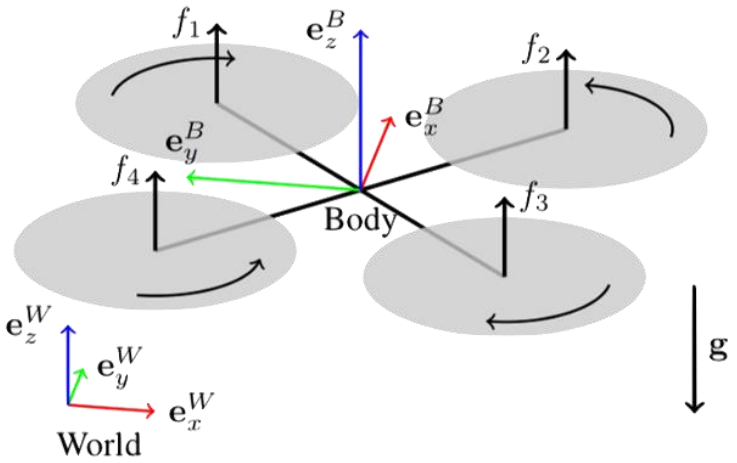



**Рис. 4.** Доработанные решения: время пролета по квадрату **25.51 с** и **20.29 с** соответственно

# Результаты работы в конкурсе БПЛА

Кустов А.Ю., Ряхимов Р.Р., Белов И.Р.,
*Ткаченко А.А., Юрченков А.В.*
*Лаборатория № 1*

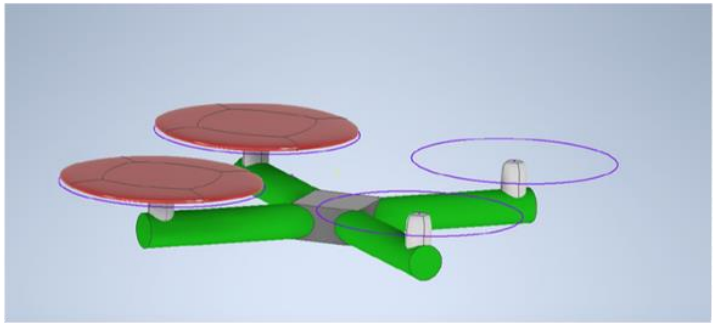
# Математическая модель 4-винтового БПЛА




$$
\begin{aligned}
u_1 &= c_1(\Omega_1^2+\Omega_2^2+\Omega_3^2+\Omega_4^2)\\
u_2 &= c_1c_2(-\Omega_2^2+\Omega_4^2)\\
u_3 &= c_1c_2(-\Omega_1^2+\Omega_3^2)\\
u_4 &= c_3(-\Omega_1^2+\Omega_2^2-\Omega_3^2+\Omega_4^2)
\end{aligned}
$$

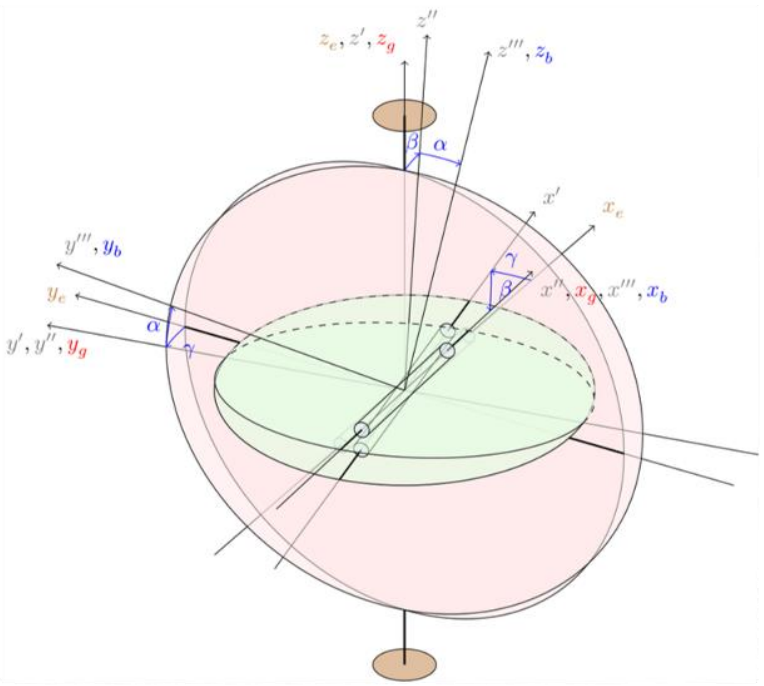
$$\Omega = -\Omega_1+\Omega_2-\Omega_3+\Omega_4$$

Механическая модель (для расчета характеристик БПЛА)



$$
\begin{aligned}
\ddot{x}_e &= (s_{\varphi_e}s_{\psi_e}+c_{\varphi_e}s_{\theta_e}c_{\psi_e})\frac{u_1}{m}\\
\ddot{y}_e &= (-s_{\varphi_e}c_{\psi_e}+c_{\varphi_e}s_{\theta_e}s_{\psi_e})\frac{u_1}{m}\\
\ddot{z}_e &= -g+(c_{\varphi_e}c_{\theta_e})\frac{u_1}{m}\\
\dot{\omega}_{xb} &= \frac{I_y-I_z}{I_x}\omega_{yb}\omega_{zb}-\frac{J_{TP}}{I_x}\omega_{yb}\Omega+\frac{u_2}{I_x}\\
\dot{\omega}_{yb} &= \frac{I_z-I_x}{I_y}\omega_{zb}\omega_{xb}+\frac{J_{TP}}{I_y}\omega_{xb}\Omega+\frac{u_3}{I_y}\\
\dot{\omega}_{zb} &= \frac{I_x-I_y}{I_z}\omega_{xb}\omega_{yb}+\qquad\qquad+\frac{u_4}{I_z}
\end{aligned}
$$

# Математическая модель стенда




$$\ddot{\alpha} = \frac{M_{bx} + 0.516\, S_\alpha C_\beta}{0.02}$$

$$\ddot{\beta} = \frac{M_{by} C_\alpha - M_{bz} S_\alpha + 0.516\, C_\alpha S_\beta}{0.344 + 0.028\, C_\alpha^2 + 0.018\, S_\alpha^2}$$

$$\ddot{\gamma} = \frac{M_{by} S_\alpha + M_{bz} C_\alpha}{0.43 + 0.654\, C_\beta^2 + 0.328\, S_\beta^2 + (0.028\, S_\alpha^2 + 0.02\, C_\alpha^2)\, C_\beta^2}$$

# Модель измерений, калибровка

1-й этап:

$$\vec{a}_{j,i} = K R(\vec{\phi}_j)\vec{1}_g + \vec{b}_j + \vec{v}_{j,i} \qquad (1)$$

$j$ – номер эксперимента, $i$ – время, $\vec{1}_g = \vec{g}/g$.

$$\Downarrow$$

В рамках модели (1) оценка $(\hat{K}, \hat{b}_j)$ неразличима с любой другой оценкой

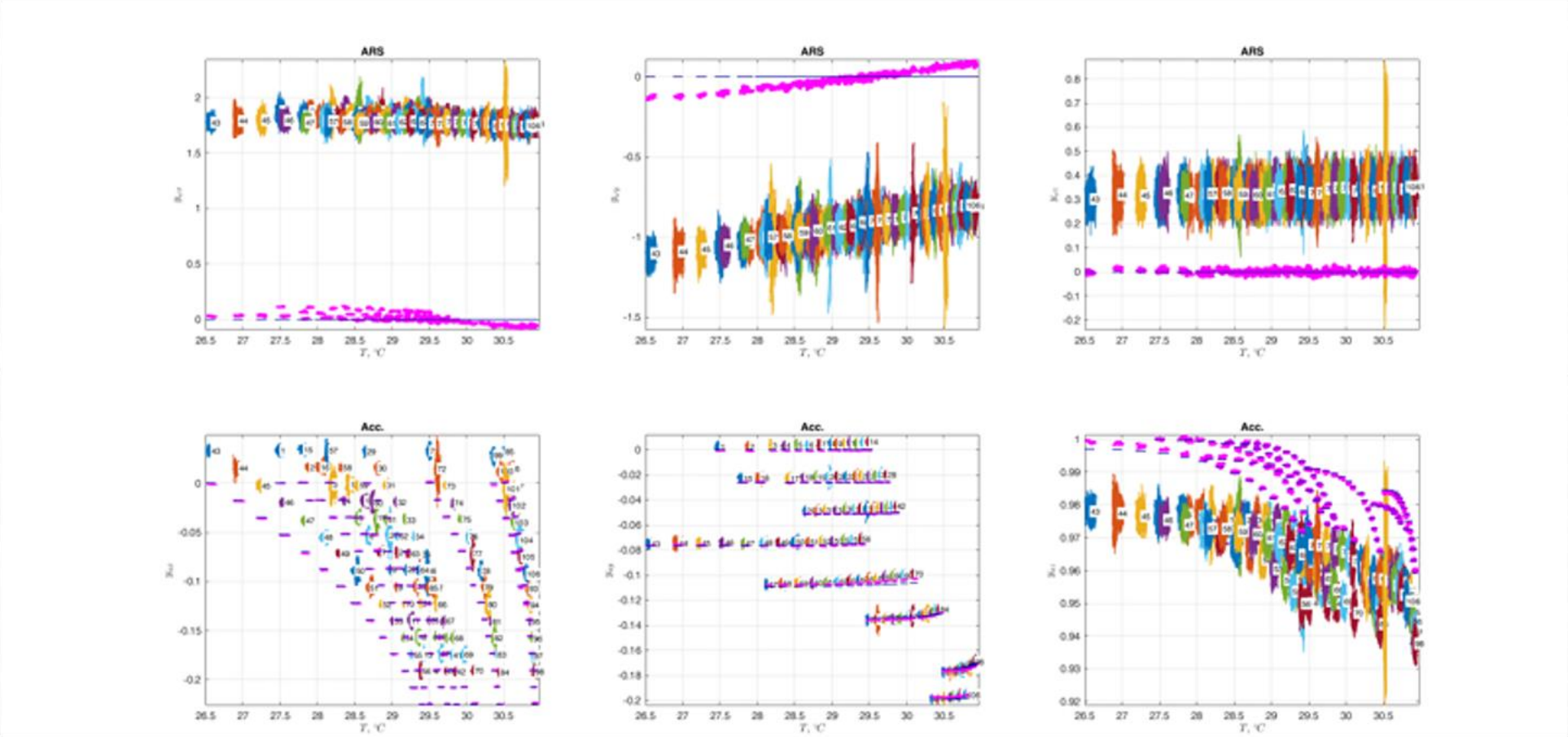
$$(\hat{K} + \Delta, \hat{\vec{b}}_j - \Delta R(\vec{\phi}_j)\vec{1}_g), \quad \Delta \in \mathbb{R}^{3\times 3}$$

# Обновленная модель измерений, калибровка

2-й этап:

$$\vec{a}_{j,i} = KR(\vec{\phi}_j)\frac{\vec{g}}{g} + \vec{b}_0 + \vec{v}_{j,i} \qquad (2)$$

$j$ – номер эксперимента, $i$ – время.

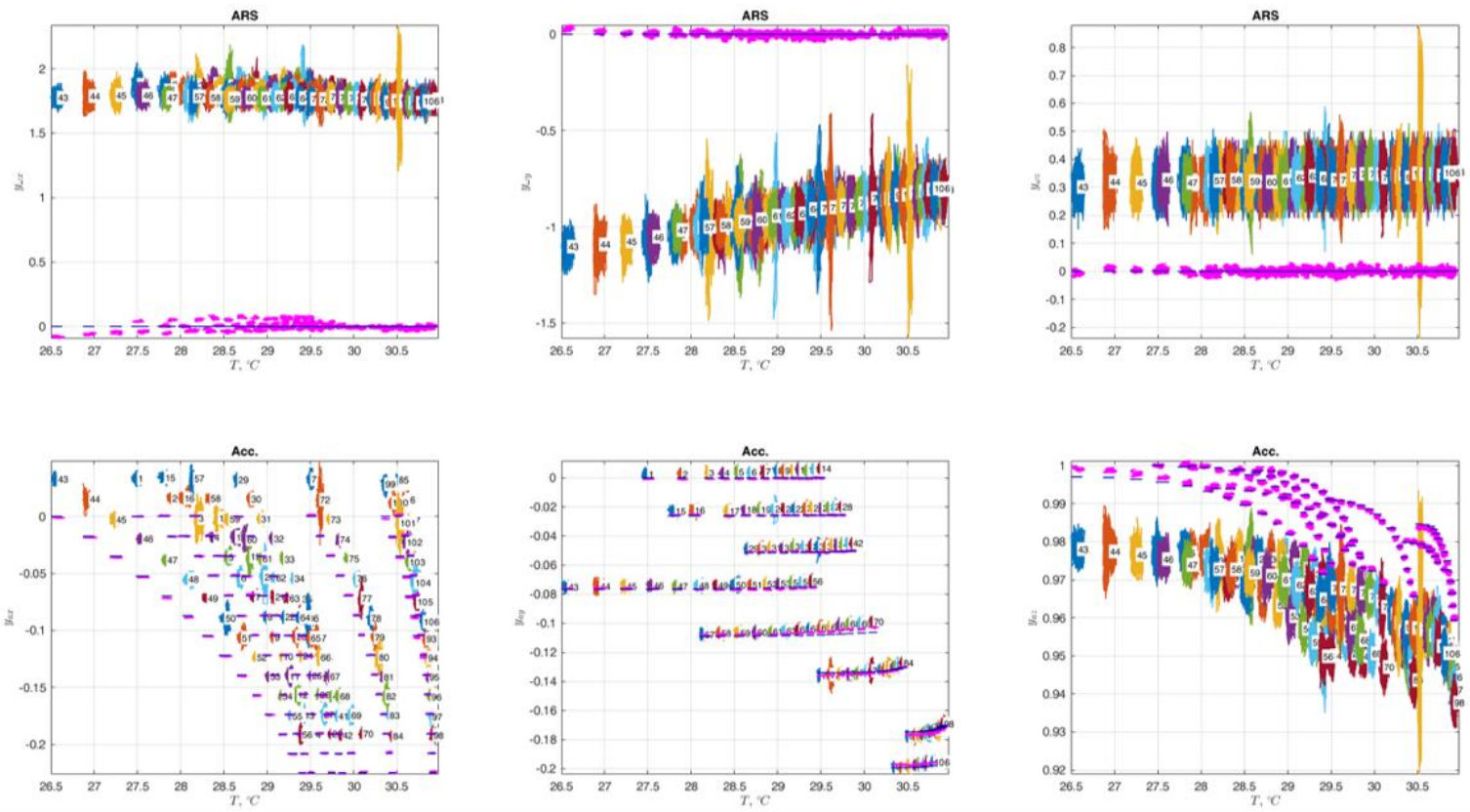


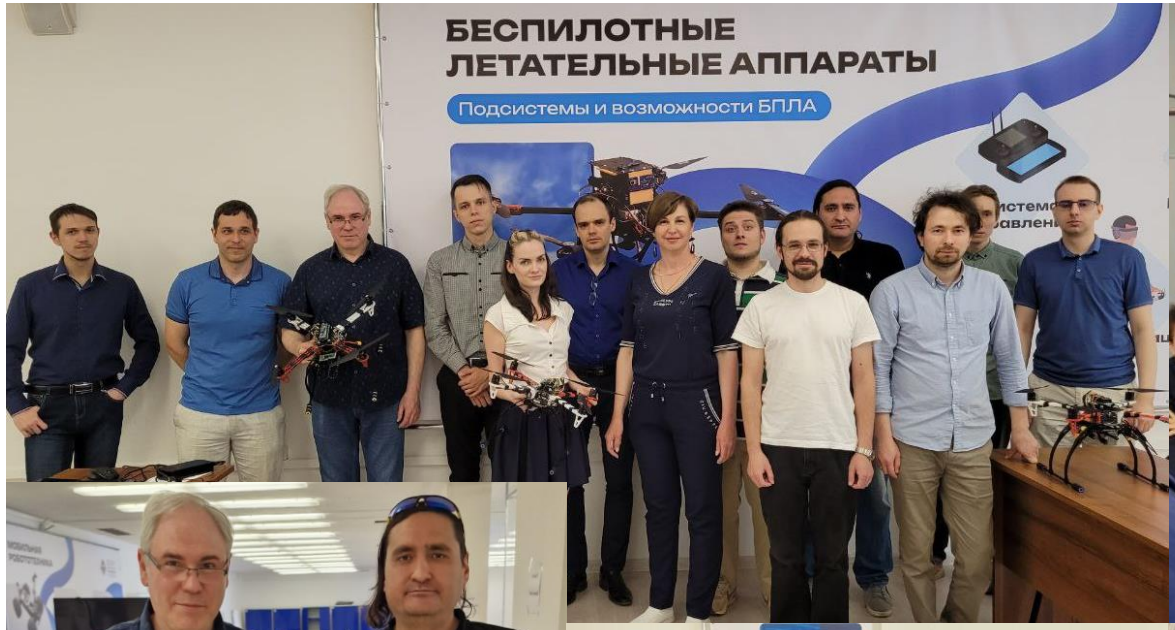
# Обновленная модель измерений, калибровка

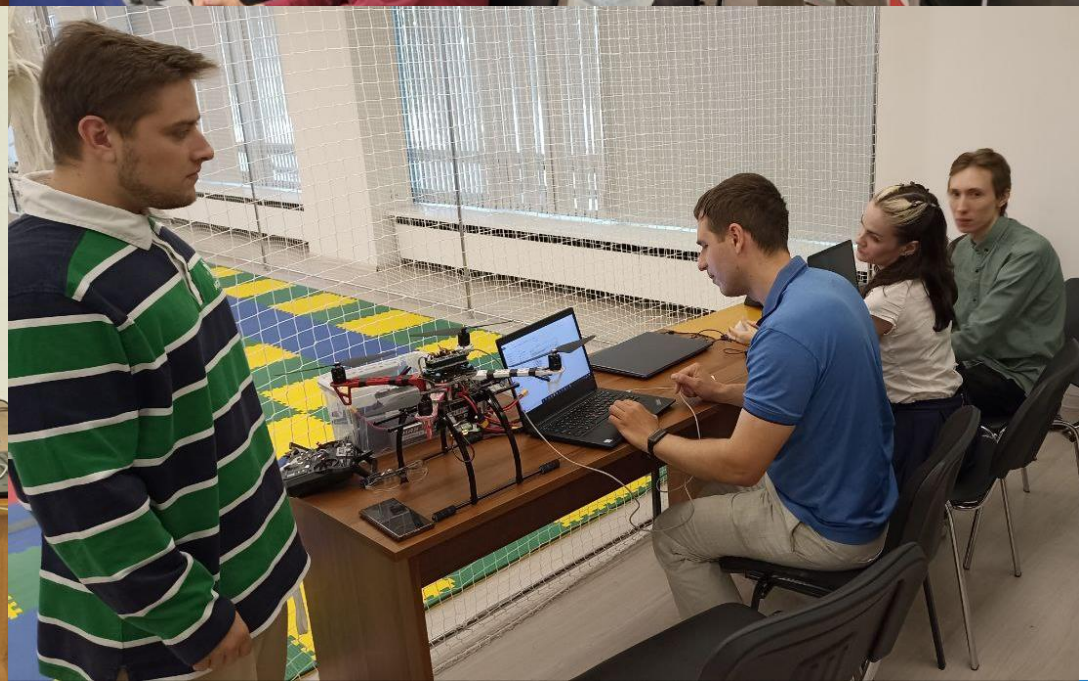
3-й этап:

$$\vec{a}_{j,i} = K R(\vec{\phi}_j)\vec{1}_g + \vec{b}_0 + \vec{b}_1(T_{j,i} - T_0) + \vec{v}_{j,i} \qquad (3)$$

$j$ – номер эксперимента, $i$ – время.




БЕСПИЛОТНЫЕ
ЛЕТАТЕЛЬНЫЕ АППАРАТЫ
Подсистемы и возможности БПЛА



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ
ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ УПРАВЛЕНИЯ
ИМ. В.А. ТРАПЕЗНИКОВА РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

# Спасибо за внимание

ipu.ru