

Федеральное государственное бюджетное
учреждение науки
Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова
Российской академии наук

На правах рукописи

Кокунько Юлия Георгиевна



**Методы и алгоритмы динамического
дифференцирования и сглаживания сигналов,
задающих траектории мобильных роботов**

Специальность 2.3.1.
Системный анализ, управление и обработка информации,
статистика (технические науки)

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание
ученой степени
кандидата технических наук

Москва – 2024

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном
учреждении науки Институте проблем управления
имени В.А. Трапезникова Российской академии наук (ИПУ РАН)

Научный руководитель:

Краснова Светлана Анатольевна,
доктор технических наук, профессор

Официальные оппоненты:

Гущин Павел Александрович,
доктор технических наук, старший
научный сотрудник Федерального госу-
дарственного бюджетного учреждения
науки Института проблем машиноведе-
ния Российской академии наук

Голубев Алексей Евгеньевич,
кандидат физико-математических наук,
доцент, старший научный сотрудник
Федерального государственного
бюджетного учреждения науки
Института проблем механики
им. А.Ю. Ишлинского
Российской академии наук

Ведущая организация:

Федеральное государственное учрежде-
ние «Федеральный исследовательский
центр «Информатика и управление»
Российской академии наук»

Защита состоится 16 декабря 2024 г. в 14.00 на заседании диссертацион-
ного совета 24.1.107.01 при Федеральном государственном бюджетном учре-
ждении науки Институте проблем управления им. В.А. Трапезникова Россий-
ской академии наук по адресу: 117997, Москва, Профсоюзная ул., 65, ИПУ
РАН.

С диссертацией можно ознакомиться в научно-технической библиотеке
и на сайте ИПУ РАН <https://www.ipu.ru>

Автореферат разослан «__» _____ 2024 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета 24.1.107.01,
доктор технических наук, доцент



А.И. Глущенко

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. В настоящее время беспилотные мобильные роботы востребованы в различных сферах, области их применения постоянно расширяются. Задача тракторного управления состоит в отслеживании задающих воздействий, генерируемых в режиме online или спроектированных в режиме offline. Для реализации высокоточных алгоритмов слежения нужна информация о координатах текущей путевой точки и их производных, что порождает проблему дифференцирования задающих сигналов. Эталонная траектория должна быть плавной и достижимой для робота. Если она имеет особые точки, в которых нарушаются кинодинамические ограничения, то в них следует ожидать всплески по управляющим моментам, что приводит к преждевременному износу исполнительного механизма или к аварии. При традиционном подходе для построения гладкой траектории мобильного робота на первом этапе определяется набор путевых точек желаемого маршрута. На втором этапе используют геометрические или аналитические методы для того, чтобы сгладить опорную ломаную в сочленениях и получить реализуемую траекторию. Наибольшее распространение в настоящее время получили кубические В-сплайны, задающие траекторию и ее производные в аналитическом виде. Их коэффициенты рассчитываются по координатам пяти контрольных точек, что обеспечивает гладкое изменение кривизны траектории. Но для получения гладких кривых сложной формы нужно увеличивать число контрольных точек в каждом сочленении, что приводит к увеличению времени счета алгоритма. Дополнительные проблемы возникают при необходимости плавного соединения сегментов сплайнов и соблюдения проектных ограничений на скорость и ускорение робота. Алгоритмы аналитического сглаживания опорных ломаных с множеством узлов и в комплексе решающие все указанные проблемы могут оказаться достаточно громоздкими, что затрудняет их применение на бортовых компьютерах в реальном времени, а заранее спланированные траектории становятся непригодными при изменении обстановки на маршруте. Для высокоточного, безаварийного тракторного управления механическими объектами и обеспечения маневренности при движении в динамической среде требуется разработка робастных и простых в вычислительной реализации методов для комплексного решения проблем дифференцирования и сглаживания опорных траекторий в реальном времени, что свидетельствует об актуальности темы.

Степень разработанности темы. В системах автоматического управления для дифференцирования внешних и внутренних сигналов вместо численного дифференцирования традиционно используют динамические дифференциаторы. Они построены по принципу наблюдателей состояния для канонических систем с неопределенным входом, для подавления которого применяются «силовые» корректирующие воздействия различного типа. Линейные дифференциаторы–наблюдатели с глубокими обратными связями (Khalil Н.К., Дылевский А.В. и Лозгачев Г.И., Коровин С.К. и Фомичев В.В., Уткин В.А. и др.) отлично дифференцируют гладкие сигналы. Однако при наличии особых точек, в которых производные терпят разрыв, оценочные сигналы имеют всплес-

ки, которые резко увеличиваются с ростом порядка оцениваемой производной, что сужает область их применения. Другой класс дифференциаторов – наблюдатели с ограниченными по модулю разрывными корректирующими воздействиями, функционирующие в скользящем режиме, которые не порождают всплесков и пригодны для обработки кусочно-дифференцируемых сигналов, но качество (гладкость) оценочных сигналов в установившемся режиме часто уступает линейным наблюдателям. Вместо дифференциаторов на скользящих режимах первого порядка (Уткин В.И., Уткин В.А. и Краснова С.А., Spurgeon S. и др.), дополняемых низкочастотными фильтрами, большую популярность приобрели дифференциаторы на скользящих режимах второго и более высоких порядков (Levant A., Basin M., Shtessel Yu., Edwards C., Fridman L. и др.). Они помехозащищены и демонстрируют лучшее качество оценивания по сравнению с дифференциаторами на традиционных скользящих режимах, но проблематичны в настройке, требовательны к разрядной сетке и шагу дискретизации, что является сдерживающим фактором для использования этих алгоритмов в бортовых компьютерах мобильных роботов. Наблюдатели с непрерывными и ограниченными S-образными (кусочно-непрерывными или сигмовидными) корректирующими воздействиями (Краснова С.А., Уткин А.В.) сочетают преимущества линейных дифференциаторов и наблюдателей на скользящих режимах, но свободны от их недостатков. На основе наблюдателя стандартной структуры с кусочно-линейной коррекцией, при синтезе которого реализуется каскадный принцип и метод разделения движений, целесообразна разработка дифференциатора без собственных движений, который сохранит базовые преимущества, но будет более прост в настройке.

Ключевой принцип настройки наблюдателей – обеспечить минимальную ошибку наблюдения, поэтому они не подходят для сглаживания опорных сигналов. Для комплексного решения проблем дифференцирования, сглаживания и фильтрации векторных сигналов целесообразно взять за основу концепцию следящего дифференциатора, изначально предназначенного для дифференцирования зашумленных сигналов (Han J.Q., Wang W., Hongyinping F., Shengjia L., Ibraheem I.K. и др.). В современных публикациях достаточно полно представлены методы построения следящих дифференциаторов второго порядка, которые отслеживают и фильтруют зашумленный сигнал, и восстанавливают его первую производную. Процедуры настройки следящих дифференциаторов общего вида недостаточно формализованы, проблемы ограничения производных и сглаживания полезного сигнала в рамках этой темы не изучались. Учитывая, что проектирование автономных мобильных роботов является важным современным вызовом, представляется актуальной разработка динамических (альтернативных по отношению к аналитическим) методов сглаживания опорных траекторий с выполнением кинодинамических ограничений транспортного средства. В качестве базового метода, позволяющего учитывать ограничения на переменные состояния и управления на стадии синтеза, представляется перспективным использовать блочный принцип управления с сигмовидными обратными связями (Антипов А.С., Краснова С.А., Уткин В.А.).

Объект исследования – системы траекторного управления мобильными роботами (колесными платформами и БПЛА самолетного типа).

Предмет исследования – методы и алгоритмы динамического дифференцирования и сглаживания опорных траекторий, а также синтез на их основе следящих систем с подавлением/компенсацией внешних возмущений.

Цель диссертационного исследования – разработка робастных и простых в вычислительной реализации методов и алгоритмов синтеза динамических дифференциаторов и обратных связей, обеспечивающих безаварийное траекторное управление мобильными роботами в условиях действия внешних неконтролируемых возмущений.

Данная цель определила следующие, основные **задачи работы**:

1) провести сравнительный анализ динамических дифференциаторов различного типа;

2) разработать алгоритм каскадного синтеза дифференциатора–наблюдателя без собственных движений с кусочно-линейными корректирующими воздействиями для восстановления производных детерминированных кусочно-гладких сигналов с заданной точностью за заданное время;

3) разработать метод и алгоритмы блочного синтеза следящих дифференциаторов с сигмовидными обратными связями для восстановления производных и динамического сглаживания кусочно-непрерывных сигналов с учетом заданных ограничений;

4) применить разработанные динамические дифференциаторы в системах траекторного управления беспилотными колесными платформами;

5) разработать с применением следящих дифференциаторов комплекс алгоритмов планирования движения одиночного робота на полигоне;

6) используя предложенные дифференциаторы для восстановления неизмеряемых внутренних и внешних сигналов, разработать системы управления движением центра масс беспилотного летательного аппарата, обеспечивающие подавление/компенсацию внешних возмущений.

Методы исследования: аналитическая геометрия, линейная алгебра и математический анализ; разделы теории управления: инвариантность и устойчивость; каскадный синтез, основанный на принципе разделения движений; блочный синтез следящих систем с нелинейными локальными связями.

Научная новизна полученных результатов заключается в следующем:

1) разработан алгоритм каскадного синтеза дифференциатора–наблюдателя без собственных движений с кусочно-линейными корректирующими воздействиями, отличающийся более простой настройкой (по сравнению с аналогичным наблюдателем стандартной структуры) и вычислительной реализацией (по сравнению с дифференциаторами на скользящих режимах);

2) предложен универсальный и простой в вычислительной реализации метод динамического сглаживания на основе следящих дифференциаторов, позволяющих получить в сигнальном виде плавные и реализуемые эталонные траектории и их производные требуемого порядка без выполнения аналитических расчетов в реальном времени (в отличие от сплайновой интерполяции);

3) разработан алгоритм блочного синтеза следящего дифференциатора с сигмовидными обратными связями, в отличие от существующих решений обеспечивающий выполнение заданных ограничений на переменные состояния дифференциатора, т. е. на производные сглаженной траектории;

4) для систем управления движением центра масс колесной платформы и БПЛА самолетного типа разработаны регуляторы с сигмовидными обратными связями, в отличие от существующих решений обеспечивающие подавление внешних возмущений и отслеживание заданной траектории с заданной точностью при выполнении проектных ограничений на переменные состояния и управления;

5) разработан комплекс алгоритмов для планирования движения одиночного робота на полигоне, отличающийся применением предложенных в работе следящих дифференциаторов.

Достоверность полученных научных результатов обеспечивается строгостью применяемого математического аппарата, подтверждается результатами численного моделирования и применения на практике.

Соответствие паспорту специальности. Работа соответствует специальности 2.3.1. «Системный анализ, управление и обработка информации, статистика» в части системного анализа, управления и обработки информации по следующим пунктам паспорта специальности: п. 1. Теоретические основы и методы системного анализа, оптимизации, управления, принятия решений, обработки информации и искусственного интеллекта; п. 2. Формализация и постановка задач системного анализа, оптимизации, управления, принятия решений, обработки информации и искусственного интеллекта; п. 4. Разработка методов и алгоритмов решения задач системного анализа, оптимизации, управления, принятия решений, обработки информации и искусственного интеллекта; п. 5. Разработка специального математического и алгоритмического обеспечения систем анализа, оптимизации, управления, принятия решений, обработки информации и искусственного интеллекта; п. 12. Визуализация, трансформация и анализ информации на основе компьютерных методов обработки информации.

Теоретическая и практическая значимость. Теоретическая значимость заключается в развитии методов динамического дифференцирования и формализации метода динамического сглаживания сигналов с учетом заданных ограничений, а также распространение сигмовидных обратных связей на задачи синтеза инвариантных систем слежения для колесных платформ и БПЛА.

Разработанные дифференциаторы–наблюдатели без собственных движений с кусочно-линейной коррекцией универсально применимы в системах автоматического управления для восстановления: производных задающих воздействий, поступающих из автономного источника; производных измеряемых датчиками сигналов; внешних возмущений по их воздействию на объект управления. Разработанные следящие дифференциаторы с сигмовидной коррекцией позволяют фильтровать, сглаживать и дифференцировать кусочно-непрерывные зашумленные сигналы. Они являются удобным и наглядным

инструментом для планирования движений и полигонов, для обработки опорных траекторий в режиме реального времени на бортовых компьютерах для информационного обеспечения следящих систем. Применение предлагаемого подхода, не требовательного к вычислительным ресурсам, обеспечит маневренность мобильных роботов и безаварийное траекторное управление.

Реализация результатов работы. Разработанные следящие дифференциаторы и алгоритмы управления для БПЛА в условиях ветровых возмущений программно реализованы в симуляторе 3D обстановки для моделирования фигур пилотажа и полетных заданий ООО «ПЛАЗ», а также интегрированы в виртуальный полигон ООО «УНИВЕРСАЛЬНЫЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ» для планирования траекторий и симуляции полета в различных атмосферных условиях, что подтверждается актами о внедрении.

Основные результаты и положения, выносимые на защиту:

1) алгоритм каскадного синтеза дифференциатора–наблюдателя без собственных движений с кусочно-линейной коррекцией, обеспечивающий восстановление производных любого требуемого порядка детерминированных кусочно-гладких сигналов с заданной точностью за заданное время (п. 2, п. 4);

2) метод динамического сглаживания опорных траекторий с использованием следящих дифференциаторов, позволяющий получить в сигнальном виде плавные и реализуемые эталонные траектории и их производные требуемого порядка (п. 1, п. 2);

3) алгоритм блочного синтеза следящего дифференциатора с сигмовидными обратными связями, обеспечивающий выполнение ограничений на восстанавливаемые производные при динамическом сглаживании кусочно-непрерывных сигналов (п. 4, п. 5);

4) комплекс алгоритмов планирования движения одиночного робота на полигоне, который включает: составление опорной негладкой 3D-траектории и ее сглаживание; плавный перевод объекта из произвольных начальных условий с учетом ограничений в стартовую точку маршрута; визуализацию безопасного коридора с учетом габаритов транспортного средства (п. 2, п. 12);

5) комплексные конструктивные решения по синтезу статической и динамической обратной связи с использованием дифференциаторов различных типов в системах траекторного управления центром масс беспилотных колесных платформ и БПЛА самолетного типа в условиях действия внешних возмущений, обеспечивающие заданные характеристики процесса слежения и выполнение проектных ограничений на переменные состояния и управления (п. 4, п. 5).

Апробация работы. Основные результаты докладывались и обсуждались на следующих конференциях: Всероссийское совещание по проблемам управления, ВСПУ (Москва, 2019, 2024); Всероссийская Мультиконференция по проблемам управления, МКПУ (Санкт-Петербург, 2020, 2022); Всероссийская школа-конференция молодых ученых «Управление большими системами», УБС (Тамбов, 2019; Москва, 2021; Челябинск, 2022; Воронеж, 2023; Новочеркасск, 2024); Международная конференция «Проблемы управления и модели-

рования в сложных системах», ПУМСС (Самара, 2019); Международная конференция «Устойчивость и колебания нелинейных систем управления» (Москва, 2020, 2022); Международная конференция «Управление развитием крупномасштабных систем», MLSD (Москва, 2019, 2020, 2021, 2022, 2023, 2024); Международная научно-техническая конференция «Автоматизация», RusAutoCon (Сочи, 2021); International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing, ICIEAM (Sochi, 2021); IFAC TECIS (Moscow, 2021); International Conference on Industrial Engineering, ICIE (Sochi, 2022).

Связь с планами научных исследований. Работа проводилась в рамках плановых фундаментальных научных исследований ИПУ РАН, поддержана грантом РФФИ 20-01-00363 А.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 32 статьи, из них 17 – в рецензируемых журналах (в том числе: 5 – в журналах К1 Перечня ВАК по специальности 2.3.1 (технические науки); 6 – в журналах WoS Q1, Q2); 10 – в сборниках, индексируемых Scopus; 5 – в сборниках трудов конференций. Получено Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы (152 наименования) и трех приложений, подтверждающих внедрение полученных результатов. Работа изложена на 185 страницах, содержит 55 иллюстраций, 12 таблиц.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы, представлены: краткий обзор современного состояния исследований; цель и задачи работы, ее научная новизна и практическая значимость, структура и краткое содержание глав.

В первой главе приведен краткий обзор современных методов динамического дифференцирования незашумленных/зашумленных сигналов. Рассмотрены аспекты реализуемости и методы построения эталонных траекторий мобильных роботов. Сформулированы гипотезы и содержательные постановки задач диссертационного исследования с обоснованием методов их решения.

Во второй главе разработаны метод и алгоритм синтеза динамического дифференциатора с кусочно-линейными корректирующими воздействиями. **В разделе 2.1** в качестве задающих воздействий объекта управления рассматриваются детерминированные скалярные сигналы $g_1(t)$ – кусочно-дифференцируемые функции времени с ограниченными производными

$$\left| g_1^{(i)}(t) \right| \leq G_{i+1}, i = \overline{1, n+1}, t \geq 0, \quad (1)$$

где G_{i+1} – известные положительные константы, не превышающие проектные ограничения конкретного объекта управления. Ставится задача восстановления с заданной точностью производных задающего сигнала до n -го порядка включительно с помощью динамического дифференциатора–наблюдателя без собственных движений. В качестве основы для его построения вводится виртуальная динамическая модель с неизвестным входом

$$\dot{g}_i = g_{i+1}, i = \overline{1, n+1}, \quad (2)$$

где выход – измеряемый сигнал $g_1(t)$; переменные состояния – его производные $g_1^{(i)}(t) = g_{i+1}$; входной сигнал $g_1^{(n+1)}(t) = g_{n+2}(t)$ – $(n+1)$ -я производная трактуется как внешнее ограниченное возмущение. В силу канонической структуры система (2) является наблюдаемой относительно выхода.

В разделе 2.2 для системы (2) вводится дифференциатор–наблюдатель

$$\dot{z}_i = v_i, \quad i = \overline{1, n+1}, \quad (3)$$

где $z_i \in R$ – переменные состояния, $v_i \in R$ – корректирующие воздействия дифференциатора. С учетом (2), (3) получена система относительно ошибок наблюдения $\varepsilon_i = g_i - z_i \in R$, $i = \overline{1, n+1}$ вида

$$\dot{\varepsilon}_i = g_{i+1} - v_i, \quad i = \overline{1, n+1} \quad (4)$$

и введены следующие кусочно-линейные корректирующие воздействия:

$$v_1 = p_1 \text{sat}(l_1 \varepsilon_1) = \begin{cases} p_1 \text{sign} \varepsilon_1, & |\varepsilon_1| > 1/l_1, \\ p_1 l_1 \varepsilon_1, & |\varepsilon_1| \leq 1/l_1; \end{cases} \quad p_i, l_i = \text{const} > 0; \quad (5)$$

$$v_i = p_i \text{sat}(l_i (v_{i-1} - z_i)) = \begin{cases} p_i \text{sign}(v_{i-1} - z_i), & |v_{i-1} - z_i| > 1/l_i, \\ p_i l_i (v_{i-1} - z_i), & |v_{i-1} - z_i| \leq 1/l_i, \end{cases} \quad i = \overline{2, n+1}.$$

На основе достаточных условий устойчивости получены первичные нижние оценки для выбора коэффициентов кусочно-линейной коррекции (5), обеспечивающих сходимость ошибок наблюдения в заданные окрестности нуля без учета времени сходимости и ошибок уравнений статики:

$$\varepsilon_i \dot{\varepsilon}_i = \varepsilon_i (g_{i+1} - p_i \text{sign} \varepsilon_i) \leq |\varepsilon_i| (G_{i+1} - p_i) < 0 \Rightarrow p_i > G_{i+1}, \quad (6)$$

$$|\varepsilon_i| = |g_i(t) - z_i(t)| \leq 1/l_i < \delta \Rightarrow l_i > 1/\delta, \quad i = \overline{1, n+1}.$$

Для простоты изложения в данной главе областям сходимости разных ошибок наблюдения даны одинаковые числовые значения $\delta > 0$, но в соответствующих единицах измерения по умолчанию.

Теорема 2.1. Если в системе (4)–(5) условия (1) выполняются, то тогда для любых конечных начальных условий $\varepsilon_i(0), i = \overline{1, n+1}$ и сколь угодно малых δ , $T > 0$ найдутся такие положительные действительные числа p_i^*, l_i^* , что $\forall p_i, l_i: p_i > p_i^*, l_i > l_i^*, i = \overline{1, n+1}$ справедливы неравенства

$$|\varepsilon_i(t)| = |g_i(t) - z_i(t)| \leq \delta, \quad i = \overline{1, n+1}, t \geq T. \quad (7)$$

В ходе конструктивного доказательства, основанного на методе разделения движений, получены следующие нижние оценки для выбора коэффициентов дифференциатора, обеспечивающие восстановление производных с заданной точностью за заданное время

$$p_1^* = G_2, \quad p_i^* = \frac{2G_i + G_{i+1} 3(2^{i-1} - 1)\Delta t}{(3 \cdot 2^{i-2} - 1)\Delta t} = \frac{2G_i / \Delta t + G_{i+1} 3(2^{i-1} - 1)}{(3 \cdot 2^{i-2} - 1)}, \quad i = \overline{2, n+1}; \quad (8)$$

$$\begin{aligned}
l_{n+1}^* &= \frac{2G_{n+2}}{p_{n+1}\delta}, l_n^* = \frac{1}{p_n} \max \left\{ \frac{2G_{n+1}}{\delta}; \frac{8G_{n+2}}{\delta}; \frac{1}{\Delta t} \ln \frac{8(G_{n+1} + p_n)}{\delta} \right\}, \\
l_{n-1}^* &= \frac{1}{p_{n-1}} \max \left\{ \frac{2G_n}{\delta}; \frac{8G_{n+1}}{\delta}; \frac{16G_{n+2}}{\delta}; \frac{1}{\Delta t} \ln \frac{8(G_n + p_{n-1})}{\delta}; \frac{1}{\Delta t} \ln \frac{16(G_{n+1} + p_{n-1})}{\delta} \right\}, \dots, \\
l_1^* &= \frac{1}{p_1} \max \left\{ \frac{G_2}{\delta}; \frac{2^2 G_3}{\delta}; \frac{2^3 G_4}{\delta}; \dots; \frac{2^{n+1} G_{n+2}}{\delta}; \right. \\
&\quad \left. \frac{1}{\Delta t} \ln \frac{2^2 (G_2 + p_1)}{\delta}; \frac{1}{\Delta t} \ln \frac{2^3 (G_3 + p_1)}{\delta}; \dots; \frac{1}{\Delta t} \ln \frac{2^{n+1} (G_{n+1} + p_1)}{\delta} \right\}; 0 < \Delta t \leq \frac{T}{3(2^n - 1)}.
\end{aligned}$$

Полученные результаты (6), (8) без ограничения общности распространяются на случай многоканальных систем с многими входами и выходами. Для дифференцирования n раз векторного сигнала $g_1 = (g_{11}, g_{12}, \dots, g_{1m})^T$ нужно составить блочный дифференциатор (3), (5) размерности $(n+1) \times m$. В дифференциаторе–наблюдателе (3), (5) амплитуды корректирующих воздействий выбираются независимо друг от друга (6), (8), что упрощает настройку в отличие от наблюдателя с кусочно-линейной коррекцией стандартной структуры

$$\dot{z}_i = z_{i+1} + v_i, i = \overline{1, n+1}, v_1 = p_1 \text{sat}(l_1 \varepsilon_1), v_i = p_i \text{sat}(l_i v_{i-1}). \quad (9)$$

В разделе 2.3 приведены результаты численного моделирования и сравнительного анализа дифференциаторов различных типов. Показано, что при дифференцировании кусочно-гладких сигналов наблюдатели с кусочно-линейной коррекцией (3), (5) и (9) демонстрируют одинаковые показатели качества в отличие от линейных наблюдателей с глубокими обратными связями, у которых в особых точках имеют место всплески оценочных сигналов, сильно возрастающие с ростом порядка оцениваемой производной.

В третьей главе разработаны метод и алгоритмы синтеза динамических следящих дифференциаторов с сигмовидными корректирующими воздействиями, обеспечивающих сглаживание и дифференцирование детерминированных сигналов с автоматическим учетом заданных ограничений на производные любого конечного порядка. Методической основой является блочный синтез следящих систем с сигмовидными локальными связями, предназначенный для объектов с несогласованными возмущениями.

В разделе 3.1 описываются свойства S-образной сигма-функции $\sigma(x) = \tanh(x/2)$, снабженной двумя настраиваемыми коэффициентами $p, l = \text{const} > 0$:

$$p\sigma(lx) = p \frac{1 - \exp(-lx)}{1 + \exp(-lx)}, p\sigma'(lx) = 0,5pl(1 - \sigma^2(lx)), 0 < p\sigma'(lx) \leq 0,5pl, \quad (10)$$

$$0,8p \leq p|\sigma(lx)| < p, |x| > 2,2/l; 0,8p|x|/2,2 \leq p|\sigma(lx)| \leq 0,8p, |x| \leq 2,2/l,$$

где $\sigma(\pm 2,2) \approx \pm 0,8$ – точки разделения сигма-функции на участки, где она почти постоянна или почти линейна по аналогии с sat (5): $p|\sigma(lx)| \geq 0,8p|\text{sat}(lx)|$.

Лемма 3.1. Пусть в замкнутой системе с сигмовидной обратной связью

$$\dot{x} = f(t) + u, u = -p\sigma(lx), p, l = \text{const} > 0, \quad (11)$$

где $|f(t)| \leq F = \text{const} > 0, t \geq 0$, интервал выбора амплитуды $p > 0$ ограничен сверху: $p \leq \bar{p}$. Тогда при любом начальном значении $x(0)$ решение системы $x(t), t \geq 0$ будет ограничено тогда и только тогда, когда $F < \bar{p}$.

Далее к системам типа (11) с учетом (10) предъявляется требование: $F < 0,8\bar{p} \Leftrightarrow 1,25F < \bar{p}$. Если коэффициенты управления удовлетворяют

$$1,25F < p \leq \bar{p}, l \geq 2,2/\Delta, \quad (12)$$

то при $|x(0)| > \Delta$ с помощью ограниченного управления $|u| < p$ за конечное время $(|x(0)| - \Delta)/(0,8p + F) \leq t^* \leq (|x(0)| - \Delta)/(0,8p - F)$ обеспечивается стабилизация системы (11) со следующей точностью: $|x| \leq \frac{2,2}{l} \frac{F}{0,8p} < \frac{2,2}{l} \leq \Delta$.

В разделе 3.2 разработаны метод и алгоритмы настройки одноканального следящего дифференциатора, которые без ограничения общности распространяются на векторный случай. Пусть для управляемого объекта с одним входом и одним выходом $y(t) \in Y \subset R$ имеются физические (проектные) ограничения на развиваемую скорость, ускорение, а также старшие производные в общем случае до n -го порядка: $|y^{(i)}| \leq Y_i = \text{const} > 0, i = \overline{1, n}$. Нужно обеспечить отслеживание выходной переменной $y(t)$ заданного сигнала (траектории) $g_1(t) \in Y$. Траектория является допустимой для механического объекта, если она достаточно гладкая, ее кривизна непрерывна, а абсолютные значения производных задающего воздействия не превышают проектные ограничения робота:

$$g_1(t) \in C^3, \quad |g_1^{(i)}(t)| \leq G_i < Y_i, i = \overline{1, n}, t \in [0; T], \quad (13)$$

где $t \in [0; T]$ – время выполнения рабочего сценария. Пусть задающий сигнал $g_1(t) \in Y \subset R$, поступающий в систему управления в реальном времени из автономного источника, частично удовлетворяет (13): функция $g_1(t)$ является кусочно-непрерывной с конечным числом особых точек (стыков или разрывов первого рода), в которых существуют односторонние производные

$$|\dot{g}_1(t)| \leq G_1 < 0,8Y_1, t \in [0; T]. \quad (14)$$

Ставится задача сгладить в реальном времени задающее воздействие, т. е. сгенерировать на его основе плавный, допустимый сигнал (13), а также восстановить в сигнальном виде его производные до n -го порядка включительно. Для решения поставленной задачи вводится следящий дифференциатор

$$\dot{x}_i = x_{i+1}, i = \overline{1, n}; \dot{x}_{n+1} = w, \quad (15)$$

где $x_1(t)$ – выходная переменная, $x_i(t)$ – ее $(i-1)$ -я производная, $i = \overline{2, n+1}$, $w \in R$ – корректирующее воздействие, которое выбирается в классе гладких

ограниченных функций так, чтобы обеспечить отслеживание выходной переменной дифференциатора внешнего негладкого сигнала $g_i(t)$ с некоторой точностью (в отличие от обычной следящей системы задача достижения заданной точности не ставится) и выполнение ограничений

$$\left| \dot{x}_1^{(i)}(t) \right| \leq \overline{Y_i} = \text{const} > 0, t \in [0; T], i = \overline{1, \rho}. \quad (16)$$

При $\rho = n$ вводятся ограничения только на переменные состояния системы (15), при $\rho = n+1$ – и на корректирующее воздействие $|w(t)| \leq \overline{Y_{n+1}}$, а при $\rho = n+2$ – и на его производную $|dw(t)/dt| \leq \overline{Y_{n+2}}$.

Для синтеза следящего дифференциатора с указанными свойствами применен блочный принцип управления с сигмовидной коррекцией. Система (15) записывается относительно ошибки слежения $e_1 = x_1 - g_1 \in R$, вводятся следующие сигмовидные локальные связи и корректирующее воздействие:

$$e_i = x_i + p_{i-1}\sigma(l_{i-1}e_{i-1}), i = \overline{2, n+1}; w = -p_{n+1}\sigma(l_{n+1}e_{n+1}), p_i, l_i = \text{const} > 0. \quad (17)$$

Относительно новых переменных (17) получена замкнутая система вида

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= -p_1\sigma(l_1e_1) + e_2 - \dot{g}_1, \dot{e}_i = -p_i\sigma(l_ie_i) + e_{i+1} + \Lambda_{i-1}, i = \overline{2, n}, \\ \dot{e}_{n+1} &= -p_{n+1}\sigma(l_{n+1}e_{n+1}) + \Lambda_n, \end{aligned} \quad (18)$$

где $\dot{g}_1(t)$ и $\Lambda_i(t) = \frac{d}{dt}(p_i\sigma(l_ie_i)) = 0,5p_il_i(1-\sigma^2(l_ie_i))\dot{e}_i$, $|\Lambda_i| \leq 0,5p_il_i|\dot{e}_i|$, $i = \overline{1, n}$ рассматриваются как ограниченные возмущения. В системе (15) и, следовательно, в (18) устанавливаются следующие начальные значения:

$$x_i(t) = g_i(t), x_i(0) = 0, i = \overline{2, n+1} \Rightarrow e_i(0) = 0, i = \overline{1, n+1}. \quad (19)$$

Теорема 3.1. В системе (18) при выполнении условий (14), (19) существуют такие положительные действительные числа $\underline{p}_i$, что для любых $p_i : \underline{p}_1 < p_1$, $\underline{p}_i(p_{i-1}) < p_i, i = \overline{2, n+1}$ при $t \geq 0$ справедливы неравенства

$$|e_1(t)| = |x_1(t) - g_1(t)| \leq 2,2/l_1, |e_i(t)| = |x_i(t) + p_{i-1}\sigma(l_{i-1}e_{i-1}(t))| \leq 2,2/l_i, i = \overline{2, n+1}. \quad (20)$$

С учетом (13) получена система двойных неравенств

$$\begin{cases} 2,75/l_2 + 1,25G_1 < p_1 \leq \overline{Y_1} - 2,2/l_2, \\ 2,75/l_{i+1} + 1,25p_i^2l_{i-1} < p_i \leq \overline{Y_i} - 2,2/l_{i+1}, i = \overline{2, n}, \\ 1,25p_n^2l_n < p_{n+1} \leq \overline{Y_{n+1}}, \\ p_{n+1}^2l_{n+1} \leq \overline{Y_{n+2}}, \end{cases} \quad (21)$$

которая полагается совместной. На ее основе предложена итерационная процедура настройки коэффициентов, обеспечивающих выполнение и (16), и (20).

Следящий дифференциатор (15), (17) реализуется в виде

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= x_{i+1}, i = \overline{1, n}; \dot{x}_{n+1} = -p_{n+1}\sigma(l_{n+1}e_{n+1}) = \\ &= -p_{n+1}\sigma(l_{n+1}(x_{n+1} + p_n\sigma(l_n(x_n + p_{n-1}\sigma(l_{n-1}(\dots(x_2 + p_1\sigma(l_1(x_1 - g_1)))))))))) \end{aligned} \quad (22)$$

и порождает гладкие ограниченные сигналы, которые используются в регуля-

торе объекта управления в качестве эталонных (достижимых) задающих воздействий и их производных. Точность отслеживания переменной дифференциатора $x_1(t)$ внешнего сигнала $g_1(t)$ зависит от принятых коэффициентов усиления (20) и является мерой его сглаживания.

В разделе 3.3 рассматриваются основные факторы, влияющие на выбор размерности следящего дифференциатора: 1) используемые методы синтеза управления в следящей системе мобильного робота; 2) учитываемый динамический порядок модели объекта управления; 3) зашумленность/незашумленность обрабатываемого сигнала $g_1(t)$. Отмечены следующие универсальные свойства следящего дифференциатора (22): 1) он применим для сглаживания траекторий любых технических объектов, учитываемая модель которых является дифференциально плоской и представима в каноническом виде; 2) коэффициенты дифференциатора устанавливаются однократно на подготовительной стадии на основе неравенств (21) с учетом ограничений (13) и не требуют перенастройки при изменении $g_1(t)$ в допустимых пределах (14); 3) он может воспроизводить сигналы производных $g_1(t)$ любого требуемого порядка путем варьирования количества блоков; 4) может автоматически порождать сглаженные траектории с установленными ограничениями в фазовых пространствах различной размерности путем изменения размерности блоков.

Конкретизированы процедуры настройки одноблочного и трехблочного следящих дифференциаторов. Показано, что одноблочный дифференциатор

$$\dot{x}_1 = -p_1 \sigma(l_1(x_1 - g_1)), 1,25G_1 < p_1 \leq Y_1, p_1^2 l_1 \leq Y_2$$

при $g_1(t) \in C^0$ (14) порождает эталонную траекторию $x_1(t) \in C^1$ с ограниченной скоростью и ускорением, и, при необходимости, сигнал ее производной.

В разделе 3.4 представлены результаты численного моделирования и анализа разработанных алгоритмов. Показаны результаты сглаживания и фильтрации опорной траектории с учетом разных наборов проектных ограничений.

В четвертой главе представлены комплексные решения по синтезу статической и динамической обратной связи с использованием различных дифференциаторов в системах траекторного управления беспилотными колесными платформами. **В разделе 4.1** решена задача путевой стабилизации в условиях полных измерений, но при действии внешних неконтролируемых возмущений. За основу для построений принята модель движения базовой точки трехколесной платформы в неподвижной системе декартовых координат:

$$\dot{X}_C = v \cos \theta, \dot{Y}_C = v \sin \theta, \dot{\theta} = vtg \phi / l, \dot{\phi} = \eta(t) + u, \quad (23)$$

где $X_C(t), Y_C(t)$ – координаты базовой точки C , которая расположена в середине задней оси платформы (см. рис. 1); θ – угол между осью Ox и центральной линией платформы, которая совпадает с направлением вектора скорости; ϕ – угол поворота переднего колеса; $l = \text{const} > 0$ – расстояние между передним и задними колесами; u – скалярное непрерывное управление (угловая скорость переднего колеса); $v(t) > 0$ – линейная скорость базовой точки плат-

формы, которая регулируется по независимому контуру; $\eta(t)$ – неизвестная функция времени, которая трактуется как внешнее возмущение, ограниченное известной константой:

$$|\eta(t)| \leq \bar{\eta} = \text{const} > 0, t \geq 0.$$

Ставится задача синтеза закона управления в форме статической обратной связи, обеспечивающего вывод базовой точки на целевую (допустимую) траекторию и ее движение вдоль заданной кривой, на основе представления системы (23) относительно путевых координат

$$\dot{d} = v \sin \psi, \dot{\psi} = \frac{v \tan \phi}{l} - \frac{v \kappa \cos \psi}{1 - \kappa d}, \dot{\phi} = \eta + u, \dot{s} = \frac{v \cos \psi}{1 - \kappa d}, \quad (24)$$

где d – расстояние от базовой точки C до заданной траектории; ψ – угол между центральной линией платформы и касательным вектором к заданной кривой в целевой точке, ближайшей к базовой точке платформы; ϕ – угол поворота переднего колеса; s – значение натурального параметра (длины дуги) для точки заданной кривой, ближайшей к роботу, которую называют целевой точкой C_s , κ – кривизна заданной траектории в целевой точке. На путевые переменные и управление накладываются ограничения

$$|\psi(t)| < \pi/2, |\tan \psi| \leq \bar{\psi}, |\phi(t)| < \pi/2, |\tan \phi| \leq \bar{\phi}, |u(t)| \leq \bar{u}, t \geq 0, \quad (25)$$

которые надо выполнить в процессе управления, $\bar{\psi} < \bar{\phi}$, $\bar{\eta} < \bar{u}$. В рамках блочного подхода получен закон управления и неравенства для его настройки

$$u = -m_3 \sigma[k_3(t \phi + m_2 \sigma(k_2(v \sin \psi + k_1 d)))], \quad (26)$$

$$1,25 \left(\frac{lk}{|1 - \kappa d|} + \frac{lk_1 \bar{\psi}}{v} + 2,2/k_3 \right) < m_2 \leq \bar{\phi}, 1,25(\bar{\eta} + m_2^2 k_2 v^2 / l) < m_3 \leq \bar{u},$$

при которых в замкнутой системе (24), (26) обеспечивается выполнение ограничений (25) и стабилизация путевых переменных с указанной точностью:

$$|d(t)| \leq 2,2/k_1 k_2, |\psi(t)| \leq 2,2/k_2.$$

На рис. 2 показан процесс сходимости базовой точки платформы к заданной траектории $X_s(s) = 3 \sin(s/3)$, $Y_s(s) = 3 \cos(s/3)$ при $\eta = 0,2 \sin(t)$.

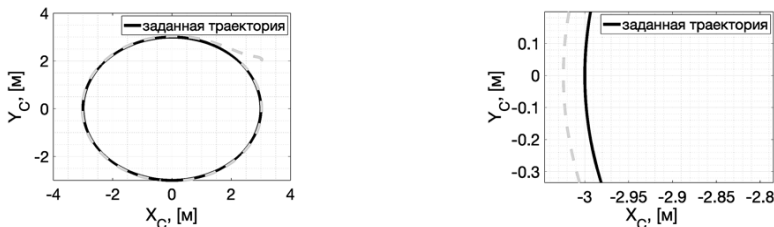


Рис. 2. Процесс сходимости базовой точки колесной платформы к заданной траектории

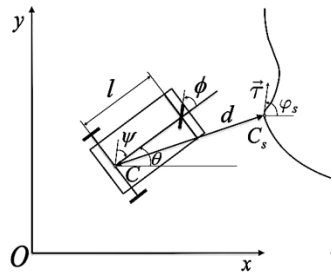


Рис. 1. Положение колесной платформы относительно заданной траектории

При следующих коэффициентах регулятора $m_2 = 27$, $m_3 = 100$, $k_1 = k_2 = k_3 = 1$ точность стабилизации составила 2,5 см, что допустимо для габаритных колесных роботов.

В разделе 4.2 следящие дифференциаторы применяются в алгоритмах планирования движения одиночного робота на полигоне. Первый – простой в вычислительной реализации алгоритм составления опорной негладкой 3D-траектории по заданному набору путевых точек на плоскости с учетом времени прохождения маршрута $(x_i, y_i, t_i), i = \overline{1, m}$, $t_i < t_{i+1}, t_1 = 0; t_m = T$. После коррекции этого набора с учетом ограничений на угол разворота, скорость движения и исключения запрещенных маневров строятся опорные негладкие траектории $(g_{11}(t), g_{12}(t))$ для центра масс колесной платформы $(x(t); y(t))$:

$$\begin{cases} g_{11}(t) = ((x_{i+1} - x_i)t + x_i t_{i+1} - x_{i+1} t_i) / (t_{i+1} - t_i), \\ g_{12}(t) = ((y_{i+1} - y_i)t + y_i t_{i+1} - y_{i+1} t_i) / (t_{i+1} - t_i), t \in [t_i; t_{i+1}), i = \overline{1, m-1}, \end{cases} \quad (27)$$

которые сглаживаются с помощью следящего дифференциатора с двумерными блоками с учетом динамических ограничений.

В качестве примера рассмотрена колесная платформа с проектными ограничениями по максимальной скорости $Y_1 = 2,5$ м/с, ускорению $Y_2 = 7,5$ м/с² и рывку $Y_3 = 45$ м/с³. В табл. 1 представлены координаты опорных 3D точек.

Таблица 1 – Координаты опорных 3D-точек

i	x_i , м	y_i , м	t_i , с	i	x_i , м	y_i , м	t_i , с	i	x_i , м	y_i , м	t_i , с
1	1	1	0	9	5	8	9	17	12	4	19
2	1	3	1	10	6	7,5	10	18	12	1	20,5
3	2	4	2	11	7	7,5	11	19	8,5	1	23
4	1	5	3	12	8	8	12	20	6,5	5	25
5	2	6	4	13	9	9	13	21	4,5	1	27
6	1	7	5	14	12	9	14,5	22	1	1	29
7	1	9	6	15	12	6	16				
8	4	9	8	16	10	5	17,5				

Для сглаживания соответствующей опорной ломаной (27) и восстановления ее первых трех производных применен трехблочный следящий дифференциатор

$$\dot{x}_1 = x_2, \dot{x}_2 = x_3, \dot{x}_3 = -p_3 \sigma(l_3(x_3 + p_2 \sigma(l_2(x_2 + p_1 \sigma(l_1(x_1 - g_1)))))), \quad (28)$$

где $x_{1,2,3} \in R^2$, $p_1 = 2,3$, $p_2 = 7$, $p_3 = 40$; $l_1 = 2,6$, $l_2 = 2,4$, $l_3 = 1$, $x_1(0) = (1; 1)$, $x_2(0) = (0; 0)$, $x_3(0) = (0; 0)$. На рис. 3 показана опорная негладкая траектория $g_1(t) = (g_{11}(t), g_{12}(t))$ (27), заданная табл. 1, и результат ее сглаживания $x_1(t) = (x_{11}(t), x_{12}(t))$ (28). На рис. 4–6 показаны графики переменных дифференциатора, восстанавливающих покомпонентно скорость $x_2(t) = (x_{21}(t), x_{22}(t))^T$, ускорение $x_3(t) = (x_{31}(t), x_{32}(t))^T$ и рывок $\dot{x}_3(t) = (\dot{x}_{31}(t), \dot{x}_{32}(t))^T$ с выполнением заданных ограничений.

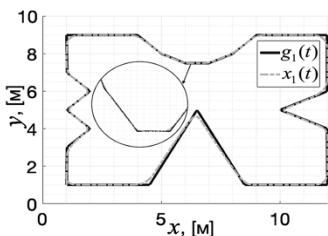


Рис. 3. Графики $g_1(t)$ и $x_1(t)$

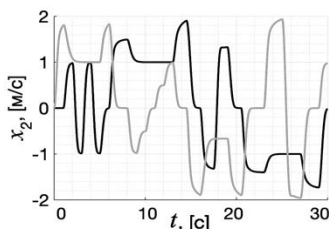


Рис. 4. Графики скоростей

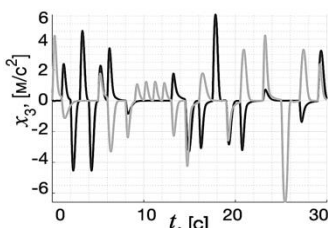


Рис. 5. Графики ускорений

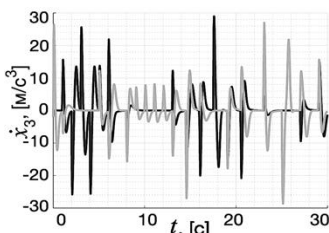


Рис. 6. Графики рывков

Принципиальным моментом при синтезе следящего дифференциатора является установка начальных значений в виде (19). В общем случае возникает проблема достижения заданной траектории. Если специально не контролировать этот процесс, то в переходном режиме возможно перерегулирование, всплески управляющих воздействий и попадание на маршрут с запаздыванием. Во втором алгоритме формализован процесс плавного въезда на маршрут в начальной точке (x_1, y_1) за время $|t_0|$: если движение планируется заранее, то опорный набор дополняется еще одной точкой (x_0, y_0, t_0) , $t_0 < 0$, координаты которой совпадают с начальными координатами центра масс робота.

Третий алгоритм разработан для визуализации габаритного следа колесной платформы. Выход следящего дифференциатора используется для вычисления координат угловых точек симметричной колесной платформы. Принципиальное упрощение: направление движения платформы не учитывается, поэтому при смене направления угловые точки правого борта изображают путь точек левого борта и наоборот. Эти кривые, изображенные на одном графике, дадут непрерывный габаритный след колесной платформы. На рис. 7 на основе данных табл. 1 представлены результаты моделирования алгоритма 3 для колесного робота «SRX 1»: 765×1370 мм (ширина $\times$ длина) и алгоритма 2 с плавным въездом на маршрут в стартовой точке.

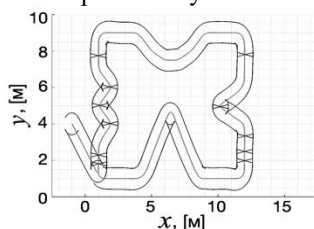


Рис. 7. Габаритная траектория

Комплекс разработанных алгоритмов является удобным инструментом для планирования движения мобильного робота и проектирования полигонов.

В разделе 4.3 показано, что в системах со следящим дифференциатором, порождающим реализуемую траекторию, при учете начального положения

объекта (алгоритм 2) использование линейных регуляторов не будет приводить к всплескам в замкнутой системе в переходном режиме. На основе двухканальной модели колесной платформы, приведенной к каноническому виду $\dot{y}_1 = y_2, \dot{y}_2 = y_3, \dot{y}_3 = u \Leftrightarrow \ddot{y}_{11} = u_1, \ddot{y}_{12} = u_2$, где $y_{11} := x, y_{12} := y$ – координаты центра масс, сформировано комбинированное управление с линейной частью

$$u_j = -c_{1j}(y_{1j} - x_{1j}) - c_{2j}(y_{2j} - x_{2j}) - c_{3j}(y_{3j} - x_{3j}) + \dot{x}_{3j}, \quad j = 1, 2, \quad (29)$$

где $c_{1j} = 60, c_{2j} = 47, c_{3j} = 12$. На рис. 8–9 показаны результаты моделирования замкнутой системы со следящим дифференциатором (28), сглаживающим опорную ломаную, построенную по точкам из табл. 1. Ввод дополнительной точки $x_0 = -1, y_0 = 4, t_0 = -1,5$ обеспечил совпадение начальных значений выхода следящего дифференциатора, центра масс робота и пролонгированной опорной ломаной: $x_{11}(0) = y_{11}(0) = x_0 = -1, x_{12}(0) = y_{12}(0) = y_0 = 4$.

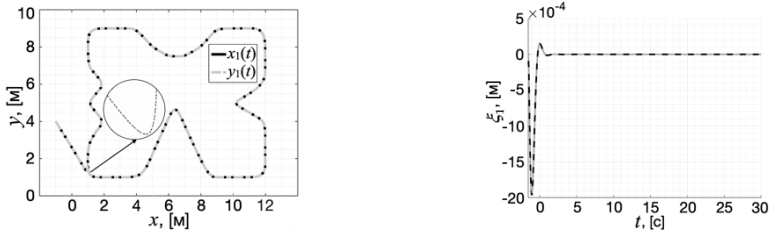


Рис. 8. Графики выхода следящего дифференциатора ($x_{11}(t), x_{12}(t)$) (28) и центра масс робота ($y_{11}(t), y_{12}(t)$) (слева) и ошибок слежения $\xi_{1j}(t) = y_{1j} - x_{1j}, j = 1, 2$ (справа)

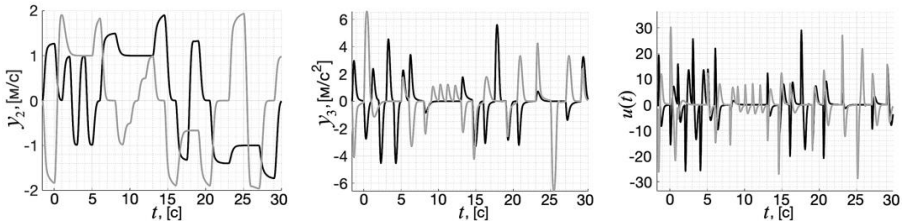


Рис. 9. Графики скоростей $y_{21}(t), y_{22}(t)$, ускорений $y_{31}(t), y_{32}(t)$ центра масс робота и управлений $u_1(t), u_2(t)$ (29)

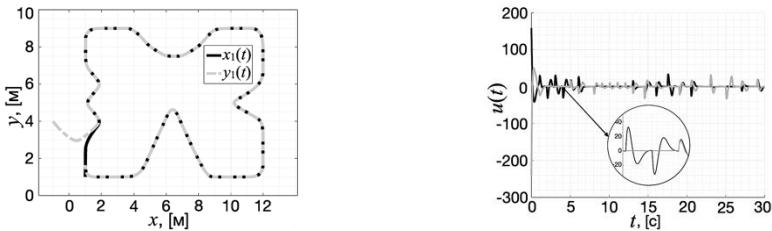


Рис. 10. Процесс неконтролируемого въезда на маршрут и графики управления

На рис. 10 показан процесс неконтролируемого въезда на маршрут с запаздыванием (слева) и графики управления (29) с характерным всплеском (справа)

ва), когда стартовая точка маршрута $x_{11}(0) = x_1 = 1, x_{12}(0) = y_1 = 1$ не совпадает с $y_{11}(0) = -1, y_{12}(0) = 4$ – начальным положением центра масс робота.

В пятой главе рассматривается проблема автоматического управления движением центра масс беспилотного летательного аппарата в режиме полета в условиях действия внешних возмущений. Основой для построений является модель движения центра масс в траекторной системе координат

$$\begin{aligned} \dot{L} &= V \cos \theta \cos \Psi, \quad \dot{H} = V \sin \theta, \quad \dot{Z} = -V \cos \theta \sin \Psi; \\ \dot{V} &= u_1 - \sin \theta g + f_1(t), \quad \dot{\theta} = \frac{u_2 - \cos \theta g + f_2(t)}{V}, \quad \dot{\Psi} = -\frac{u_3 + f_3(t)}{V \cos \theta}, \end{aligned} \quad (30)$$

где L – продольная дальность полета, H – высота полета, Z – боковое смещение (выходные переменные), $V > 0$ – путевая скорость, $|\theta(t)| < \pi/2$ – угол наклона траектории, $|\Psi(t)| < \pi/2$ – путевой угол; g – ускорение свободного падения, $u = (u_1, u_2, u_3)^T$ – управляющие воздействия (вектор перегрузок), $f(t) = (f_1, f_2, f_3)^T$ – неконтролируемые моменты и силы, в том числе сила ветра, $|f_i(t)| \leq F_i, i = \overline{1,3}$. С учетом обозначений $y_1 = (y_{11} := L, y_{12} := H, y_{13} := Z)^T$, $\dot{y}_1 = y_2 = (y_{21} := \dot{L}, y_{22} := \dot{H}, y_{23} := \dot{Z})^T$ и соответствующей диффеоморфной замены переменных модель (30) принимает канонический вид «вход–выход»:

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= y_2, \quad \dot{y}_2 = ag + B(\theta, \Psi)(u + f(t)), \quad a = (0; -1; 0)^T, \\ B &= \begin{pmatrix} \cos \theta \cos \Psi & -\sin \theta \cos \Psi & \sin \Psi \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ -\cos \theta \sin \Psi & \sin \theta \sin \Psi & \cos \Psi \end{pmatrix}, \quad \det B \equiv 1, B^{-1} = B^T. \end{aligned} \quad (31)$$

В разделе 5.1 для стабилизации ошибки слежения $e_1 = y_1 - g_1 \in \mathbb{R}^3$ с заданной точностью на основе системы (31) в рамках блочного подхода с сигмовидными обратными связями разработаны регуляторы двух типов: 1) с компенсацией перекрестных связей $u = -B^T(\theta, \Psi)(M_2 \sigma(K_2 e_2) + ag + 0,5M_1 K_1 \Lambda_1 y_2)$, $e_2 = y_2 + M_1 \sigma(K_1 e_1)$, $\Lambda_1 = \text{diag}(1 - \sigma^2(k_{1i} e_{1i}))$; 2) на основе метода иерархии управлений $u = -M_2 \sigma(K_2 e_2)$, $e_2 = y_2 - \dot{g}_1 + M_1 \sigma(K_1 e_1)$, где $M_j = \text{diag}(m_{ji})$, $K_j = \text{diag}(k_{ji})$, $m_{ji}, k_{ji} = \text{const} > 0, i = \overline{1,3}, j = 1, 2$. Оба закона управления подавляют действие ветровых возмущений и производные заданий (что не требует их оценивания) и обеспечивают ограниченность переменных состояний и управлений. Второй регулятор требует меньше вычислений, выполняемых в реальном времени, и обеспечивает меньшую ошибку слежения. Дифференциаторы–наблюдатели с кусочно-линейными корректирующими воздействиями применялись для оценивания неизмеряемых скоростей $y_2(t)$ или $e_2(t)$ по измерениям координат центра масс $y_1(t)$ и задающих воздействий $g_1(t)$.

В разделе 5.2 применение следящего дифференциатора и наблюдателя ветровых возмущений с сигмовидной коррекцией позволило обеспечить асимптотическую стабилизацию ошибок слежения в замкнутой системе (31) с комбинированным управлением с линейной стабилизирующей составляющей:

$$u = -B^T(\theta, \Psi)[c_1 c_2 (y_1 - x_1(t)) + (c_1 + c_2)(y_2 - x_2(t)) - x_3(t) + ag] - v, \quad (32)$$

где $x_1(t) \approx g_1(t)$, $x_2(t) \approx \dot{g}_1(t)$, $x_3(t) \approx \ddot{g}_1(t)$, $v(t) \approx f(t)$, $c_1 = 5$, $c_2 = 6$. При моделировании в рамках виртуального полигона ООО «ПЛАЗ» учитывались следующие характеристики мини-БПЛА:

Параметр	Значение
Вес, кг	4
Максимальная дальность полета, м	4000
Максимальное время полета, мин	40
Максимальная скорость в режиме полета, м/с	$Y_1 = 7$
Максимальное ускорение в режиме полета, м/с ²	$Y_2 = 33$
Максимальный рывок в режиме полета, м/с ³	$Y_3 = 122$

В качестве опорного маршрута был принят пространственный прямоугольник в траекторной системе координат. Для сглаживания опорной траектории и выполнения заданных ограничений применен трехблочный следящий дифференциатор (28) с трехмерными блоками $x_{1,2,3} \in R^3$ со следующими коэффициентами $p_1 = 6,9$, $p_2 = 32$, $p_3 = 120$; $l_1 = 1,2$, $l_2 = 0,8$, $l_3 = 0,1$ и начальными значениями $x_1(0) = (0; 100; 0)$, $x_2(0) = x_3(0) = (0; 0; 0)$. В предположении, что вектор состояния системы (30) измеряется, наблюдатель возмущений минимально возможной размерности построен как копия трех последних уравнений (30), на которые возмущения действуют непосредственно:

$$\dot{z}_1 = u_1 - g \sin \theta + v_1, \quad \dot{z}_2 = (u_2 - g \cos \theta + v_2)/V, \quad \dot{z}_3 = (v_3 - u_3)/(V \cos \theta),$$

где $z_i \in R$ – переменные состояния, $v_i \in R$ – корректирующие воздействия наблюдателя $v_i = m_i \sigma(k_i \varepsilon_i)$, $i = 1, 2, 3$, $\varepsilon_1 = V - z_1$, $\varepsilon_2 = \theta - z_2$, $\varepsilon_3 = \Psi - z_3$ – ошибки наблюдения. Показано, что выбор коэффициентов коррекции в виде

$$0,8m_i > F_i, \quad k_i > \frac{1}{m_i} \max \left\{ \frac{2,75F_i}{\delta_i}; \frac{2}{\bar{a}_i T} \ln \frac{F_i}{\delta_i} \right\}, i = 1, 2, 3 \quad (33)$$

обеспечивает стабилизацию ошибок наблюдения и их производных за заданное время с заданной точностью: $|\varepsilon_i(t)| \leq \delta_i$, $\dot{\varepsilon}_i(t) \approx 0 \Rightarrow |f_1(t) - v_1(t)| \leq \bar{\delta}_1$, $|f_2(t) - v_2(t)| \leq \bar{\delta}_2$, $|f_3(t) - v_3(t)| \leq \bar{\delta}_3, t \geq T$. При моделировании возмущения рассматривались как негладкие ступенчатые функции времени. Из рис. 11 видно, что из-за отсутствия ограничений сверху на выбор коэффициентов наблюдателя (33), принятых в виде $m_i = 15$, $k_i = 150$, $i = \overline{1,3}$, возмущения оцениваются очень точно, эффект сглаживания отсутствует. На рис. 12,а представлена опорная ломаная $g_1(t)$ и сглаженная эталонная траектория $x_1(t)$. На рис. 12,б представлен процесс ее отслеживания центром масс БПЛА $y_1(t)$ с

начальными значениями $L = -4, H = 99, Z = -1$ в замкнутой системе (30), (32). На рис. 12, в показаны покомпонентные графики ошибок слежения $e_{ii}(t) = y_{ii}(t) - x_{ii}(t)$. Эталонная траектория достигается за 1,2 сек, в установившемся режиме ошибка слежения пренебрежимо мала: $\pm 5 \times 10^{-11}$ м.

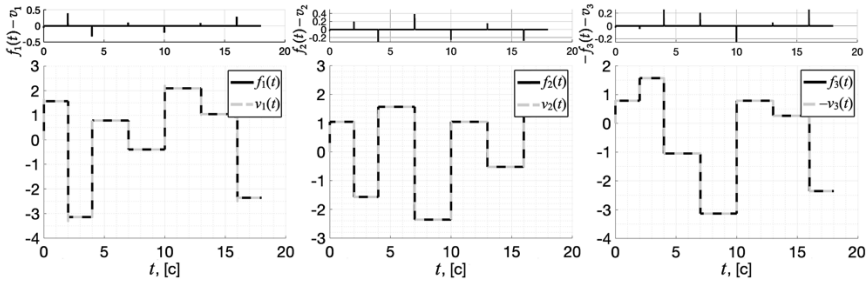


Рис. 11. Графики возмущений $f_1(t), f_2(t), f_3(t)$ и их оценок $v_1(t), v_2(t), -v_3(t)$ (снизу), а также ошибок оценивания (сверху)

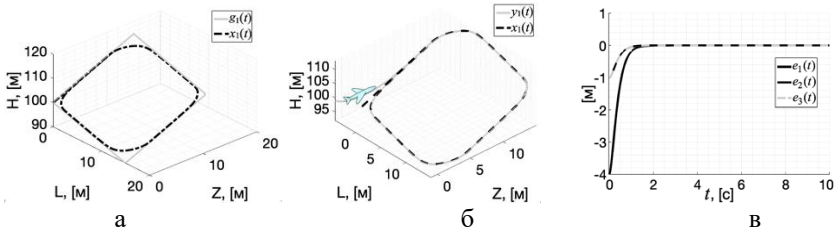


Рис. 12. Графики сглаженной эталонной траектории $x_1(t)$ (а), процесса ее отслеживания центром масс БПЛА $y_1(t)$ (б) и соответствующих ошибок слежения $e_{ii}(t)$ (в)

ВЫВОДЫ

В диссертации в рамках решения фундаментальной проблемы теории и практики автоматического управления – траекторного управления мобильными роботами – разработаны методы и алгоритмы синтеза динамических дифференциаторов и обратных связей с подавлением/компенсацией внешних возмущений. Разработанные робастные и простые в вычислительной реализации алгоритмы дифференцирования и сглаживания векторных сигналов, наблюдения и управления обеспечивают заданные характеристики эталонных траекторий и процесса слежения, не требуют перенастройки при изменении внешних факторов в допустимых пределах. Получены следующие основные результаты.

1. Разработан алгоритм каскадного синтеза дифференциатора–наблюдателя без собственных движений с кусочно-линейной коррекцией, восстанавливающего производные любого требуемого порядка детерминированных кусочно-гладких сигналов с заданной точностью за заданное время.

2. Формализован метод динамического сглаживания задающих воздействий на основе следящих дифференциаторов, позволяющих получить в сигнальном виде плавные и реализуемые эталонные траектории и их производные требуемого порядка.

3. Разработан алгоритм блочного синтеза следящего дифференциатора с сигмовидными обратными связями для восстановления производных и динамического сглаживания кусочно-непрерывных сигналов с выполнением заданных ограничений на динамические характеристики.

4. Разработан комплекс алгоритмов планирования движения одиночного робота на полигоне, включающий: составление опорной 3D-траектории и ее сглаживание; плавный перевод объекта из произвольных начальных условий с учетом ограничений в стартовую точку маршрута; визуализацию габаритного следа симметричной колесной платформы.

5. Получены комплексные конструктивные решения по синтезу динамической обратной связи с использованием дифференциаторов различных типов в системах управления центром масс: беспилотных колесных платформ при решении задач путевой стабилизации и слежения; беспилотных летательных аппаратов при решении задач наблюдения и слежения с компенсацией внешних возмущений.

6. Разработаны регуляторы с сигмовидными обратными связями для подавления ветровых возмущений в системе слежения БПЛА, не требующие восстановления возмущений и обеспечивающие выполнение проектных ограничений на переменные состояния и управления.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Статьи в рецензируемых журналах

1. Кокунько Ю.Г., Краснова С.А. Формирование эталонных траекторий для беспилотных колесных платформ с учетом ограничений на скорость, ускорение и рывок // Мехатроника, Автоматизация, Управление. – 2024. – Т. 25, № 6. – С. 320–331. К1.

2. Кокунько Ю.Г. Динамическое дифференцирование и сглаживание зашумленных сигналов, задающих траекторию беспилотного летательного аппарата // Управление большими системами. – 2024. – Вып. 107. – С. 142–161. К1.

3. Кокунько Ю.Г. Синтез генератора задающих воздействий для системы управления мобильным роботом // Управление большими системами. – 2023. – Вып. 101. – М.: ИПУ РАН. – С. 123–139. К1.

4. Кокунько Ю.Г. Построение дифференциатора задающих воздействий для системы управления мобильным роботом // Управление большими системами. – 2022. – Вып. 95. – М.: ИПУ РАН. – С. 101–118. К1.

5. Кокунько Ю.Г., Краснова С.А. Два подхода к синтезу инвариантной системы слежения для беспилотного летательного аппарата // Управление большими системами. – 2020. – Вып. 85. – С. 113–142. К1.

6. Кокунько Ю.Г., Краснова С.А., Уткин В.А. Каскадный синтез дифференциаторов с кусочно-линейными корректирующими воздействиями // Автоматика и телемеханика. 2021. № 7. С. 37–68. RSCI.

7. Antipov A.S., Kokunko Yu.G., Krasnova S.A., Utkin V.A., Utkin A.V. Direct Control of the Endpoint of the Manipulator under Non-smooth Uncertainty and Reference Trajectories // Journal of The Franklin Institute. – 2023. – Vol. 360, Iss. 17. – P. 13430–13458. WoS Q1.

8. Krasnova S.A., Kokunko J.G., Utkin V.A. Dynamic Models with Sigmoid Corrections to Generation of an Achievable 4D-Trajectory for a UAV and Estimating Wind Disturbances // Electronics. – 2023. – Vol.12, Iss.10. – P. 2280. WoS Q2.

9. Krasnova S.A., Kokunko J.G., Kochetkov S.A., Utkin V.A. Generation of Achievable Three-Dimensional Trajectories for Autonomous Wheeled Vehicles via Tracking Differentia-

tors // Algorithms. – 2023. – Vol. 16, № 9. – P. 405. WoS Q2.

10. Antipov A.S., Kokunko Yu.G., Krasnova S.A., Utkin V.A. Dynamic Smoothing, Filtering and Differentiation of Signals Defining the Path of the UAV // Sensors. – 2022. – Vol. 22. – P. 9472. WoS Q1.

11. Antipov A.S., Kokunko Yu.G., Krasnova S.A. Dynamic Models Design for Processing Motion Reference Signals for Mobile Robots // Journal of Intelligent & Robotic Systems – 2022. – Vol. 105, No. 4. – P. 77. Scopus Q1.

12. Krasnova S.A., Kokunko Yu.G., Utkin V.A., Utkin A.V. Robust Stabilization via Super-Stable Systems Techniques // Mathematics. – 2022. – Vol.10, Iss. 1. – P. 98. WoS Q1.

13. Kokunko Yu.G., Krasnov D.V., Utkin A.V. Two Methods for Synthesis of State and Disturbance Observers for an Unmanned Aerial Vehicle // Automation and Remote Control. – 2021. – Vol. 82, No. 8. – P. 1426–1441. WoS Q3.

14. Kokunko Yu., Krasnova S. Synthesis of a Tracking System with Restrictions on UAV State Variables // Mathematics in Engineering, Science and Aerospace (MESA). – 2019. – Vol. 10, No. 4. – P. 695–705. Scopus Q3.

15. Kokunko Yu.G., Krasnova S.A. Dynamic Smoothing of the Path of a Wheeled Robot with Automatic Fulfillment of Design Restrictions // Lecture Notes in Mechanical Engineering. – 2023. – P. 402–410.

16. Kokunko Yu.G., Antipov A.S., Krasnova S.A. State Observers as a Means for Estimating Derivatives of Deterministic Signals // Journal of Physics: Conference Series. – 2021. – Vol. 1864, Iss. 1. – Bristol: IOP Publishing Ltd, 2021. – P. 012024 (1–7).

17. Kokunko Yu.G., Krasnova S.A. Synthesis of Differentiators to Estimate Derivatives of Target Signals in the UAV Control System // IFAC-PapersOnline. – 2021. – Vol. 54, Iss.13. – P. 239–244.

Публикации в сборниках, индексируемых Scopus

18. Kokunko Yu.G., Krasnov D.V. Research of the Filtering Features of Dynamic Tracking Differentiators of Different Dimensions // Proceedings of the 16th International Conference Management of Large-Scale System Development (MLSD). 26–28 September 2023. Moscow. – IEEE Xplore, 2023. – 5 p

19. Kokunko Yu.G., Krasnov D.V., Potehina E.V. Dynamic Smoothing of the Program Motions for Single-Channel Electromechanical Control Plant // Proceedings of the 15th International Conference Management of Large-Scale System Development (MLSD). 26–28 September 2022. Moscow. – IEEE Xplore, 2022. – 5 p.

20. Kokunko Yu.G., Krasnova S.A., Pivneva S.V. Dynamic Generator of Permissible Trajectories for UAVs // Proceedings of the 16th International Conference “Stability and Oscillations of Nonlinear Control Systems” (Pyatnitskiy’s Conference, STAB-2022). 1–3 June 2022. Moscow. – IEEE Xplore, 2022. – 4 p.

21. Kokunko Yu.G., Krasnova S.A., Pivneva S.V. Synthesis of the Differentiator of Given Actions in the Control System of a Wheeled Robot // Proceedings of 2021 International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing (ICIEAM). 17–21 May 2021. Sochi. – IEEE Xplore, 2021. – P. 428–433.

22. Kokunko Yu.G., Krasnova S.A. Reduced Differentiators Design to Estimate Derivatives of Given Actions in the UAV Control System // Proceedings 2021 International Russian Automation Conference. 5–11 September 2021. Sochi. – IEEE Xplore, 2021. – P. 829–834.

23. Kokunko Y.G., Krasnova S.A. Nonlinear Control Design for Path Following Stabilization of a Wheeled Robot under the Action of an External Uncontrollable Disturbance // Proceedings of the 14th International Conference Management of Large-Scale System Development (MLSD). 27–29 September 2021. Moscow. – IEEE Xplore, 2021. – 6 p.

24. Kokunko Yu.G., Krasnova S.A., Pivneva S.V. Feedback Synthesis for UAVs Based

on the Control Hierarchy Method // Proceedings of the 15th International Conference “Stability and Oscillations of Nonlinear Control Systems” (Pyatnitskiy's Conference, STAB-2020). 3–5 June 2020. Moscow. – IEEE Xplore, 2020.

25. Kokunko Yu. G., Krasnova S.A. Estimation of Derivatives of Given Actions in UAV Control System // Proceedings of the 13th International Conference Management of Large-Scale System Development. 28–30 September 2020. Moscow. – IEEE Xplore, 2020. – 5 p.

26. Kokunko Yu. G., Krasnov D.V. Observation Subsystem Design for an Unmanned Aerial Vehicle under Undefined External Action // Proceedings of the 12th International Conference Management of Large-Scale System Development (MLSD). 1–3 October, 2019. Moscow. – IEEE Xplore, 2019.

27. Utkin A.V., Kokunko Yu.G., Krasnova S.A. Block Synthesis of a Tracking System for an Unmanned Aerial Vehicle under the Action of Uncontrolled Disturbances // Proceedings of the XXI International conference “Complex systems: control and modeling problems”. September 3–6, 2019. Samara. – P. 630–633.

Публикации в сборниках трудов конференций

28. Кокунько Ю.Г., Краснова С.А., Пискунова А.Э. Динамическое сглаживание эталонных траекторий для беспилотных колесных роботов // XIV Всероссийское совещание по проблемам управления (ВСПУ-2024): сборник научных трудов, 17–20 июня 2024 г., Москва. – М.: ИПУ РАН, 2024. – С. 843–847.

29. Кокунько Ю.Г., Краснова С.А. Синтез динамического генератора для сглаживания пути беспилотного летательного аппарата с выполнением конструктивных ограничений // Материалы 15-й Мультиконференции по проблемам управления (МКПУ-2022), 4–6 октября 2022, Санкт-Петербург. – СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2022. – С. 66–69.

30. Кокунько Ю.Г., Антипов А.С., Краснова С.А. Наблюдатели состояния как средство оценивания производных детерминированных сигналов // Материалы 13-й Мультиконференции по проблемам управления (МКПУ-2020), 6–8 октября 2020, Санкт-Петербург. – СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2020. – С. 312–315.

31. Кокунько Ю.Г. Каскадный синтез инвариантной системы слежения для БПЛА // Управление большими системами: материалы XVI Всероссийской школы-конференции молодых ученых (УБС'2019, 10–13 сентября 2019, Тамбов). – Тамбов: Издательский центр ФГБОУ ВО «ТГТУ», 2019. – С. 147–152.

32. Кокунько Ю.Г., Краснов Д.В. Синтез подсистемы наблюдения для беспилотного летательного аппарата при действии неконтролируемых возмущений // XIII Всероссийское совещание по проблемам управления ВСПУ-2019: Труды. 17–20 июня 2019, Москва. – М.: ИПУ РАН, 2019. – С. 928–933.

33. Кокунько Ю.Г. Динамический генератор плавных эталонных траекторий для мобильных роботов с автоматическим учетом ограничений на скорость, ускорение и рывок: Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2024614443 РФ; Зарег. 26.02.2024.

Вклад автора в совместные публикации. В работах [1, 7–11, 15, 18, 19, 20, 28, 29] – разработка следящих дифференциаторов с заданными свойствами, проведение численных экспериментов; в работах [6, 16, 17, 21, 22, 25, 30] – разработка дифференциаторов–наблюдателей с заданными свойствами, проведение численных экспериментов; в работах [5, 14, 23, 24, 27] – разработка регуляторов с заданными свойствами, проведение численных экспериментов; в работах [12, 13, 26, 32] – формализация математических моделей объектов управления, проведение численных экспериментов.