

На правах рукописи

Данилов Александр Владимирович

**МЕТОД «КОНЕЧНОГО ПОВОРОТА И СМЕЩЕНИЯ» В РЕШЕНИИ
ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ КИНЕМАТИКИ ДЛЯ МАНИПУЛЯЦИОННЫХ
РОБОТОВ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ**

Специальность 05.02.05

Роботы, мехатроника и робототехнические системы

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Москва – 2021

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)» (МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Научный руководитель: к.т.н., Кропотов Александр Николаевич

Официальные оппоненты: _____

Ведущая организация: _____

Защита состоится «__» _____ 20__ г. в __ часов __ минут на заседании диссертационного совета Д 212.141.02 при Московском государственном техническом университете им. Н.Э. Баумана по адресу: 105005, г. Москва, Госпитальный переулок, д.10, ауд. 613м.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте МГТУ им. Н.Э. Баумана, www.bmstu.ru.

Отзывы и замечания по автореферату в двух экземплярах, заверенные печатью организации, просим направить по адресу: 105005, г. Москва, ул. 2-я Бауманская, д.5, стр. 1. на имя ученого секретаря диссертационного совета.

Автореферат разослан «__» _____ 20__ г.

Ученый секретарь
диссертационного совета _____ Игорь Валентинович Муратов

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования. В настоящее время в мобильной робототехнике подводной, наземной, космической существует тенденция оснащения робототехнических систем манипуляционными роботами (МР), позволяющими выполнять различные технологические операции с объектом работ. При этом увеличение точности и качества процессов управления МР становится важной и актуальной задачей, так как позволяет расширить сферу применения таких робототехнических систем. Если для промышленных МР, выполняющих, как правило, повторяющиеся технологические операции, можно обойтись без решения обратной задачи кинематики (ОЗК), обеспечив точное управление по степеням подвижности путем «обучения», то для МР, управляемых заданием положения и ориентации захватного устройства (ЗУ), необходимо решение ОЗК. Для исполнительных устройств (ИУ) последовательной структуры ОЗК является одной из самых важных задач робототехники и поэтому её решение привлекало и привлекает многих ученых всего мира. В нашей стране решением ОЗК занимались видные учёные Глазунов В.А., Дыда А.А., Зенкевич С.Л., Казмиренко В.Ф., Каляев И.А., Карпенко А.П., Кузнецов С.А., Кулешов В.С., Лакота Н.А., Лесков А.Г., Лохин В.М., Макаров И.М., Манько С.В., Охоцимский Д.Е., Подураев Ю.В., Полищук В.И., Попов Е.П., Пospelов Д.А., Пшихопов В.Х., Пятибратов Г.Я., Теряев Е.Д., Филаретов В.Ф., Филимонов Н.Б., Челноков Ю.Н., Чистяков А.Ю., Юревич Е.И., Ющенко А.С. и другие российские ученые. Среди зарубежных ученых следует отметить научные исследования, проводимые под руководством К. Фу, Дж. Альбуса, Р. Вильямса, М. Вукобратовича, Н. Дагалакиса, Р. Люмиа, А. Сингха, Ф. Такемуры, Н. Поттман, Б. Сицилиано, Дж. М. Маккарти, Э. Накано и других ученых. Для решения ОЗК разработано много различных методов, к числу которых относятся методы обратных преобразований, винтовой алгебры, двойственных матриц, двойственных кватернионов, итераций, геометрический подход, использование матрицы Якоби, искусственных нейронных сетей, штрафных функций и т.д. Все эти методы в целом можно разделить на две основные группы: аналитические и численные.

К достоинствам аналитического метода решения обратной задачи кинематики (ОЗК) относится получение точного решения в пределах малых временных интервалов. К недостаткам аналитического решения ОЗК относятся сложность получения обобщенных координат в явном виде и неопределенность, связанная с кинематической неоднозначностью и используемыми тригонометрическими функциями. Кинематическая неопределенность в этих методах преодолевается применением коэффициентов Kinematics Configuration Index. Однако, основным недостатком все же является невозможность получения решения для произвольных конструкций ИУ. В этом случае применяют численные методы.

Численные методы позволяют решить обратную задачу кинематики для произвольных конструкций ИУ, и это является основным достоинством этих методов применительно к поставленной задаче. В отличие от аналитических методов, численные методы достигают приближенного решения с заданной

точностью, но для них заранее неизвестно время сходимости для получения решения. В результате численные методы, как правило, требуют значительных вычислительных мощностей, что затрудняет их использование в реальном масштабе времени. При использовании матриц Якоби для уменьшения вычислительных затрат разработан метод «Jacobian Transpose», а для прохождения сингулярных конфигураций методы: «Damped Least Squares» (DLS), «Damped Least Squares with Singular Value Decomposition» (SVD-DLS), «Selectively Damped Least Squares» (SDLS).

При применении МР в стесненных условиях при наличии препятствий и т. д. требуются ИУ с большим и с очень большим числом степеней подвижности, так называемые, избыточные и гибкие ИУ. Для управления названными МР перечисленные выше методы решения не всегда подходят или совсем непригодны из-за больших вычислительных затрат. Появляется необходимость разрабатывать новые методы решения ОЗК с малыми вычислительными затратами, способные управлять такими МР в режиме реального времени. В последнее время перспективным направлением разработки методов является направление, использующее в основе описание движения не всего ИУ, а только его часть – звено с кинематической парой. К таким методам относятся методы Cyclic Coordinate Descent (CCD) и Forward And Backward Reaching Inverse Kinematics (FABRIK). Метод CCD последовательно определяет итерационные шаги для каждого звена и решает ОЗК только по положению, но за счет малых вычислительных затрат получил широкое распространение для промышленных МР, кинематика которых позволяет разделить звенья на транспортные и ориентирующие. Самый быстрый метод FABRIK, использующий линии и точки для итерационного движения каждого звена в виде отрезка, решает ОЗК по положению и ориентации только для ИУ с кинематическими парами третьего и ниже классов. С кинематическими парами пятого класса метод FABRIK решает ОЗК только для плоских ИУ. На сегодняшний день не существует метода, основанного на описании движения звена (подобного CCD и FABRIK) с кинематической парой пятого класса, способного для ИУ последовательной структуры решать ОЗК по положению и ориентации для МР в трёхмерном исполнении. Учитывая то, что практически все существующие ИУ содержат кинематические пары пятого класса, разработка метода решения ОЗК на основе описания движения звена с этими парами с малыми вычислительными затратами является перспективной работой, которая позволит управлять МР с большим числом звеньев в режиме реального времени и использовать для этого вычислители малой мощности. А так же решение проблемы прохождения сингулярных конфигураций позволит при управлении МР непосредственно формировать произвольные траектории для выполнения различных технологических операций.

Объектом исследования является МР последовательной структуры, используемый для различных технологических операций, **предметом исследования** является предлагаемый метод «конечного поворота и смещения» (МКПС) для семейства МР последовательной структуры.

Цель диссертации – разработать итерационный метод решения ОЗК с малыми вычислительными затратами для МР последовательной структуры с кинематическими парами пятого класса в виде шарнира и призмы, обеспечивающий управление ИУ с достаточно большим числом степеней подвижности в режиме реального времени и прохождение сингулярных конфигураций для конкретного МР в режиме управления ориентацией и положением захватного устройства (ЗУ).

Для достижения поставленной цели требуется решить следующие **задачи**:

1. Разработать одномерные способы поиска локального минимума для каждой целевой функции положения и ориентации захватного устройства.
2. Осуществить поиск глобального минимума каждой целевой функции с помощью многомерной минимизации методом покоординатного спуска по обобщенным координатам совместно с разработанными в п.1.
3. Сформулировать и доказать утверждение для совместного достижения захватным устройством заданного положения и заданной ориентации.
4. Разработать и описать алгоритм предлагаемого метода для МР последовательной структуры с произвольным числом обычных и пантографного типа звеньев, связанных кинематическими парами пятого класса в виде шарнира и призмы.
5. Разработать и предложить алгоритм прохождения ИУ сингулярных конфигураций.
6. Разработать программно-аппаратный комплекс для решения ОЗК и получения необходимой информации для анализа результатов решения.

Методы исследования. Основные результаты исследования основаны на использовании математических операций поиска экстремума и ортогональном преобразовании векторов в евклидовом пространстве. Моделирование движения ИУ проведено с использованием современных компьютерных средств и разработанного программно-аппаратного комплекса.

Научная новизна полученных результатов диссертационной работы заключается в следующем:

1. Предложен новый итерационный метод решения ОЗК для ИУ последовательной структуры с произвольным числом звеньев, связанных кинематическими парами в виде шарнира и призмы, имеющий малые вычислительные затраты, позволяющие применять его для управления ИУ с достаточно большим числом звеньев в режиме реального времени.
2. Предложены одномерные одношаговые способы поиска экстремума целевых функций по положению и ориентации, позволяющий существенно уменьшить вычислительные затраты и впервые реализовать решение ОЗК по положению и ориентации в сравнении с методами CCD и FABRIK для ИУ в трехмерном исполнении с кинематическими парами в виде шарнира и призмы.
3. Предложен алгоритм решения ОЗК на основе разработанного метода для манипуляционных роботов с ИУ последовательной структуры с произвольным числом обычных звеньев и звеньев пантографного типа, связанных кинематическими парами в виде шарнира и призмы

4. Предложен алгоритм прохождения сингулярных конфигураций различного проявления, обеспечивающий безаварийное управление ИУ при непосредственном формировании траекторий, что позволяет увеличить производительность и эффективность манипуляционных роботов.

Практическая значимость. Практическая значимость настоящей диссертационной работы заключается в том, что:

1. Предлагаемый метод в составе системы управления МР в режиме управления положением и ориентацией ЗУ позволяет в рабочей зоне управлять МР с достаточно большим числом звеньев в режиме реального времени и формировать произвольные траектории, благодаря алгоритму прохождения сингулярных конфигураций.

2. Предлагаемый метод в составе системы управления МР позволяет увеличить степень автономности МР.

3. Разработанное прикладное программное обеспечение позволяет на инженерном уровне в рамках регламентируемого времени применить метод для конкретного МР, имея отлаженную общую часть и частную для конкретного ИУ в виде заданной векторной модели;

4. Предлагаемый метод практически исключает возможность поломки МР при эксплуатации, так как имеет предварительную настройку программы решения ОЗК с помощью разработанного программно-аппаратного комплекса.

Внедрение работы. Результаты диссертационной работы используются в эскизном проекте для разрабатываемого МР «Манипулятор-СМ» и внедрены согласно актам в АО «ЦКБ МТ «Рубин» и на кафедре «Подводные роботы и аппараты» для обучения студентов по направлению: 15.04.06 «Мехатроника и робототехника», профиль подготовки – «Подводные робототехнические комплексы и аппараты».

Положения, выносимые на защиту:

1. Новый итерационный метод решения ОЗК для ИУ последовательной структуры с произвольным числом звеньев, связанных кинематическими парами в виде шарнира и призмы, имеющий малые вычислительные затраты, позволяющие применять его для управления ИУ с достаточно большим числом звеньев в режиме реального времени.

2. Одномерные одношаговые способы поиска экстремума целевых функций по положению и ориентации, позволяющий существенно уменьшить вычислительные затраты и впервые реализовать решение ОЗК по положению и ориентации в сравнении с методами CCD и FABRIK для ИУ в трехмерном исполнении с кинематическими парами в виде шарнира и призмы.

3. Алгоритм решения ОЗК на основе разработанного метода для манипуляционных роботов с ИУ последовательной структуры с произвольным числом обычных звеньев и звеньев пантографного типа, связанных кинематическими парами в виде шарнира и призмы.

4. Алгоритм прохождения сингулярных конфигураций различного проявления, обеспечивающий безаварийное управление ИУ при непосредственном формировании траекторий, что позволяет увеличить производительность и эффективность манипуляционных роботов.

Апробация работы. Метод решения ОЗК докладывался на XV и XVII молодежных научно-технических конференциях «Взгляд в будущее – 2017» и «Взгляд в будущее – 2019» в АО «ЦКБ МТ «Рубин», на II международной конференции «Морская робототехника-2019» в СПбГМТУ. Результаты диссертационной работы были представлены и одобрены на научно-технических семинарах 14.08.2018г и 11.06.2019г. в Институте машиноведения имени А.А. Благонравова РАН.

Достоверность полученных результатов подтверждается теоретической обоснованностью предлагаемого метода, корректным применением метода многомерной минимизации нулевого порядка, путем математического моделирования, построением решения в графическом редакторе AutoCAD и проведением натурального испытания на реальном МР последовательной структуры с восьмью степенями подвижности.

Публикации. Результаты диссертационной работы нашли отражение в 11 научных трудах, в том числе в 6 публикациях в изданиях из перечня ВАК РФ из которых 1 статья входит в журнал базы цитирования Web of Science.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы из 127 наименований. Содержание работы составляют 196 страниц текста, 85 рисунков и 19 таблиц.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** обоснована актуальность темы диссертационной работы, определены цель и задачи исследования, приведен краткий обзор научной литературы по методам решения ОЗК, сформулирована научная новизна и практическая значимость представленной работы, приведены положения, выносимые на защиту. Дано краткое описание работы по главам.

Первая глава посвящена обзору основных методов решения ОЗК. Дана оценка потребности решения ОЗК для МР на современном отрезке истории развития и применения. Сравнительный анализ показал, что методы основанные на матрицах Якоби имеют большие вычислительные затраты и не могут быть применены для управления МР с малым периодом опроса параметров решения. Методы (CCD и FABRIK) основанные на описании движения части ИУ – звена с кинематической парой, имеют малые вычислительные затраты, но для ИУ в трехмерном исполнении с кинематическими парами пятого класса CCD решает ОЗК только по положению, а FABRIK вообще не применим. Анализ рассмотренных методов помог сформировать следующие основные требования к вновь разрабатываемому методу: метод должен быть основан на оптимальном поиске решения; в основе метода должен быть не весь ИУ, а его минимальная составная часть – звено с кинематической парой; для каждой кинематической пары использовать последовательно по каждой обобщенной координате одномерный поиск минимума целевой функции вместо многомерного; для применения метода достаточен инженерный уровень подготовки. Перечисленные требования и легли в основу разрабатываемого метода решения ОЗК.

Во **второй главе** рассмотрены основы предлагаемого метода и осуществлена постановка задачи. На Рис. 1 в неподвижной системе координат

$x_0y_0z_0$ показана n -мерная векторная модель ИУ последовательной структуры в начальном положении. Векторы \vec{M}_{i0} изображают звенья ИУ, единичные векторы \vec{e}_{i0} изображают оси кинематических пар, где $i=1, \dots, n$, индекс 0 означает начальное положение перед выполнением итерационного шага для $j=1$, n – число звеньев в ИУ. Точки N_0 и C обозначают характерные точки захватного устройства (ЗУ), текущую и целевую. Координаты вектора $\vec{p}(1,1,0, \dots, 1)^T$ обозначают виды кинематических пар (1 – шарнир, 0 – призма). Матрица $L(2 \times n)$ в первой строке содержит минимальные конструктивные ограничения в кинематических парах, во второй строке – максимальные.

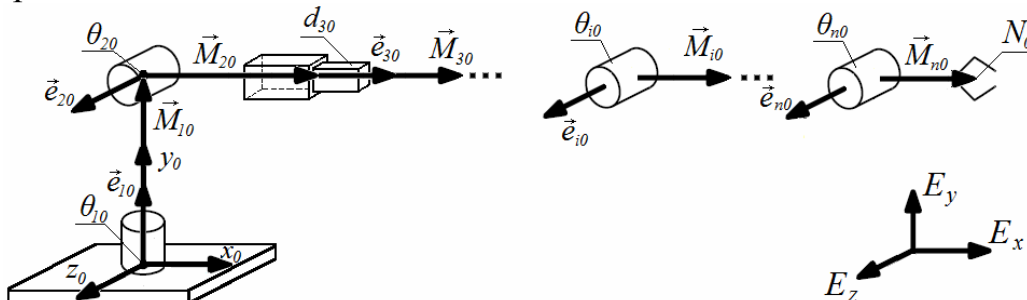


Рис. 1. Векторная модель ИУ в начальном положении

Положение и ориентация ЗУ задается характерной целевой точкой C и декартовой системой координат $E_xE_yE_z$. Текущее положение и ориентация ЗУ для j -ой итерации определяется характерной текущей точкой N_j и векторами \vec{M}_{nj} и \vec{e}_{nj} для случая $\vec{e}_{nj} \perp \vec{M}_{nj}$, в противном случае вместо \vec{e}_{nj} вводится дополнительный вектор $\vec{M}_{доп} \perp \vec{M}_{nj}$. При этом ось E_x и вектор \vec{M}_{nj} обозначают продольную ось ЗУ, а ось E_z и вектор \vec{e}_{nj} – поперечную. Для решения ОЗК по положению ЗУ вводятся вспомогательные векторы $\vec{S}_{i,j-1}$ и $\vec{K}_{i,j-1}$ с началом в i -й кинематической паре и концом в характерных точках N_{j-1} и C соответственно.

Постановка задачи заключается в минимизации векторной целевой функции $\vec{F}(\vec{q})$ по обобщенным координатам, которую можно записать в виде: $\vec{F}(\vec{q}) \rightarrow \min_{\vec{q} \in Q}$, где $\vec{F}(\vec{q})$ – векторная целевая функция, Q – множество допустимых решений ОЗК, $\vec{q}=(q_1, \dots, q_n)$ – вектор обобщенных координат, n – число обобщенных координат. Для решения ОЗК, задавшись точностью, необходимо минимизировать целевую функцию $\vec{F}(\vec{q})$ для достижения глобального минимума. Векторная целевая функция $\vec{F}(\vec{q})$ является нелинейной функцией многих переменных, содержащая тригонометрические зависимости и представляющая собой сложную гиперповерхность. На сегодняшний день нет приемлемого по вычислительным затратам поиска экстремума такой функции для использования в решении ОЗК в условиях жестких временных требований. Для поиска решения ОЗК с малыми вычислительными затратами вводим целевые функции $F_R(\vec{q})$, $F_{\alpha 1}(\vec{q})$, $F_{\alpha 2}(\vec{q})$, отвечающие отдельно за положение, ориентацию относительно продольной оси и ориентацию относительно поперечной оси ЗУ.

Предположим, что целевые функции $F_R(\vec{q})$, $F_{\alpha_1}(\vec{q})$, $F_{\alpha_2}(\vec{q})$, линейно независимы. Тогда векторную целевую функцию $\vec{F}(\vec{q})$ можно разложить по базису и записать через координаты в следующем виде: $\vec{F}(\vec{q}) = (F_R(\vec{q}), F_{\alpha_1}(\vec{q}), F_{\alpha_2}(\vec{q}))^T$. Минимизацию целевых функций можно записать так: $\vec{F}_R(\vec{q}) \rightarrow \min_{\vec{q} \in Q}$, $\vec{F}_{\alpha_1}(\vec{q}) \rightarrow \min_{\vec{q} \in Q}$, $\vec{F}_{\alpha_2}(\vec{q}) \rightarrow \min_{\vec{q} \in Q}$. Проводя оптимизацию целевых функций $F_R(\vec{q})$, $F_{\alpha_1}(\vec{q})$, $F_{\alpha_2}(\vec{q})$, мы одновременно минимизируем векторную целевую функцию $\vec{F}(\vec{q})$. Глобальный минимум векторной целевой функции $\vec{F}(\vec{q})$ равен $\min_{\vec{q} \in Q} \vec{F}(\vec{q}^*)$, для которого обобщенные координаты вектора $\vec{q}^*(q_1^*, \dots, q_n^*)$ являются решением ОЗК. Распишем целевые функции $F_R(\vec{q})$, $F_{\alpha_1}(\vec{q})$, $F_{\alpha_2}(\vec{q})$ более подробно. $F_R(\vec{q})$ – целевая функция положения равная текущему расстоянию между точками C и N равная текущему вектору $|\vec{R}|$, $F_{\alpha_1}(\vec{q})$ – целевая функция ориентации равная текущему углу α_1 между заданным и текущим векторами, отображающими продольную ось ЗУ, $F_{\alpha_2}(\vec{q})$ – целевая функция ориентации равная текущему углу α_2 между заданным и текущим векторами, отображающими поперечную ось ЗУ.

В диссертационной работе разработаны одномерные способы поиска локального минимума для каждой целевой функции $F_R(\vec{q})$, $F_{\alpha_1}(\vec{q})$, $F_{\alpha_2}(\vec{q})$ по одной координате за один итерационный шаг (см. утверждения 1-3). Каждая из этих функций относительно одной переменной обладает свойством унимодальности, что является необходимым и достаточным условием применения метода покоординатного спуска для поиска глобального минимума каждой целевой функции $F_R(\vec{q})$, $F_{\alpha_1}(\vec{q})$, $F_{\alpha_2}(\vec{q})$ по координатам q_1, \dots, q_n . Поиск глобального минимума векторной целевой функции $\vec{F}(\vec{q})$ основан на совместном достижении глобального минимума целевыми функциями $F_R(\vec{q})$, $F_{\alpha_1}(\vec{q})$, $F_{\alpha_2}(\vec{q})$, что доказано в утверждении 4.

Утверждение 1. Для любых некопланарных и неколлинеарных векторов $\vec{e}_{i,j-1}$, $\vec{S}_{i,j-1}$ и $\vec{K}_{i,j-1}$ при выполнении условия $\vec{K}_{i,j-1} = \vec{S}_{i,j-1} + \vec{R}_{j-1}$ для ненулевого вектора \vec{R}_{j-1} , справедливо следующее: поворот вектора $\vec{S}_{i,j-1}$ до совпадения с вектором \vec{S}_{ij} в плоскости $P_{i(j-1)}$ относительно вектора $\vec{e}_{i,j-1}$ в сторону направления вектора $\vec{K}_{i,j-1}$ всегда уменьшает длину вектора \vec{R}_{j-1} до минимального значения $|\vec{R}_j|$ (Рис. 2). Угол поворота $\Delta\theta_{ij}$ является в методе j -м итерационным шагом относительно вектора $\vec{e}_{i,j-1}$ и назван *углом конечного поворота*. Целевая функция $F_R(\vec{q})$ равна локальному минимуму $F_R(\dots, q_j, \dots) = |\vec{R}_j|$.

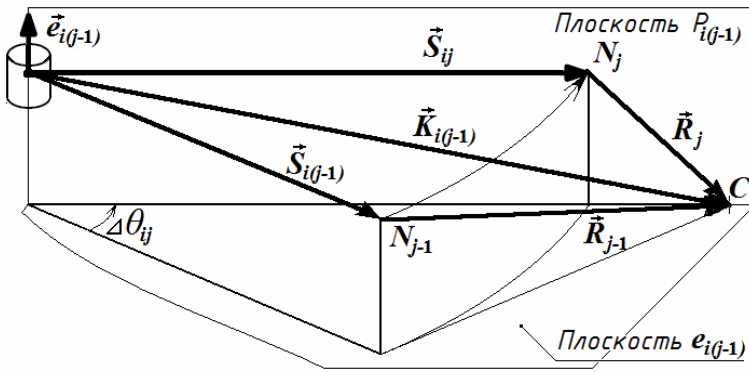


Рис. 2. Для пояснения утверждения 1

Утверждение 2. Для любых ненулевых векторов $\vec{e}_{i,j-1}$, $\vec{S}_{i,j-1}$, $\vec{K}_{i,j-1}$ и \vec{R}_{j-1} при выполнении условия $\vec{K}_{i,j-1} = \vec{S}_{i,j-1} + \vec{R}_{j-1}$ для вектора $\vec{R}_{j-1} \notin e_{i,j-1}$, справедливо следующее: смещение вектора $\vec{S}_{i,j-1}$ вдоль вектора $\vec{e}_{i,j-1}$

параллельно самому себе в сторону плоскости $e_{i,j-1}$, проходящей через точку C конца вектора $\vec{K}_{i,j-1}$ до совпадения вектора \vec{R}_{j-1} с плоскостью $e_{i,j-1}$, всегда уменьшает длину вектора \vec{R}_{j-1} до минимального значения $|\vec{R}_j|$ (Рис. 3). Смещение Δd_{ij} является в методе j -м итерационным шагом относительно вектора $\vec{e}_{i(j-1)}$ и названо *конечным смещением*. $\vec{S}_{i,j-1}$. Целевая функция $F_R(\vec{q})$ равна локальному минимуму $F_R(\dots, d_j, \dots) = |\vec{R}_j|$.

Утверждение 3. Для любых некопланарных и неколлинеарных векторов $\vec{e}_{i,j-1}$, $\vec{M}_{n,j-1}$ и \vec{E}_x поворот вектора $\vec{M}_{n,j-1}$ до совпадения с вектором \vec{M}_{nj} относительно вектора $\vec{e}_{i(j-1)}$ в сторону вектора \vec{E}_x всегда уменьшает угол $\alpha_{1,j-1}$ между векторами $\vec{M}_{n,j-1}$ и \vec{E}_x до минимального значения α_{1j} между векторами \vec{M}_{nj} и \vec{E}_x (Рис. 4). Угол $\Delta\theta_{ij}$ является в методе j -м итерационным шагом относительно вектора $\vec{e}_{i,j-1}$ и назван *углом конечного поворота*. Целевая функция $F_{\alpha 1}(\vec{q})$ равна локальному минимуму $F_{\alpha 1}(\dots, q_{ij}, \dots) = \alpha_{1j}$. Это утверждение используется и для векторов $\vec{e}_{i,j-1}$, $\vec{e}_{n,j-1}$ и \vec{E}_z . Для этого случая целевая функция $F_{\alpha 2}(\vec{q})$ равна локальному минимуму $F_{\alpha 2}(\dots, q_{ij}, \dots) = \alpha_{2j}$.

Утверждение 4. Совместная сходимость целевых функций $F_R(\vec{q})$, $F_{\alpha 1}(\vec{q})$, $F_{\alpha 2}(\vec{q})$ к глобальному минимуму существует всегда, если выполняются следующие условия: 1) последовательности, составленные из локальных минимумов целевых функций $F_R(q_{ij})$, $F_{\alpha 1}(q_{ij})$, $F_{\alpha 2}(q_{ij})$ по номерам итераций каждая в отдельности, являются монотонно убывающими и ограниченными снизу, 2) решение ОЗК существует.

Процесс поиска глобального минимума каждой целевой функции $F_R(\vec{q})$, $F_{\alpha 1}(\vec{q})$, $F_{\alpha 2}(\vec{q})$ называется макроитерацией.

Для получения необходимых параметров оценки метода разработан и представлен программно-аппаратный комплекс.

В третьей главе на примере n -мерной векторной математической модели ИМ с кинематическими парами пятого класса, показанной на Рис. 1, представлен алгоритм решения ОЗК. Решение для целевых функций $F_R(\vec{q})$, $F_{\alpha 1}(\vec{q})$ и $F_{\alpha 2}(\vec{q})$ осуществляется методом покоординатного спуска, а по каждой координате разработанным одномерным способом.

Минимизация целевой функции $F_R(\vec{q})$ по положению

Для j -й итерации i -го звена с кинематической парой в виде шарнира определяем вспомогательные векторы $\vec{S}_{i,j-1}$ и $\vec{K}_{i,j-1}$, где $\vec{S}_{i,j-1} = \sum_i^n \vec{M}_{i,j-1}$, $\vec{K}_{i,j-1} = \vec{S}_{i,j-1} + \vec{R}_{j-1}$, где $|\vec{R}_{j-1}| = F_R(q_{i-1,j-1})$ из предыдущей $(j-1)$ -й итерации. Проверяем векторы на компланарность и коллинеарность по формулам:

$$\begin{vmatrix} e_{i(j-1)x} & e_{i(j-1)y} & e_{i(j-1)z} \\ S_{i(j-1)x} & S_{i(j-1)y} & S_{i(j-1)z} \\ K_{i(j-1)x} & K_{i(j-1)y} & K_{i(j-1)z} \end{vmatrix} \leq \varepsilon; \quad |\vec{e}_{i,j-1} \times \vec{S}_{i,j-1}| \leq \varepsilon, \quad |\vec{e}_{i,j-1} \times \vec{K}_{i,j-1}| \leq \varepsilon, \quad |\vec{S}_{i,j-1} \times \vec{K}_{i,j-1}| \leq \varepsilon, \quad (1)$$

где ε подбирается в зависимости от заданной точности решения ОЗК. Если векторы $\vec{e}_{i,j-1}$, $\vec{S}_{i,j-1}$ и $\vec{K}_{i,j-1}$ удовлетворяют (1), то по утверждению 1 итерационный шаг $\Delta\theta_{ij} = 0$. Это означает, что целевая функции $F_R(q_{ij})$ уже находится в точке локального минимума и $(j+1)$ -й итерационный шаг переходит к $(i+1)$ -му звену. Если векторы $\vec{e}_{i,j-1}$, $\vec{S}_{i,j-1}$ и $\vec{K}_{i,j-1}$ удовлетворяют утверждению 1, то итерационный шаг $\Delta\theta_{ij}$ для определения локального минимума целевой функции $F_R(q_{ij})$ определяем по формуле:

$$\Delta\theta_{11} = f(|(\vec{e}_{ij-1} \times \vec{S}_{ij-1}) \times (\vec{e}_{ij-1} \times \vec{K}_{ij-1})|, (\vec{e}_{ij-1} \times \vec{S}_{ij-1}) \cdot (\vec{e}_{ij-1} \times \vec{K}_{ij-1})) = f(y, x), \quad E(f) = (-\pi; \pi],$$

$$\text{где } f(y, x) = \begin{cases} \arctg(y/x) & \text{если } x > 0, \\ \arctg(y/x) + \pi & \text{если } x < 0 \text{ и } y \geq 0, \\ \arctg(y/x) - \pi & \text{если } x < 0 \text{ и } y < 0, \\ +\pi/2 & \text{если } x = 0 \text{ и } y > 0, \\ -\pi/2 & \text{если } x = 0 \text{ и } y < 0, \\ \text{неопределенность} & \text{если } x = 0 \text{ и } y = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Строка «неопределенность» соответствует условию коллинеарности векторов $\vec{e}_{i,j-1}$, $\vec{S}_{i,j-1}$ и $\vec{K}_{i,j-1}$. Рассмотрим это условие для векторов попарно:

$$y = 0 \Rightarrow \begin{cases} \vec{e}_{ij-1} \parallel \vec{S}_{ij-1} \Rightarrow \Delta\theta_{ij} - \text{отсутствует}, \\ \vec{e}_{ij-1} \parallel \vec{K}_{ij-1} \Rightarrow \Delta\theta_{ij} - \text{отсутствует}, \\ \vec{S}_{ij-1} \parallel \vec{K}_{ij-1} \Rightarrow \Delta\theta_{ij} = 0. \end{cases} \quad (3)$$

Отсутствие $\Delta\theta_{ij}$ означает отсутствие понятия угла между точкой и прямой или между двумя точками, в которые вырождаются проекции векторов ортогональных плоскости e_{ij} . Вычисляем обобщенную координату для i -го сочленения и j -й итерации $\theta_{ij} = \theta_{i,j-1} + \Delta\theta_{ij}$. Коррекция приращения обобщенной координаты $\Delta\theta_{ij}$ с учетом конструктивных ограничений выполняется по формулам:

$$\Delta\theta_{ij} = \begin{cases} L_{1i} - \theta_{i,j-1} & \text{если } \theta_{ij} \notin [L_{1i}..L_{2i}] \text{ и } \theta_{ij} < L_{1i}, \\ L_{2i} - \theta_{i,j-1} & \text{если } \theta_{ij} \notin [L_{1i}..L_{2i}] \text{ и } \theta_{ij} > L_{2i}, \\ \theta_{ij} - \theta_{i,j-1} & \text{если } \theta_{ij} \in [L_{1i}..L_{2i}]. \end{cases} \quad (4)$$

с подстановкой в неё θ_{ij} , $\theta_{i,j-1}$, L_{1i} и L_{2i} . Матрицей поворота относительно произвольной оси (5) осуществляем преобразование векторов $\vec{e}_{i,j-1}$ и $\vec{M}_{i,j-1}$

$$M(\vec{e}, \Delta\theta) = \begin{pmatrix} c\Delta\theta + (1-c\Delta\theta)e_x^2 & (1-c\Delta\theta)e_x e_y - s\Delta\theta \cdot e_z & (1-c\Delta\theta)e_x e_z + s\Delta\theta \cdot e_y \\ (1-c\Delta\theta)e_x e_y + s\Delta\theta \cdot e_z & c\Delta\theta + (1-c\Delta\theta)e_y^2 & (1-c\Delta\theta)e_y e_z - s\Delta\theta \cdot e_x \\ (1-c\Delta\theta)e_x e_z - s\Delta\theta \cdot e_y & (1-c\Delta\theta)e_y e_z + s\Delta\theta \cdot e_x & c\Delta\theta + (1-c\Delta\theta)e_z^2 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

в векторы \vec{e}_{ij} и \vec{M}_{ij} относительно оси $\vec{e}_{i,j-1}$ на угол $\Delta\theta_{ij}$ для $i = i, \dots, n$, где $c\Delta\theta = \cos(\Delta\theta_{ij})$, $s\Delta\theta = \sin(\Delta\theta_{ij})$, $(e_{i,j-1})_x$, $(e_{i,j-1})_y$, $(e_{i,j-1})_z$ – проекции единичного вектора $\vec{e}_{i,j-1}$

на оси системы координат $x_0y_0z_0$. Определяем векторы $\vec{S}_{ij} = \sum_i^n \vec{M}_{ij}$ и $\vec{R}_j = \vec{K}_{i,j-1} - \vec{S}_{ij}$.

Значение локального минимума целевой функции $F_R(q_{ij}) = |\vec{R}_j|$. Проверяем полученное решение ОЗК по неравенствам:

$$F_R(q_{i1k1}) < \varepsilon_R, F_{\alpha1}(\theta_{i2k2}) < \varepsilon_{\alpha1} \text{ и } F_{\alpha2}(\theta_{i3k3}) < \varepsilon_{\alpha2}, \quad (6)$$

подставляя в первое из них $F_R(q_{ij})$. Текущие значения целевых функций $F_{\alpha1}(q_{ij}) = |\alpha_1|$ и $F_{\alpha2}(q_{ij}) = |\alpha_2|$ определяются аналогично для векторов $\vec{e}_{i,j-1}$, $\vec{M}_{n,j-1}$, \vec{E}_x и $\vec{e}_{i,j-1}$, $\vec{e}_{n,j-1}$, \vec{E}_z . Если в (6) выполняются все три неравенства, то задача ОЗК решена.

Если неравенство $F_R(q_{ij}) < \varepsilon_R$ не выполняется, то переходим к $(i+1)$ -му звену и $(j+1)$ -й итерации и т.д. циклически меняя номера звеньев с ростом числа итераций до выполнения неравенства $F_R(q_{i1k1}) < \varepsilon_R$, где k_1 – число итераций для достижения глобального минимума $F_R(q_{i1k1})$.

Для j -й итерации i -го звена с кинематической парой в виде призмы определяем вспомогательные векторы

$$\vec{S}_{i,j-1} = \sum_i^n \vec{M}_{i,j-1} \text{ и } \vec{K}_{i,j-1} = \vec{S}_{i,j-1} + \vec{R}_{j-1}, \text{ где}$$

$|\vec{R}_{j-1}| = F_R(q_{i-1,j-1})$ из предыдущей $(j-1)$ -й итерации. На Рис. 3 итерационное действие

показано в двух положениях: до выполнения j -й итерации и после. По утверждению 2 смещение определяется по формуле $\Delta d_{ij} = \vec{R}_{j-1} \cdot \vec{e}_{i,j-1} / |\vec{e}_{i,j-1}|$. Обобщенная

координата $d_{ij} = d_{i(j-1)} + \Delta d_{ij}$. Коррекция приращения обобщенной координаты Δd_{ij} с учетом конструктивных ограничений выполняется по формулам (4) с подстановкой d_{ij} , $d_{i,j-1}$, L_{1i} и L_{2i} .

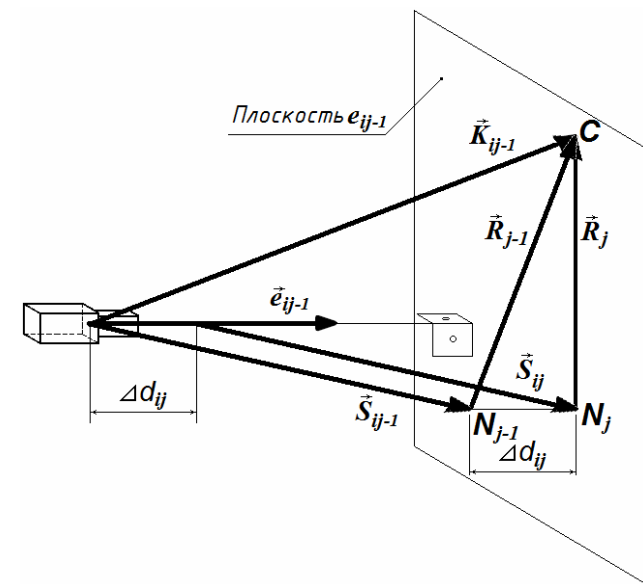


Рис. 3. Векторы до выполнения итерационного шага и после

Длина вектора \vec{M}_{ij} с учетом смещения $|\vec{M}_{ij}| = |\vec{M}_{i,j-1}| - \Delta d_{ij}$. Локальный минимум целевой функции $F_R(q_{ij}) = |\vec{R}_j|$. Переходим к $(i+1)$ звену для выполнения $(j+1)$

итерации и т.д. до выполнения условия $F_R(q_{ik1}) < \varepsilon_R$. Далее переходим к минимизации целевой функции $F_{\alpha 1}(\bar{q})$.

Минимизация целевой функции $F_{\alpha 1}(\bar{q})$ по ориентации вдоль продольной оси ЗУ для j -й итерации i -го звена выполняется следующим образом. Решение осуществляется минимизацией целевой функции $F_{\alpha 1}(\theta_{ij})$, значением которой является угол α_{1j-1} между текущим вектором $\vec{M}_{n j-1}$ и заданным вектором \vec{E}_x . Проверка векторов $\vec{e}_{i j-1}$, $\vec{M}_{n j-1}$ и \vec{E}_x на компланарность и коллинеарность осуществляется по формулам (1). Если векторы $\vec{e}_{i j-1}$, $\vec{M}_{n j-1}$ и \vec{E}_x удовлетворяют (1), то осуществляется переход к $(i-1)$ -му звену и $(j+1)$ -й итерации. Если векторы $\vec{e}_{i j-1}$, $\vec{M}_{n j-1}$ и \vec{E}_x удовлетворяют утверждению 3, то j -й итерационный шаг $\Delta\theta_{ij}$ для i -го звена определяется по формуле (2) для векторов $\vec{e}_{i j-1}$, $\vec{M}_{n j-1}$ и \vec{E}_x . Обобщенная координата $\theta_{ij} = \theta_{i j-1} + \Delta\theta_{ij}$. Коррекция приращения $\Delta\theta_{ij}$ с учетом конструктивных ограничений выполняется по формулам (4) с подстановкой θ_{ij} , $\theta_{i j-1}$, L_{1i} и L_{2i} . Преобразование векторов $\vec{e}_{i j-1}$ и $\vec{M}_{i j-1}$ в векторы \vec{e}_{ij} и \vec{M}_{ij} относительно оси $\vec{e}_{i j-1}$ на угол $\Delta\theta_{ij}$ осуществляем матрицей (5) для $i=i, \dots, n$, где $c\Delta\theta = \cos(\Delta\theta_{ij})$, $s\Delta\theta = \sin(\Delta\theta_{ij})$ и $(e_{i j-1})_x$, $(e_{i j-1})_y$, $(e_{i j-1})_z$ – проекции единичного вектора $\vec{e}_{i j-1}$ на оси системы координат $x_0y_0z_0$. На Рис. 4 показаны два положения векторов, до выполнения итерационного шага и после. Локальный минимум целевой функции $F_{\alpha 1}(\theta_{ij}) = |\alpha_{1j}|$. Проверяем полученное решение ОЗК по неравенствам (6). Если неравенство $F_{\alpha 1}(\theta_{ij}) < \varepsilon_{\alpha 1}$ не выполняется, то переходим к звену с номером $i-1$ и итерации с номером $j+1$. Определяем итерационный шаг $\Delta\theta_{(i-1)(j+1)}$, получаем локальный минимум $|\alpha_{1j+1}| = |\alpha_{1(j+2)}|$ и т.д. до выполнения второго неравенства в (6) $F_{\alpha 1}(\theta_{ik2}) < \varepsilon_{\alpha 1}$, где k_2 – число итераций для достижения глобального минимума $F_{\alpha 1}(\theta_{ik2})$.

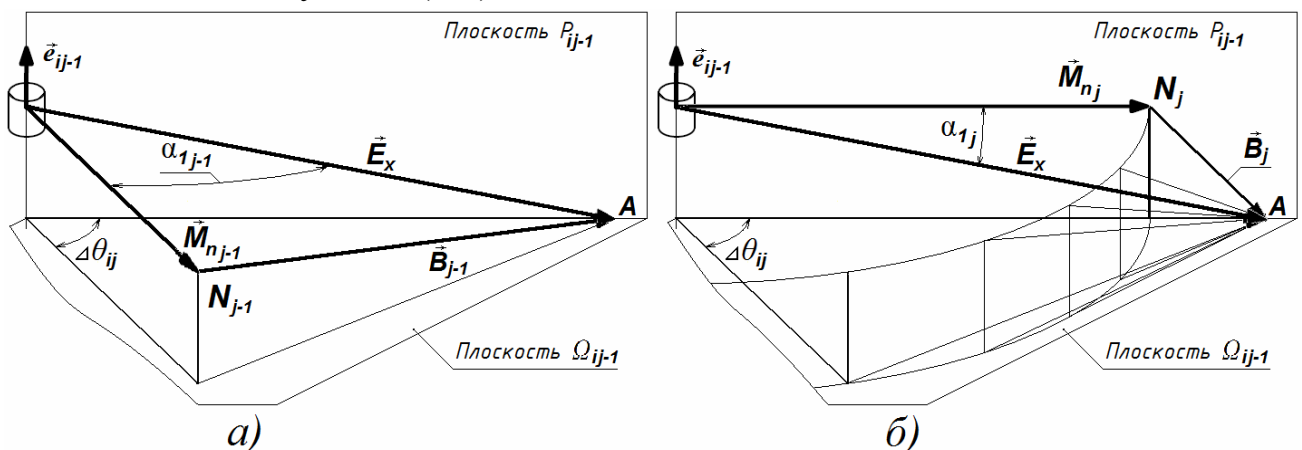


Рис. 4. а) до выполнения итерационного шага
б) после выполнения итерационного шага

Далее переходим к минимизации целевой функции $F_{\alpha 2}(\bar{q})$.

Минимизация целевой функции $F_{\alpha 2}(\bar{q})$ по ориентации вдоль поперечной оси конечного звена для i -го звена и j -й итерации выполняется

аналогично с векторами $\vec{e}_{i, j-1}$, $\vec{e}_{n, j-1}$ и \vec{E}_z для случая $\vec{e}_{n, j-1} \perp \vec{M}_n$, в противном случае вместо $\vec{e}_{n, j-1}$ вводится вектор $\vec{M}_{don} \perp \vec{M}_n$ и задача решается до выполнения третьего неравенства в (6) $F_{\alpha 2}(\theta_{ik3}) < \varepsilon_{\alpha 2}$, где k_3 – число итераций для достижения глобального минимума $F_{\alpha 2}(\theta_{ik3})$. Далее возвращаемся к минимизации целевой функции $F_R(\vec{q}')$ и т. д. до достижения выполнения всех неравенств в (6), что соответствует решению ОЗК.

В четвертой главе приведены результаты решения ОЗК. Для сравнения ОЗК решена предлагаемым методом и методом Якоби для модели ИУ, показанной на Рис. 5.

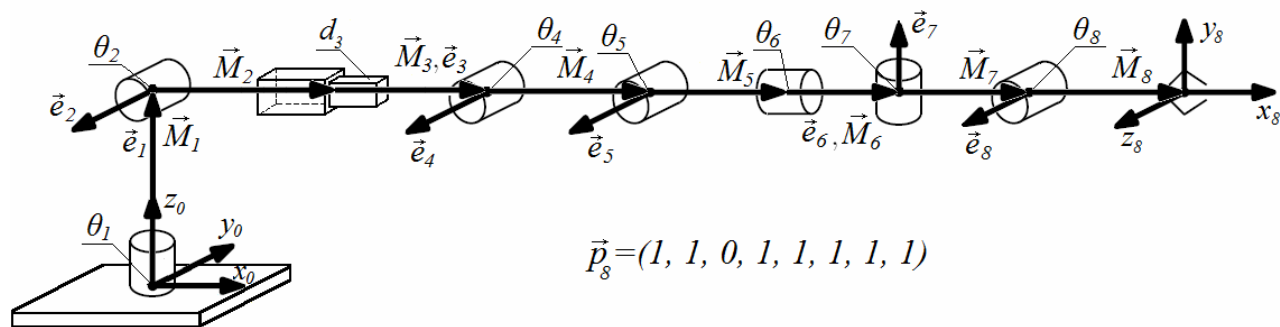


Рис. 5. Векторная математическая модель ИУ

Результат решения задачи ОЗК предлагаемым методом приведен в виде однородной матрицы:

$$T_{Nk} = \begin{pmatrix} 0,950957 & -0,140914 & 0,275362 & 3,50067 \\ 0,173983 & -0,492377 & -0,852816 & 0,000031 \\ 0,255756 & 0,8589 & -0,443712 & 0,499905 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Результат решения задачи ОЗК методом Якоби приведен в виде однородной матрицы:

$$T_{Nk} = \begin{pmatrix} 0,951630 & -0,139312 & 0,273848 & 3,500776 \\ 0,173037 & -0,493496 & -0,852361 & 0,000607 \\ 0,253887 & 0,858518 & -0,445519 & 0,492074 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Время решения ОЗК для достижения практически одинаковой точности (см. (7) и (8)) методом МКПС и методом Якоби составляет 128 мс и 13834 мс. По результатам решения можно сделать вывод, что предлагаемый метод решает ОЗК в 108 раз быстрее метода Якоби.

Прохождение сингулярных конфигураций осуществляется по алгоритму в зависимости от вида её проявления. На Рис. 6, на примере семистепенного МР European Robotic Arm, показано движение запястья параллельно оси y_0 , при котором ИУ попадает в сингулярную конфигурацию, в так называемый карданный замок. Прохождение обеспечивается путем ограничения обобщенных координат $\theta_5 < 80^\circ$, $\theta_6 < 80^\circ$ или заданием $\theta_1 = \text{Const}$ в окрестности сингулярной

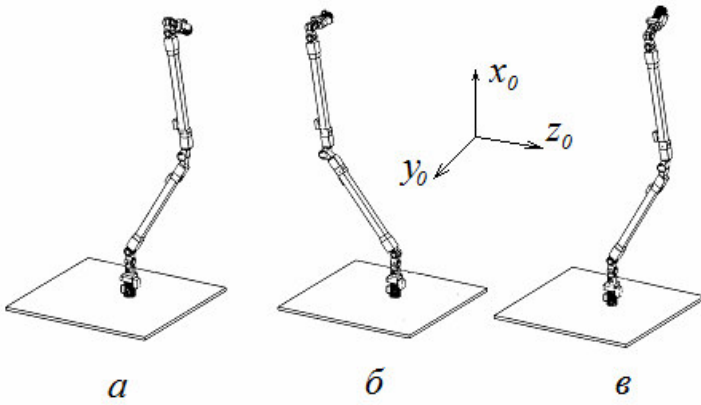
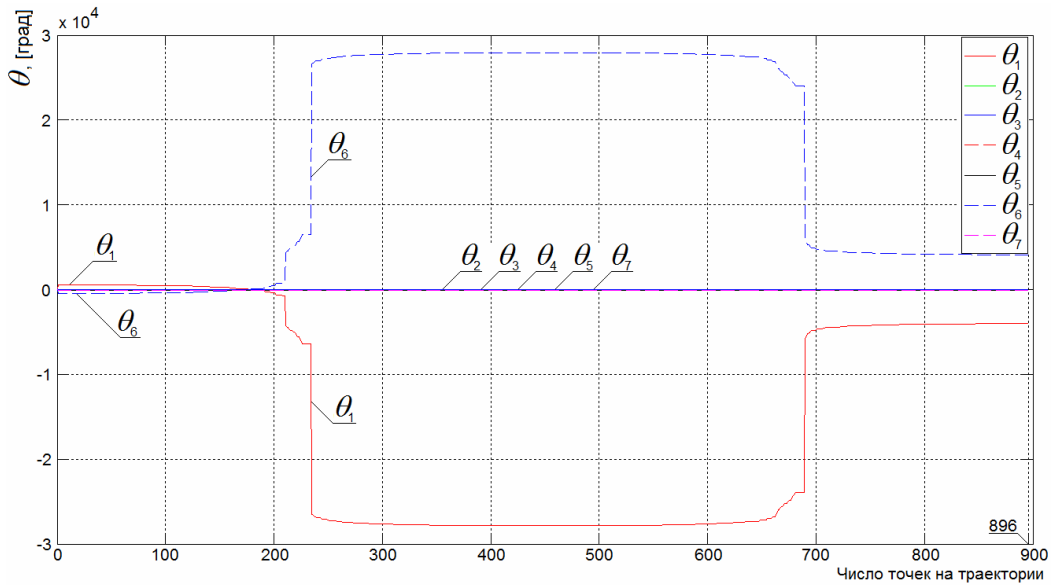
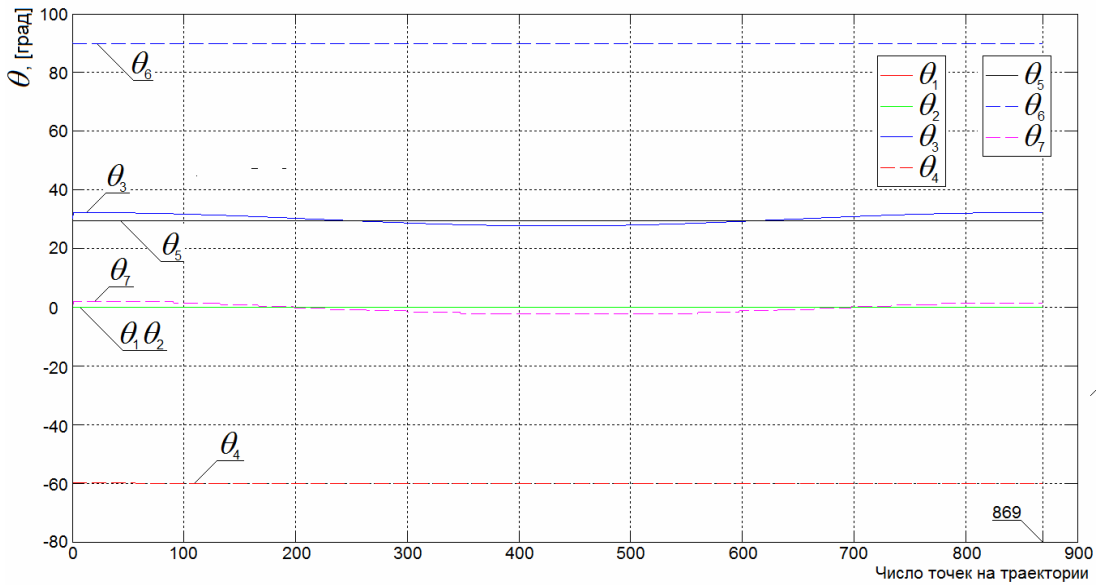


Рис. 6. Движение запястья через окрестность сингулярной конфигурации

конфигурации, что исключает «зацикливание» итерационного процесса решения ОЗК в виде быстрого вращения локтевых звеньев. Графики обобщенных координат при движении в окрестности сингулярной конфигурации без алгоритма прохождения и с алгоритмом представлены на Рис. 7.



а)



б)

Рис. 7. Графики обобщенных координат при прохождении сингулярной конфигурации: а – без алгоритма, б – с алгоритмом.

Испытание предлагаемого метода проведено на реальном МР,

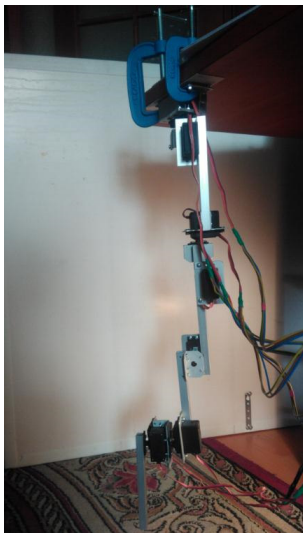


Рис. 8. МР

показанном на Рис. 8, который представляет собой ИУ последовательной структуры с восьмью степенями подвижности в виде шарнира с сервоприводами. Для проведения испытания собрана экспериментальная установка в следующем составе: МР, плата формирования ШИМ STM32F407G-DISC1 для управления сервоприводами звеньев ИУ, ноутбук «ASUS Zenbook», динамически подключаемая библиотека решения ОЗК, ПАК, интерактивный пульт управления реальным МР на экране ноутбука «ASUS Zenbook», источник питания сервоприводов Mastech HY3005D, рукоятка управления 3D Connexion Space Navigator, видеочамера на смартфоне «ASUS Zenfone ZB501KL», измерительные инструменты и приспособления.

На реальном МР проводятся следующие три эксперимента: 1. однократное решение ОЗК, 2. движение ЗУ по траектории вдоль X, 3. движение ЗУ по траектории дифферента ψ . Результаты эксперимента №1 представлены в Таблице 1 и на Рис. 9 в виде графиков обобщенных координат от числа итераций.

Таблица 1

Результаты испытания

№ экс.	Параметры	X, [мм]	Y, [мм]	Z, [мм]	ϕ , [°]	ψ , [°]	θ , [°]
1	Начальные	-11,8	-498,9	-73,4	239,782	272,244	239,270
	Заданные	100	-400	0,0	5	-50	0
	Полученные	99,5	-399,4	-0,3	5,074	-50,491	-0,138
	Измеренные	89	95	66	3	-45	2

Если в Таблице 1 сравнить заданные и полученные результаты после решения ОЗК, то они соответствуют заданным параметрам точности по

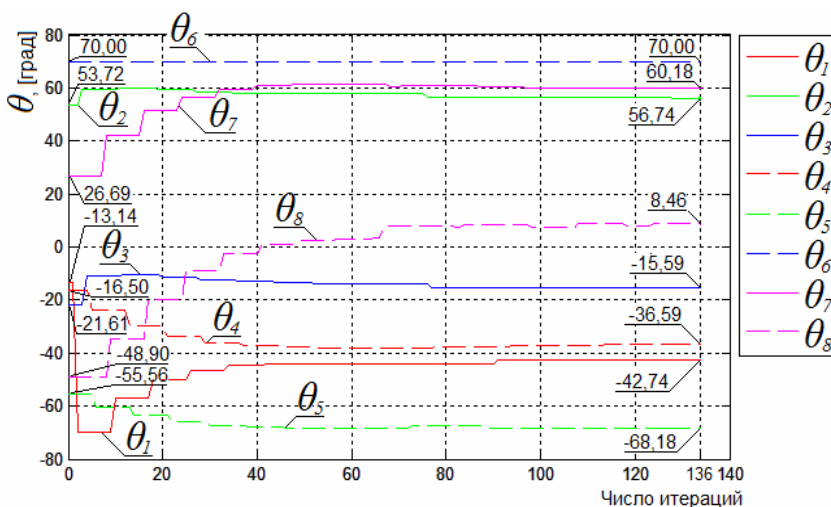


Рис. 9. Графики обобщенных координат ИУ при решении ОЗК в зависимости от числа итераций

положению 0,001 и по ориентации 0,01, что соответствует 1 мм по положению и 0,573° по ориентации. Отклонения замеренных значений от полученных объясняются статической ошибкой П-регуляторов в приводах звеньев. Схема замера показана на Рис. 10. Время решения ОЗК

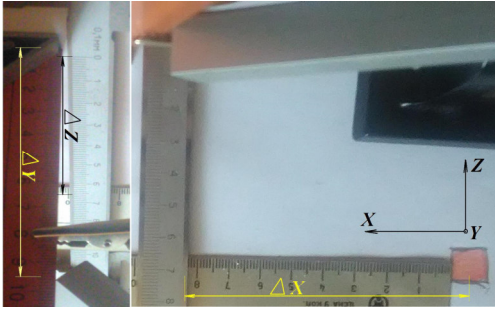


Рис. 10. Замер положения ЗУ

равно 9 мс. Оценка времени решения ОЗК получена на микроконтроллере STM32F407VGT6 при тактовой частоте ядра ARM Cortex-M4F равной 144 МГц. Второй и третий эксперименты показаны в диссертационной работе. Проведенные эксперименты подтвердили работоспособность предлагаемого метода на реальном МР.

ОБЩИЕ ВЫВОДЫ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получено новое научно обоснованное техническое решение, имеющее значение в области разработки и проектирования манипуляционных роботов. Разработанный в диссертационной работе метод решения обратной задачи кинематики для манипуляционных роботов последовательной структуры позволяет развивать и создавать современные системы управления манипуляционными роботами в различных областях применения в условиях автоматического функционирования в средах опасных для непосредственного участия человека.

В диссертационной работе получены следующие основные результаты:

1. Разработан новый итерационный метод решения ОЗК, названный методом «конечного поворота и смещения», для манипуляционных роботов последовательной структуры с произвольным числом обычных звеньев и звеньев пантографного типа, связанных кинематическими парами пятого класса в виде шарнира и призмы, способный решать ОЗК на два порядка быстрее методов основанных на матрице Якоби.

2. Достигнуто существенное уменьшение вычислительных затрат в методе с помощью разработанных одномерных одношаговых способов поиска локальных минимумов для сложных целевых функций положения и ориентации захватного устройства,

3. Разработано программное обеспечение по алгоритму метода решения ОЗК, структура которого формируется из модулей универсальной части алгоритма в виде динамически подключаемой библиотеки, содержащей все необходимые подпрограммы для организации решения ОЗК, и индивидуальной для конкретного манипуляционного робота в виде заданной векторной модели исполнительного устройства.

4. Разработан программно-аппаратный комплекс получения необходимой информации для анализа и настройки метода по обеспечению безаварийного применения манипуляционного робота.

5. Разработан алгоритм прохождения различных по виду сингулярных конфигураций в автоматическом режиме, позволяющий обеспечить движение захватного устройства в рабочей зоне по произвольным траекториям.

6. Подтверждена работоспособность метода графически в редакторе AutoCAD, сравнением решений ОЗК разработанным методом и методом Якоби и проведением испытания на реальном многозвенном манипуляционном роботе.

7. Достигнута предельная задаваемая точность метода при использовании на ЭВМ четырехбайтных вещественных чисел для решения ОЗК, которая составляет по положению 0,01 мм и по ориентации 2 угловых секунды.

8. Получена линейная зависимость времени решения ОЗК от числа звеньев исполнительного устройства и оценка времени решения. Для исполнительного устройства с 60-ю звеньями время решения ОЗК составляет 235 мс. Оценка времени проводилась на микроконтроллере STM32F407VGT6 при тактовой частоте ядра ARM Cortex-M4F равной 144 МГц и при заданной точности $\varepsilon_{\text{зад}} = 0,001$ для каждой целевой функции, что соответствует 1 мм по положению и 3,44 минуты по ориентации.

СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Данилов А.В., Кропотов А.Н., Трифонов О.В. Общий подход к решению обратной задачи кинематики для манипуляторов последовательной структуры с помощью конечного поворота и смещения // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2018. № 81. 15 с. doi:10.20948/prepr-2018-81
URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2018-81> (0,63 п.л.)
2. Данилов А.В., Кропотов А.Н., Трифонов О.В. Применение метода конечного поворота и смещения для манипулятора последовательной структуры с кинематическими парами пятого класса // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2018. № 107. 16 с. doi:10.20948/prepr-2018-107
URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2018-107> (0,68 п.л.)
3. Данилов А.В., Кропотов А.Н. Применение метода «конечного поворота и смещения» для подводных манипуляционных роботов последовательной структуры со звеньями пантографного типа // Подводные исследования и робототехника №2 (28) 2019 С.41-46 DOI: 10.25808/24094609.2019.28.2.005
URL: <http://jmtп.febras.ru/journal/2-28-2019/41-46.pdf> (0,26 п.п.)
4. Данилов А.В. Моделирование испытания метода «конечного поворота и смещения» на прохождении манипуляционным роботом European Robotic Arm сингулярных точек // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2019. № 11. С. 128–138. DOI:10.34031/2071-7318-2019-4-11-128-138
5. Данилов А.В. Применение метода «конечного поворота и смещения» в управлении параболической антенной // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2019. № 12. С. 162–169. DOI:10.34031/2071-7318-2019-4-12-162-169
6. Данилов А.В. Метод «конечного поворота и смещения» для решения обратной задачи кинематики для манипуляторов с последовательно соединенными звеньями // Журнал Морские интеллектуальные технологии/Marine Intellectual Technologies № 4 Т.2, 2019/No 4 V.2,2019 С. 114–119.(0,26 п.л.)URL: http://morintex.ru/wp-content/files_mf/1580826366MITVOL46No4PART22019.pdf
7. Данилов А.В., Кропотов А.Н. Общий подход к решению обратной задачи кинематики для манипуляторов с последовательно соединенными звеньями // «Морская Робототехника 2019». Труды международных конференций по морской робототехнике для освоения океана. СЕН, 2019, Санкт-Петербург,

Россия. Санкт-Петербургский государственный морской технический университет. С.136-152 (0,72 п.л.)

8. Данилов А.В., Кропотов А.Н. Анализ параметров манипуляторов для технологических операций под водой // Современные методы и средства океанологических исследований. Материалы XV Международной научно-технической конференции «МСОИ-2017» : в 2 т. - М. : АПР, 2017. С. 216-220 (0,21 п.л.)
9. Данилов А.В., Кропотов А.Н. Особенности реализации микропроцессорных систем управления высокоточных подводных манипуляторов // Современные методы и средства океанологических исследований. Материалы XV Международной научно-технической конференции «МСОИ-2017» : в 2 т. - М. : АПР, 2017. С. 220-223 (0,17 п.л.)
10. Данилов А.В. Система управления электрогидравлическими манипуляторами на подводном аппарате // Материалы XII молодёжной научно-технической конференции «Взгляд в будущее - 2014» СПб - АО «ЦКБ МТ «Рубин». 2014. С. 171-178 (0,34 п.л.)
11. Данилов А.В. Общее решение обратной задачи кинематики для манипулятора с любым количеством звеньев, соединенных кинематическими парами пятого класса // Материалы XV молодёжной научно-технической конференции «Взгляд в будущее - 2017» СПб - АО «ЦКБ МТ «Рубин». 2017. С. 226-233 (0,34 п.л.)