УДК 62.50
ББК 32.817

СИНТЕЗ АВТОНОМНОГО УПРАВЛЕНИЯ В НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМАХ ПРИ ДЕЙСТВИИ ВНЕШНИХ ВОЗМУЩЕНИЙ

Дик В. В.[1]
(Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Москва)

Краснова С. А.[2]
(*Учреждение Российской академии наук Институт проблем управления РАН, Москва*)

Рассматриваются нелинейные системы слежения со многими входами и многими выходами при действии внешних, несогласованных возмущений. Разработаны принципы организации и условия существования эквивалентной блочной формы «вход–выход», которая является основой для синтеза автономного управления выходными переменными без расширения пространства состояний за счет ввода динамических компенсаторов, порождающих производные управляющих воздействий. Разработаны принципы построения наблюдателей смешанных переменных нового координатного базиса, не требующие ввода динамических моделей возмущающих и задающих воздействий.

Ключевые слова: нелинейные системы, внешние возмущения, автономное управление, блочный подход, наблюдатель на скользящих режимах.

---

[1] *Владимир Вадимович Дик, преподаватель, аспирант* (*dikvladim@yandex.ru*).
[2] *Светлана Анатольевна Краснова, доктор технических наук, профессор (skrasnova@list.ru).*

1. Введение

В работе изучается задача слежения за заданными сигналами выходных переменных нелинейного объекта автоматического управления со многими выходами и многими выходами (MIMO система) при действии внешних возмущений. Автономное управление понимается как возможность управлять выходными переменными независимо друг от друга с помощью соответствующих управляющих воздействий [5, 6]. Такая задача, в частности, возникает в случае, когда управление многосвязным объектом ведется несколькими операторами, причем каждый регулирует некоторый отдельный параметр (группу параметров). Синтез автономного управления позволяет исключить перекрестные связи между операторами. Другая часто встречающаяся практическая ситуация возникает при необходимости обеспечить независимые переходные процессы по отдельным выходным переменным.

В данной работе рассматривается класс нелинейных систем, для которых условия согласования и разрешимости «узкой» задачи автономного управления не выполнены. В рамках блочного подхода разработаны концепция и принципы организации блочной формы «вход–выход» с учетом внешних, несогласованных возмущений (БФВВ), формализованы необходимые и достаточные условия ее существования. Данная форма является основой для декомпозиционного синтеза автономного управления группами выходных переменных, имеющих одинаковую относительную степень. Принципиальной особенностью предлагаемого подхода является синтез обратной связи и по состоянию, и по внешним воздействиям, который не предусматривает иной возможности расширения пространства состояний и динамической компенсации, кроме той, которая заложена в подсистеме наблюдения.

На основе БФВВ разработана структура системы наблюдения неизмеряемых переменных и внешних воздействий. Показано, что использование наблюдателей на скользящих режимах является альтернативой по отношению к расширенным постановкам задач автономного управления, так как не требует ввода динамических генераторов внешних воздействий. Полученные результаты являются развитием декомпозиционных методов анализа и синтеза для MIMO систем в линейной постановке [1].

2. Описание проблемы. Постановка задач

Рассматривается математическая модель нелинейной динамической системы автоматического управления со многими выходами и многими выходами вида

(1) $\dot{x} = f(x) + q(x)\eta + b(x)u,\ y_1 = h(x),$

где $x \in X \subset R^n$ – вектор состояния, $u \in R^{m_1}$ – вектор управления, $y_1 \in R^{m_1}$ – вектор выходных (регулируемых) переменных; $\eta(t) \in R^s$ – вектор внешних возмущений, которые полагаются неизвестными ограниченными функциями времени с ограниченными производными $\left\|\eta^{(i)}(t)\right\| \le N_i\ \forall t > 0,\ i = \overline{0, n-1}$, N_i – известные константы; $f(x) = \mathrm{col}(f_1, ..., f_n)$, $b(x) = (b_1, ..., b_{m_1})$, $h(x) = \mathrm{col}(h_1, ..., h_{m_1})$, $q(x) = (q_1, ..., q_s)$, в общем случае $f_i, q_k, b_j \in C^{n-1}$, $h_j \in C^n$. Аналитический вид элементов $h(x)$, $b(x)$ известен и $1 < \mathrm{rank}(\partial h / \partial x) = \mathrm{rank}\, b(x) = m_1 < n$. Здесь и далее вводимые ранговые условия и диффеоморфные замены переменных имеют локальный характер и считаются справедливыми в некоторой открытой рабочей области изменения переменных $x \in X \subset R^n$, которая определяется из предметных соображений.

Ставится задача синтеза обратной связи (по состоянию и внешним воздействиям), обеспечивающей слежение за заданными (допустимыми) траекториями $g(t) \in R^{m_1}$ выходных переменных y_1 инвариантно в асимптотике к действию внешних возмущений:

(2) $\lim\limits_{t \to \infty} y_1(t) = g(t)$.

Текущие значения $g(t)$ наблюдаются, аналитический вид данных функций неизвестен. Предполагается, что

$\left\| g^{(i)}(t) \right\| \le G_i,\ i = \overline{0, n},\ \forall t \ge 0$, где G_i – известные константы. Требование гладкости на компоненты векторов внешних воздействий $\eta(t), g(t)$ не накладывается. Достаточно, чтобы они и их производные указанных порядков были кусочно-непрерывны и ограничены.

Классический подход к решению указанной задачи состоит в представлении модели объекта управления (1) в виде m_1 связанных одноканальных канонических подсистем «вход–выход», в каждой из которых независимо решается задача автономного управления выходными переменными [7]. При этом i-я подсистема ($i = \overline{1, m_1}$) имеет размерность $p_i \in N$, $p_1 + p_2 + \ldots + p_{m_1} \le n$, где ($p_1, \ldots, p_{m_1}$) – вектор относительных степеней. В случае, когда данное неравенство строгое, дополнительным требованием является ограниченность решений подсистемы внутренней динамики.

Условия существования эквивалентной покомпонентной модели «вход–выход» в «узкой» постановке (т.е. без расширения пространства состояний за счет динамических моделей, порождающих производные управляющих и возмущающих воздействий) включают совокупность следующих требований [7]:

(3) $L_{b_i} L_f^0 h_j(x) = L_{b_i} L_f^1 h_j(x) = \ldots = L_{b_i} L_f^{p_j - 2} h_j(x) = 0,\ i, j = \overline{1, m_1}$,

где $L_{b_i} L_f^0 h_j = (\partial h_j / \partial x) b_i(x)$, $L_{b_i} L_f^k h_j = (\partial L_f^k h_j / \partial x) b_i(x)$;

(4) $\det \widetilde{B}(x) \ne 0,\ \ \widetilde{B}(x) = (B_j(x)),\ B_j(x) = (L_{b_i} L_f^{p_j - 1} h_j)$, $i, j = \overline{1, m_1}$;

(5) $\det \left(\dfrac{\partial \overline{H}(x)}{\partial x} \right) \ne 0$, $\overline{H} = (h^j)$, $j = \overline{1, m_1}$, $h^j = (L_f^{i-1} h_j)$, $i = \overline{1, p_j}$;

(6) $\operatorname{rank} b(x) = \operatorname{rank}(b(x)\ \ q(x)) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow L_{q_i} L_f^0 h_j = \ldots = L_{q_i} L_f^{p_j - 2} h_j = 0,\ i = \overline{1, s},\ j = \overline{1, m_1}$.

Выполнение условия (6) означает, что инвариантность в асимптотике выходных переменных к внешним возмущениям можно обеспечить с помощью комбинированного управления, если имеются текущие оценки внешних возмущений. Стандартный подход [4, 5, 7] заключается в расширении пространства состояний за счет ввода автономных динамических моделей, имитирующих действие внешних возмущений, а также генератора задающих воздействий при решении задачи слежения за незатухающими функциями времени. Заметим, что дополнительно к (6) выполнение условия $L_{q_i} L_f^{p_j - 1} h_j = 0$ означает полную инвариантность выходных переменных к внешним возмущениям.

Если условие (4) не выполняется, то «узкая» задача автономного управления выходными переменными не имеет решения. Тогда пространство состояний расширяется также за счет динамических компенсаторов, порождающих производные управляющих воздействий [5–7]. На вход данных компенсаторов подаются «новые» управления, относительно которых проверяется условия (3)–(4), и условие (5), для расширенного вектора состояний. Однако случай «расширенной» задачи автономного управления нелинейными системами при действии внешних возмущений на сегодняшний момент фундаментально не разработан. Дополнительные ограничения и проблемы возникают в случае, когда не весь вектор состояния подлежит прямым измерениям.

В данной работе рассматриваются системы (1), для которых допускается невыполнение условий согласования (6) и «узкая» задача автономного управления не имеет решения, т.е. условие (3) выполняется, а (4) – не выполняется, $\widetilde{B}(x) \neq O$, $\det \widetilde{B}(x) = 0$.

Существенное отличие предлагаемого подхода от классического решения расширенной задачи автономного управления [5–7] заключается в том, что в построения вводятся производные задающих, возмущающих и управляющих воздействий как функции времени, но не вводятся порождающие их динамические модели, т.е. вводимые производные трактуются как неизвестные ограниченные внешние воздействия. Проблема информационного обеспечения базовых законов комбинированного управления решается с помощью наблюдателей состояния с разрывными корректирующими воздействиями, функционирующих в скользящем режиме [3].

Работа имеет следующую структуру. Для системы (1) в разделе 3 вводится блочная эквивалентная форма «вход–выход» (БФВВ) с учетом несогласованных возмущений, которая состоит из связанных квадратных подсистем относительно групп выходных переменных, имеющих одинаковую относительную степень. Получены необходимые и достаточные условия существования БФНН. На основе БФВВ в рамках блочного подхода [1, 3, 6] разработана процедура синтеза автономного управления в каждой подсистеме, обеспечивающего (2).

В разделе 4 решаются проблемы информационного обеспечения базовых законов управления с помощью наблюдателей состояния на скользящих режимах. Рассматриваются случаи, когда прямым измерениям доступны: 1) все переменные состояния x; 2) только выходные переменные y_1. В первом случае наблюдатель служит для получения оценок смешанных переменных (комбинаций переменных состояния, внешних воздействий и их производных), непосредственно фигурирующих в законах комбинированного управления, что существенно упрощает структуру регулятора. Во втором случае формализуются дополнительные условия, при выполнении которых задача наблюдения неизмеряемых и требуемых для синтеза обратной связи переменных вектора состояний имеет решение инвариантно к асимптотике к действию внешних неизвестных возмущений.

3. *Структура блочной формы «вход–выход» нелинейной системы с учетом возмущений. Базовый закон управления*

В отличие от покомпонентных децентрализованных форм [4, 7] в данной работе для системы (1) вводится блочная форма (БФВВ), которая состоит из связанных квадратных подсистем «вход–выход» различной размерности с учетом несогласованных возмущений. Концепция БФВВ заключается в том, что в каждой подсистеме группы компонент выходного вектора, имеющих одинаковую относительную степень, регулируются «своими» управляющими воздействиями, не влияющими на поведение других выходных координат за счет компенсации перекрестных связей с помощью комбинированного управления. Синтез автономного управления, обеспечивающего желаемые переходные процессы при слежении выходных переменных за незатухающими сигналами, основан на приведении каждой подсистемы к каноническому виду относительно ошибок слежения. Допустимыми считаются законы комбинированного управления, в которых стабилизирующая составляющая – линейная функция от переменных состояния и внешних воздействий, компенсирующая составляющая – функции и сигналы, принадлежащие пространству управления. Если в системе (1) условия (4), (6) не выполнены, этот процесс порождает производные «чужих» управляющих воздействий и внешних воздействий, которые в «узкой» постановке трактуются как неизвестные ограниченные функции времени. Для сохранения структурных свойств управляемости в каждой подсистеме (что означает отсутствие произведений «своих» управляющих воздействий на «чужие» управляющие воздействия и внешние возмущения, а также их производные), к составу аргументов матриц перед внешними возмущениями и управляющими воздействиями в БФВВ предъявляются специальные требования.

В силу данной концепции для нелинейной MIMO системы (1) вводится БФВВ вида

$$\begin{aligned} &\dot{\bar{y}}_i = y_{i+1} + \bar{Q}_i(y_1,\ldots,y_i)\eta + \hat{B}_i(y,x_\mu)u,\ i=\overline{1,\mu-1}, \\ (7)\quad &\dot{\tilde{y}}_i = \tilde{h}_i(y,x_\mu) + \tilde{Q}_i(y,x_\mu)\eta + \tilde{B}_i(y,x_\mu)u,\ i=\overline{1,\mu}; \end{aligned}$$

$$(8)\quad \dot{x}_\mu = f_\mu(y,x_\mu) + Q_\mu(y,x_\mu)\eta + B_\mu(y,x_\mu)u,$$

которая получена в результате диффеоморфной замены локальных переменных

$$(9)\quad H(\bar{x},x_\mu) = y = \mathrm{col}(y_1,\ldots,y_{\mu-1},\tilde{y}_\mu) \in R^l,\ \mathrm{rank}(\partial H(x)/\partial \bar{x}) = l,$$

где с точностью до перестановок $x = \mathrm{col}(\bar{x}, x_\mu)$, $\bar{x} \in R^l$, $H(\bar{x},x_\mu)$ – вектор-функция из l элементов, $y_i = \mathrm{col}(\bar{y}_i,\tilde{y}_i) \in R^{m_i}$,

$i=\overline{1,\mu-1}$, $\tilde{y}_\mu = y_\mu$, $\mu \le n$ – максимальная относительная степень, $m_1+...+m_\mu = l$, $l+\dim x_\mu = n$, $\dim \bar{y}_i = \dim y_{i+1} = m_{i+1} \ne 0$,

(10) $\dim \tilde{y}_i = \mathrm{rank}\tilde{B}_i = p_i = m_i - m_{i+1}$, $p_1+...+p_\mu = m_1$, $p_\mu = m_\mu$,

$$\mathrm{rank}\begin{pmatrix}\hat{B}_i\\ \tilde{B}_i\end{pmatrix} = \mathrm{rank}\tilde{B}_i,\ \mathrm{rank}B(y,x_\mu)_{m_1\times m_1} = m_1, B = \begin{pmatrix}\tilde{B}_1\\ ...\\ \tilde{B}_\mu\end{pmatrix},$$

$$\hat{B}_i\tilde{B}_i^+ = \bar{B}_i(y_1,...,y_i),\ m_i \ge m_{i+1},$$

т.е. могут отсутствовать какие-либо уравнения относительно $\tilde{y}_i$ $(i=\overline{1,\mu-1})$ по признаку $p_i = 0$, $p_\mu \ne 0$. Если $l<n$ и $\dim x_\mu \ne 0$, то (7) – подсистема внешней динамики, (8) – подсистема внутренней динамики, к которой при выбранном законе управления предъявляется требование ограниченности решений. Регулирование внутренней динамики – самостоятельная, достаточно сложная проблема, которая здесь не рассматривается. Ограничимся классом систем с устойчивыми собственными движениями внутренней динамикой.

В силу (10) выполним невырожденную замену переменных вектора управлений

(11)
$$\begin{aligned}&B(y,x_\mu)u = \bar{u} = \mathrm{col}(u_1,...,u_\mu),\ \dim u_i = p_i,\\ &\det B(y,x_\mu)\ne 0,\ \bar{u}_i = \mathrm{col}(u_1,...,u_i),\end{aligned}$$

с учетом которой система (7) примет вид

(12)
$$\begin{aligned}&\dot{\bar{y}}_i = y_{i+1} + \bar{Q}_i(y_1,...,y_i)\eta + \bar{B}_i(y_1,...,y_i)\bar{u}_i,\ i=\overline{1,\mu-1},\\ &\dot{\tilde{y}}_i = \tilde{h}_i(y,x_\mu) + \tilde{Q}_i(y,x_\mu)\eta + u_i,\ i=\overline{1,\mu}.\end{aligned}$$

Для формализации условий существования БФВВ (12) составим избыточную систему дифференциальных уравнений относительно производных выходных переменных

(13) $\dot{w}_i = A_i(x) + Q_i(x)\eta + B_i(x)u,\ w_{i+1} = A_i(x),\ i=\overline{1,n}$,

где $w_1 = y_1 = h(x)$, $w_i \in R^{m_1}$,

$A_1 = (\partial h/\partial x) f(x)$, $A_i = (\partial A_{i-1}/\partial x) f(x)$ – вектор-функции, $Q_1 = (\partial h/\partial x) q(x)$, $B_1 = (\partial h/\partial x) b(x)$, $Q_i = (\partial A_{i-1}/\partial x) q(x)$,

$B_i = (\partial A_{i-1} / \partial x) b(x)$ – нелинейные матрицы соответствующих размеров. В обозначениях системы (13) сформулируем

Необходимые условия существования БФВВ. Если для оператора нелинейной системы (1), где $\forall x \in X \subset R^n$ $\operatorname{rank}(\partial h / \partial x) = \operatorname{rank} b(x) = m_1 < n$ существует натуральное число μ: $1 \le \mu \le n$, что выполняются условия:

$$\operatorname{rank} B_1 = p_1 < m_1,\ \hat{B}_2 = \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \end{pmatrix}, \operatorname{rank} \hat{B}_2 = p_1 + p_2 < m_1,\ \ldots,$$

$$\hat{B}_{\mu-1} = \begin{pmatrix} \hat{B}_{\mu-2} \\ B_{\mu-1} \end{pmatrix},\ \operatorname{rank} \hat{B}_{\mu-1} = \operatorname{rank} \hat{B}_{\mu-2} + p_{\mu-1} < m_1$$

$$\hat{B}_{\mu} = \begin{pmatrix} \hat{B}_{\mu-1} \\ B_{\mu} \end{pmatrix},\ \operatorname{rank} \hat{B}_{\mu} = \operatorname{rank} \hat{B}_{\mu-1} + p_{\mu} = m_1,\ p_{\mu} \ne 0;$$

$$(\hat{A}\hat{B})_0 = (\partial h / \partial x\ O), \operatorname{rank}(\hat{A}\hat{B})_0 = m_1,\ (\hat{A}\hat{B})_1 = \begin{pmatrix} (\hat{A}\ \hat{B})_0 \\ \partial A_1 / \partial x\, B_1 \end{pmatrix},$$

$$\operatorname{rank}(\hat{A}\hat{B})_1 = m_1 + (m_2 + p_1),\ m_2 + p_1 = m_1,$$

$$(\hat{A}\ \hat{B})_2 = \begin{pmatrix} (\hat{A}\ \hat{B})_1 \\ \partial A_2 / \partial x \quad B_2 \end{pmatrix},$$

$$\operatorname{rank}(\hat{A}\ \hat{B})_2 = \operatorname{rank}(\hat{A}\ \hat{B})_1 + (m_3 + p_2),\ m_3 + p_2 = m_2;\ldots;$$

$$(\hat{A}\ \hat{B})_{\mu} = \begin{pmatrix} (\hat{A}\ \ \hat{B})_{\mu-1} \\ O \quad B_{\mu} \end{pmatrix},$$

$$\operatorname{rank}(\hat{A}\ \hat{B})_{\mu} = \operatorname{rank}(\hat{A}\ \hat{B})_{\mu-1} + p_{\mu} = m_1 + l,\ m_1 \le l \le n,$$

где $l = \sum_{i=1}^{\mu-1} (m_{i+1} + p_i) + p_{\mu}$, $m_{i+1} + p_i = m_i$, $p_{\mu} = m_{\mu} \ne 0$, то тогда существуют диффеоморфные замены переменных (9) и (11).

Доказательство. При выполнении указанных условий систему (13) путем перестановок и отбрасывания «лишних» строк можно представить в укороченном виде

(14) $\dot{y}_i = \begin{pmatrix} \dot{\bar{y}}_i \\ \dot{\tilde{y}}_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{A}_i(x) + \bar{Q}_i(x)\eta + \hat{B}_i(x)u \\ \tilde{A}_i(x) + \tilde{Q}_i(x)\eta + \tilde{B}_i(x)u \end{pmatrix}, \ y_{i+1} = \bar{A}_i(x), \ i = \overline{1, \mu-1}$

$$\dot{\tilde{y}}_\mu = \tilde{A}_\mu(x) + \tilde{Q}_\mu(x)\eta + \tilde{B}_\mu(x)u,$$

где $\dim \bar{y}_i = \dim y_{i+1} = \mathrm{rank}(\partial \bar{A}_i / \partial x) = m_{i+1}$,

$$\dim \tilde{y}_i = \mathrm{rank} \tilde{B}_i = \mathrm{rank}\begin{pmatrix} \hat{B}_i \\ \tilde{B}_i \end{pmatrix} = p_i = m_i - m_{i+1}, \ p_1 + \ldots + p_\mu = m_1,$$

$m_1 + \ldots + m_\mu = l$. Тогда в (11) $\det B \neq 0$, а l элементами $H(x)$ являются вектор-функции $h(x)$, $\bar{A}_1$, …, $\bar{A}_{\mu-1}$, и $\mathrm{rank}(\partial H(x) / \partial \bar{x}) = l$, где $x = \mathrm{col}(\bar{x}, x_\mu)$, $\bar{x} \in R^l$.

В терминах системы (14) с учетом (9) сформулируем

Достаточные условия существования БФВВ. В системе (14) после замены (9) и обратной подстановки $x = H^{-1}(y, x_\mu)$ для всех $i = \overline{1, \mu-1}$ матрицы $\bar{Q}_i$, $\hat{B}_i \tilde{B}_i^+ = \bar{B}_i$ либо постоянные, либо их аргументы не включают иных переменных, кроме указанных:

(15) $\bar{Q}_i(y_1, \ldots, y_i)$, $\hat{B}_i \tilde{B}_i^+ = \bar{B}_i(y_1, \ldots, y_i)$.

Для системы (1) существуют несколько БФВВ (12), (8) одинаковой структуры [1], определяемых наборами базисных миноров матриц частных производных. Вывод о невыполнении условий (15) делается только после перебора всех возможных вариантов.

В частном случае, когда условия (4) выполняются, в (12) $\bar{B}_i \equiv O \ \forall i = \overline{1, \mu-1}$. Если при этом выполняются условия (6), то и $\bar{Q}_i \equiv O \ \forall i = \overline{1, \mu-1}$. За счет систем, в которых данные матрицы ненулевые (15), расширяется класс систем, для которых «узкая» задача автономного управления имеет решение в рамках используемого блочного подхода.

Для того чтобы выявить связи между блоками БФВВ (12), выполним дополнительное расщепление вектора y. С точностью до перестановок имеем:

$\bar{y}_i = \mathrm{col}(\bar{y}_{i,i+1},...,\bar{y}_{i,\mu-1},\bar{y}_{i\mu})$, $\dim \bar{y}_{ij} = p_j$, $j = \overline{i+1,\mu}$, $i = \overline{1,\mu-2}$,
где по признаку $p_j = 0$ могут отсутствовать группы компонент $\bar{y}_{ij}$, $i = \overline{1,\mu-2}$. Представим систему (12) в виде μ блочно-децентрализованных подсистем вход–выход

(16) $\dot{\tilde{y}}_1 = \tilde{h}_1(y,x_\mu) + \tilde{Q}_1(y,x_\mu)\eta + u_1$;

$$\dot{\bar{y}}_{12} = \tilde{y}_2 + \bar{Q}_{12}(y_1)\eta + \bar{B}_{12}(y_1)u_1,\ \dot{\tilde{y}}_2 = \tilde{h}_2(y,x_\mu) + \tilde{Q}_2(y,x_\mu)\eta + u_2;$$
$$\dot{\bar{y}}_{1j} = \bar{y}_{2j} + \bar{Q}_{1j}(y_1)\eta + \bar{B}_{1j}(y_1)u_1,$$
$$\dot{\bar{y}}_{2j} = \bar{y}_{3j} + \bar{Q}_{2j}(y_1,y_2)\eta + \bar{B}_{2j}(y_1,y_2)\bar{u}_2,...,$$
$$\dot{\bar{y}}_{i-2,j} = \bar{y}_{i-1,j} + \bar{Q}_{i-2,j}(y_1,...,y_{i-2})\eta + \bar{B}_{i-2,j}(y_1,,...,y_{j-2})\bar{u}_{i-2},$$
$$\dot{\bar{y}}_{i-1,j} = \tilde{y}_i + \bar{Q}_{i-1}(y_1,...,y_{i-1})\eta + \bar{B}_{i-1}(y_1,,...,y_{i-1})\bar{u}_{i-1},$$
$$\dot{\tilde{y}}_i = \tilde{h}_i(y,x_\mu) + \tilde{Q}_i(y,x_\mu)\eta + u_i,\ i = \overline{1,j},\ j = \overline{3,\mu},$$

блоки j-й подсистемы имеют одинаковую размерность p_j, $l = p_1 + 2p_2 + ... + \mu p_\mu \le n$.

На основе подсистем (16) осуществляется независимый синтез «своих» управлений, обеспечивающих (2). Путем перестановок расщепим вектор задающих воздействий также как и вектор y_1: $g = \mathrm{col}(g_1,\ g_2,...,g_\mu)$, где $\dim g_j = p_j$, $j = \overline{1,\mu}$.

Запишем первую подсистему (16) относительно ошибки слежения $e_{11} = \tilde{y}_1 - g_1$:

$$\dot{e}_{11} = \varphi_{11} + u_1,\ \varphi_{11} = \tilde{h}_1(y,x_\mu) + \tilde{Q}_1(y,x_\mu)\eta - \dot{g}_1.$$

Базовый (т.е. в условиях полной определенности и доступности для измерений всех сигналов) закон комбинированного управления с линейной стабилизирующей составляющей $u_1 = -(K_{11}e_1 + \varphi_{11})$ приводит к замкнутой устойчивой подсистеме $\dot{e}_{11} = -K_{11}e_{11}$, здесь и далее квадратные матрицы $(-K_{ij})$ выбираются гурвицевыми. Далее u_1 трактуется как известная вектор-функция времени с неизвестными, ограниченными производными $\dot{u}_1(t), \ddot{u}_1(t),...,u_1^{(\mu-1)}(t)$.

Для синтеза управления на основе остальных подсистем (16) используем блочный подход [1, 3, 6]. Запишем первое уравнение второй подсистемы (16) относительно ошибки слежения $e_{12} = \bar{y}_{12} - g_2$: $\dot{e}_{12} = \tilde{y}_2 + \overline{Q}_{12}(y_1)\eta - \dot{g}_2 + \overline{B}_{12}(y_1)u_1$. В результате выбора фиктивного управления $\tilde{y}_2 = -(K_{12}e_{12} + \overline{Q}_{12}(y_1)\eta - \dot{g}_2 + \overline{B}_{12}(y_1)u_1)$ и невырожденной замены переменных $e_{22} = \tilde{y}_2 + \overline{Q}_{12}(y_1)\eta - \dot{g}_2 + \overline{B}_{12}(y_1)u_1 + K_{12}e_{12}$ имеем $\dot{e}_{12} = -K_{12}e_{12} + e_{22}$. Сформированную локальную связь обеспечим выбором управления в подсистеме $\dot{e}_{22} = \varphi_{22} + u_2$, где $\varphi_{22} = \tilde{h}_2 + \tilde{Q}_2\eta - \ddot{g}_2 + K_{12}\dot{e}_{12} + \frac{d}{dt}(\overline{Q}_{12}(y_1)\eta + \overline{B}_{12}(y_1)u_1)$. Базовый закон комбинированного управления с линейной стабилизирующей составляющей $u_2 = -(K_{22}e_{22} + \varphi_{22})$ приводит к замкнутой устойчивой подсистеме $\dot{e}_{12} = -K_{12}e_{12} + e_{22}$, $\dot{e}_{22} = -K_{22}e_{22}$. Далее u_2 трактуется как известная вектор-функция времени с неизвестными, ограниченными производными $\dot{u}_2(t), \ddot{u}_2(t), \ldots, u_2^{(\mu-2)}(t)$.

Аналогично, для j-й ($j = \overline{3,\mu}$) подсистемы (16)

(17) $\dot{e}_{ij} = -K_{ij}e_{ij} + e_{i+1,j}$, $i = \overline{1, j-1}$; $\dot{e}_{jj} = \varphi_{jj} + u_j$, $e_{ij} \in R^{p_j}$,

где $e_{1j} = \bar{y}_{1j} - g_j$, $e_{2j} = \bar{y}_{2j} + F_{1j}(y_1, \eta, u_1) - \dot{g}_j + K_{1j}e_{1j}$,

$$F_{1j} = \overline{Q}_{1j}(y_1)\eta + \overline{B}_{1j}(y_1)u_1,$$

$$e_{ij} = \bar{y}_{ij} + F_{i-1,j} - g^{(i-1)} + \sum_{k=1}^{i-1} K_{kj} \frac{d^{i-k-1}}{dt^{i-k-1}} e_{kj},$$

$$F_{ij} = \overline{Q}_{ij}(y_1, \ldots, y_i)\eta + \overline{B}_{ij}(y_1, , \ldots, y_i)\bar{u}_i + \tfrac{d}{dt}F_{i-1,j},$$

$$\varphi_{jj}(t) = \tilde{h}_j(y, x_\mu) + \tilde{Q}_j(y, x_\mu)\eta + \tfrac{d}{dt}F_{j-1,j} - g^{(j)} + \sum_{k=1}^{j-1} K_{kj} \frac{d^{j-k}}{dt^{j-k}} e_{kj},$$

базовый закон управления

(18) $u_j = -(K_{jj}e_{jj} + \varphi_{jj})$

приводит к замкнутой устойчивой подсистеме $\dot{e}_{jj} = -K_{jj}e_{jj}$.

В силу (11) формирование базового закона управления в исходных координатах

(19) $u = B^{-1}(y, x_{\mu})\bar{u}$

решает задачу слежения (2) инвариантно в асимптотике к внешним возмущениям. Существенно, что при этом реализуется автономное управление группами выходных переменных, имеющих одинаковую относительную степень.

В следующем разделе решаются проблемы информационного обеспечения базового закона управления с помощью наблюдателей состояния с разрывными корректирующими воздействиями, функционирующих в скользящем режиме [1, 3, 6].

4. Структура подсистемы наблюдения

Вначале рассмотрим случай, когда прямым измерениям доступны все переменные состояния $x(t)$. Это означает, что обратная замена (19) реализуема, но для формирования комбинированного управления (18) требуется информация о производных задающих, возмущающих и управляющих воздействий, которые трактуются как неизвестные ограниченные функции времени. В отдельности получить их оценки без расширения пространства состояния за счет ввода их автономных динамических моделей не представляется возможным. В данной работе используется комплексный подход к проблеме оценивания неизмеряемых сигналов с помощью наблюдателя состояния на скользящих режимах, который строится на основе каждой j-й ($j = \overline{1, \mu}$) подсистемы (16), записанной относительно ошибок слежения в виде (17), и имеет такую же размерность:

(20) $\dot{z}_{ij} = -K_{ij} z_{ij} + z_{i+1,j} + v_{ij}$, $i = \overline{1, j-1}$; $\dot{z}_{jj} = u_j + v_{jj}$,

где $z_{ij} \in R^{p_j}$ – переменные состояния, $v_{ij} \in R^{p_j}$ – векторы корректирующих воздействий наблюдателя. Цель наблюдателя (20) состоит в получении текущих оценок составляющих базового закона управления (18) – смешанных переменных $e_{jj}(t), \psi_{jj}(t)$, которые в силу априорных предположений ограничены, сигналы $g(t)$ наблюдаются.

Запишем систему относительно ошибок наблюдения $\varepsilon_{ij} = e_{ij} - z_{ij}$, $\varepsilon_{ij} \in R^{p_j}$:

(21) $\dot{\varepsilon}_{ij} = -K_{ij}\varepsilon_{ij} + \varepsilon_{i+1,j} - v_{ij}$, $i = \overline{1, j-1}$; $\dot{\varepsilon}_{jj} = \varphi_{jj} - v_{jj}$.

Используем технику каскадного синтеза наблюдателя состояния на скользящих режимах [1, 3, 6]. Разрывное корректирующее воздействие $v_{1j} = M_{1j}\,\mathrm{sgn}\,\varepsilon_{1j}$ (здесь и далее $M_{ij} = \mathrm{const} > 0$, $\mathrm{sgn}\,\varepsilon_{1j} = \mathrm{col}(\mathrm{sgn}\,\varepsilon_{1j,1},...,\mathrm{sgn}\,\varepsilon_{1j,p_j})$) при выполнении достаточных условий $\varepsilon_{1j}^T\dot{\varepsilon}_{1j} < 0 \Rightarrow M_{1j} > \|\varepsilon_{2j}\|$ приведет к возникновению за конечное время $t_{1j} > 0$ скользящего режима на многообразии $S_{1j} = \{\varepsilon_{1j} = 0\} \Rightarrow z_{1j} = e_{1j}$. Из уравнения статики при $t > t_{1j}$ имеем эквивалентное управление $\dot{\varepsilon}_{1j} = \varepsilon_{2j} - v_{1j\mathrm{eq}} = 0 \Rightarrow v_{1j\mathrm{eq}} = \varepsilon_{2j}$, значение которого получим с выхода фильтра $\mu_{1j}\dot{\tau}_{1j} = -\tau_{1j} + v_{1j}$, $\tau_{1j} \in R^{p_j}$, $\lim\limits_{\mu_{1j}\to+0}\tau_{1j}(t) = v_{1j\mathrm{eq}}(t) = \varepsilon_{2j}(t)$ и используем для формирования $v_{2j} = M_{2j}\,\mathrm{sgn}\,\tau_{1j}$. При $\varepsilon_{2j}^T\dot{\varepsilon}_{2j} < 0 \Rightarrow M_{2j} > \|\varepsilon_{3j}\|$ за теоретически конечное время $t_{2j} > t_{1j}$ возникнет скользящий режим на многообразии $S_{2j} = \{S_{1j} \cap \varepsilon_{2j} = 0\} \Rightarrow z_{2j} = e_{2j}$. Из уравнения статики имеем эквивалентное управление $\dot{\varepsilon}_{2j} = \varepsilon_{3j} - v_{2j\mathrm{eq}} = 0 \Rightarrow v_{2j\mathrm{eq}} = \varepsilon_{2j}$, значение которого получим с выхода фильтра $\mu_{2j}\dot{\tau}_{2j} = -\tau_{2j} + v_{2j}$, $\tau_{2j} \in R^{p_j}$, $\lim\limits_{\mu_{2j}\to+0}\tau_{2j}(t) = v_{2j\mathrm{eq}}(t) = \varepsilon_{3j}(t)$ и используем для формирования $v_{3j} = M_{3j}\,\mathrm{sgn}\,\tau_{2j}$. Продолжая указанные построения, в последней подсистеме системы (21) сформируем $v_{jj} = M_{jj}\,\mathrm{sgn}\,\tau_{j-1,j}$, где $\lim\limits_{\mu_{j-1,j}\to+0}\tau_{j-1,j}(t) = v_{j\text{-}1,j\mathrm{eq}}(t) = \varepsilon_{jj}(t)$. При $\varepsilon_{jj}^T\dot{\varepsilon}_{jj} < 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow M_{jj} > \|\varphi_{jj}\|$ за теоретически конечное время $t_{jj} > t_{j-1,j}$ возникнет скользящий режим на многообразии $S_{jj} = \{S_{j-1,j} \cap \varepsilon_{jj} = 0\} \Rightarrow z_{jj} = e_{jj}$. Из уравнения статики имеем эквивалентное управление $\dot{\varepsilon}_{jj} = \varphi_{jj} - v_{jj\text{eq}} = 0 \Rightarrow v_{jj\text{eq}} = \varphi_{jj}$, значение которого получим с выхода фильтра $\mu_{jj}\dot{\tau}_{jj} = -\tau_{jj} + v_{jj}$, $\tau_{jj} \in R^{p_j}$, $\lim\limits_{\mu_{jj} \to +0} \tau_{jj}(t) = v_{jj\text{eq}}(t) = \varphi_{jj}(t)$. Реализация управления (18) в виде $u_j = -(K_{jj}z_{jj} + \tau_{jj})$ решает задачу асимптотической стабилизации ошибки слежения e_{1j} с показателями переходного процесса, определяемыми K_{ij}, $i = \overline{1, j}$, $j = \overline{1, \mu}$.

Отметим, что суммарная размерность наблюдателя (20) равна $l \le n$ и существенно меньше суммарной размерности требуемых автономных динамических моделей, порождающих производные внешних воздействий. Кроме того, с помощью наблюдателя (20) оцениваются смешанные переменные, которые непосредственно фигурируют в базовом законе управления (18), что не требует дополнительных вычислений и преобразований в реальном времени и существенно упрощает структуру регулятора.

Известная проблема качества установившихся процессов системы, функционирующей в скользящем режиме (проблема «чаттеринга») во многом снимается при реализации наблюдателя состояния на скользящих режимах в виртуальной среде мощного процессора. В случае, когда быстродействие процессора ограничено, микропроцессорная реализация разрывных корректирующих воздействий с большой, но конечной частотой переключений, может привести к неудовлетворительному качеству оценивания. Проблемы «чаттеринга» можно избежать при синтезе наблюдателя состояния с корректирующими воздействиями из класса S-образных функций с насыщением (sat, сигма-функция, арктангенс и др.) [2]. Однако платой за «гладкость» восстановленных сигналов будет оценивание с некоторой точностью из-за наличия неизвестных незатухающих функций времени. Как следствие, выходные переменные будут отслеживать задающие воздействия с некоторой точностью.

Теперь рассмотрим случай, когда прямым измерениям доступны только выходные переменные $y_1(t)$. Сигналы $e_{1j} = y_{1j} - g_j$, $\varepsilon_{1j} = e_{1j} - z_{1j}$ ($j = \overline{1,\mu}$) известны и наблюдатель смешанных переменных (20) физически реализуем. Для выполнения обратной замены (19) дополнительно требуется информация об аргументах матрицы $B^{-1}(y, x_\mu)$, состав которых определяет структуру подсистемы наблюдения и условия реализуемости следящей системы в «узкой» постановке. Возможны следующие варианты.

При $B^{-1} = (\text{const})$ или $B^{-1}(y_1)$ подсистема наблюдения включает только наблюдатель (20). Во всех остальных случаях потребуется дополнительный наблюдатель.

В случае $B^{-1}(y)$ и при выполнении (4), (6) (т.е. $\bar{B}_i \equiv O, \bar{Q}_i \equiv O \ \forall i = \overline{1, \mu - 1}$) первое уравнение системы (12) принимает канонический вид $\dot{\bar{y}}_i = y_{i+1}$, $i = \overline{1, \mu - 1}$, на основе которого построим укороченный наблюдатель размерности $(l - m_1)$:

$$(22) \quad \begin{aligned} &\dot{\bar{z}}_{i1} = \bar{z}_{i+1} + \bar{v}_{i1}, \dot{\bar{z}}_{i2} = \bar{v}_{i2}, \ i = \overline{1, \mu - 2}, \\ &\dot{\bar{z}}_{\mu-1} = \bar{v}_{\mu-1}, \ \bar{z}_{i1} \in R^{m_{i+2}}, \ \bar{z}_{i2} \in R^{p_{i+1}} \end{aligned} .$$

Относительно ошибок наблюдения $\bar{\varepsilon}_i = \begin{pmatrix} \bar{\varepsilon}_{i1} \\ \bar{\varepsilon}_{i2} \end{pmatrix} = \bar{y}_i - \begin{pmatrix} \bar{z}_{i1} \\ \bar{z}_{i2} \end{pmatrix}$, $i = \overline{1, \mu - 2}$, $\bar{\varepsilon}_{\mu-1} = \bar{y}_{\mu-1} - \bar{z}_{\mu-1}$ имеем систему

$$\dot{\bar{\varepsilon}}_{i1} = \bar{\varepsilon}_{i+1} - \bar{v}_{i1}, \dot{\bar{\varepsilon}}_{i2} = \tilde{y}_{i+1} - \bar{v}_{i2}, \ i = \overline{1, \mu - 2}, \dot{\bar{\varepsilon}}_{\mu-1} = \tilde{y}_\mu - \bar{v}_{\mu-1}.$$

Применяя указанную выше технику каскадного синтеза разрывных корректирующих воздействий, за теоретически конечное время имеем оценки компонент вектора y: $\bar{y}_i = \text{col}(\bar{z}_{i1}, \bar{z}_{i2})$, $\lim\limits_{\bar{\mu}_{i2} \to +0} \bar{\tau}_{i2}(t) = v_{i2\text{eq}}(t) = \tilde{y}_{i+1}$, которые используем для реализации (19).

В промежуточной ситуации, когда B^{-1} зависит только от части компонент вектора y и $\mathrm{rank}\overline{Q}_1 < m_2$, первая подсистема системы (12) приводится к блочной форме наблюдаемости с учетом возмущений (БФНВ) [3], в которой в явном виде выделяется наблюдаемое подпространство переменных y, инвариантное к внешним возмущениям. Если оно включает все аргументы B^{-1}, то на основе БФНВ строится укороченный наблюдатель состояний, аналогичный (22). Если не все аргументы B^{-1} включены в наблюдаемое подпространство, то делается вывод о нереализуемости следящей системы при неполных измерениях в «узкой» постановке. Аналогично, в общем случае $B^{-1}(y, x_\mu) \Leftrightarrow B^{-1}(x)$ исходная система (1) приводится к БФНВ. Если наблюдаемое инвариантно к возмущениям подпространство переменных x включает все аргументы B^{-1}, то на основе БФНВ строится укороченный наблюдатель состояний, в противном случае делается вывод о нереализуемости следящей системы при неполных измерениях в «узкой» постановке.

5. Заключение

Представление математической модели нелинейного объекта управления со многими входами и многими выходами в блочной эквивалентной форме вход–выход является основой для декомпозиционного синтеза базовых законов автономного управления и наблюдателей состояния и внешних воздействий в терминах переменных нового координатного базиса.

Использование наблюдателей с разрывными корректирующими воздействиями (или их допредельной реализации с помощью S-образных функций) в замкнутом контуре системы слежения не требует дополнительного расширения пространства состояний за счет ввода динамических генераторов входных воздействий, упрощает вычислительный аспект процедуры синтеза и снижает требования к объему априорной информации об объекте управления и среде его функционирования.

Результаты моделирования численных примеров подтвердили эффективность разработанного подхода к синтезу автономного управления в нелинейных системах при действии внешних, несогласованных возмущений.

Литература

1. АХОБАДЗЕ А.Г., КРАСНОВА С.А. *Решение задачи слежения в условиях неопределенности на основе совместной блочно-канонической формы управляемости и наблюдаемости* // Управление большими системами. – 2009. – Вып. 24. – С. 34–80.
2. КРАСНОВА С.А., МЫСИК Н.С. *Каскадный синтез наблюдателя состояния с нелинейными корректирующими воздействиями* // Автоматика и телемеханика. – 2014. – № 2. – С. 106–128.
3. КРАСНОВА С.А., УТКИН В.А. *Каскадный синтез наблюдателей состояния динамических систем*. – М.: Наука, 2006. – 272 с.
4. НИКИФОРОВ В.О. *Адаптивное и робастное управление с компенсацией возмущений*. – СПб.: Наука, 2003. – 282 с.
5. УОНЕМ У.М. *Линейные многомерные системы. Геометрический подход*. – М.: Наука, 1980. – 375 с.
6. УТКИН А.В. *Метод расширения пространства состояния в задаче синтеза автономного управления* // Автоматика и телемеханика. – 2007. – № 6. – С. 81–98.
7. ISIDORI A. *Nonlinear control systems*. – Berlin: Springer-Verlag, 1995. – 549 с.

SYNTHESIS OF NONINTERACTING CONTROL IN NONLINEAR SYSTEMS UNDER EXTERNAL DISTURBANCES

Vladimir V. Dik, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, teacher, graduate student (dikvladim@yandex.ru).
Svetlana A. Krasnova, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Doctor of Technical Sciences, Professor, Chief Researcher, (skrasnova@list.ru).

Abstract: *The paper deals with tracking problem for multiple-input multiple-output nonlinear systems under unmatched external disturbances. Principles of organization and existence conditions of the input–output block form taking into account the external disturbances are obtained. This form is the basis for the noninteracting control design of output variables without the extension of the state space by dynamic compensators generating derivative control actions. Principles of observers construction for estimation of mixed variables of the new coordinate are developed to avoid using dynamic models of specified and disturbance signals.*

Keywords: nonlinear systems, external disturbances, noninteracting control, block approach, sliding mode observer.