

# БЕЗДАТЧИКОВОЕ УПРАВЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ ПОДВЕСОМ НА ОСНОВЕ ВИХРЕВОГО АЛГОРИТМА

**Рассадин Ю.М.<sup>1</sup>**

*(Учреждение Российской академии наук  
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова  
РАН, Москва)*

*Предлагается подход к синтезу бездатчикового нелинейного алгоритма управления для электромагнитного подвеса. Используются вихревые алгоритмы управления для электромагнитного подвеса в задаче слежения за заданным положением якоря. Основной особенностью вихревых алгоритмов является инвариантность к внешним несогласованным возмущениям широкого класса.*

Ключевые слова: электромагнитный подвес, вихревой алгоритм, бездатчиковый привод.

## **1. Введение**

Электромагниты [15] лежат в основе широкого класса исполнительных и измерительных устройств [7, 9–10]. В качестве примера можно привести реле, электромагнитные подвесы [3], замки, выключатели, муфты, клапаны [5], сейсмические ударные системы [6] и т.п. Широта применения электромагнитов обусловлена простотой изготовления и надежностью. Существует множество работ, посвященных тематике управления данными системами. В книге [5] рассмотрена линеаризованная модель электромагнитного подвеса и предложены линейные алгоритмы управления с использованием ПИД-регуляторов [1]. Нелиней-

---

<sup>1</sup> Юрий Михайлович Рассадин, старший математик ([rassadin@ipu.ru](mailto:rassadin@ipu.ru)).

ные алгоритмы управления на основе скользящих режимов предложены в работах [16–18]. Тем не менее, даже простейшие электромагниты обладают нелинейной динамикой, и представляют собой довольно сложную для управления систему, что накладывает большие ограничения на свойства электромагнитных объектов. Для достижения требуемых свойств электромагнитных систем необходимо применение различных процедур синтеза и множества технологических приемов. Особенно актуальна проблема регулирования механических величин в таких электромеханических системах, как подвесы, подшипники [5] и т.п. Дополнительные трудности могут возникнуть при наличии параметрических неопределенностей и недостаточной информации об объекте.

В работе предлагается подход к решению ряда обозначенных выше проблем на примере простейшего электромагнитного подвеса. Процедура синтеза закона управления представляется в рамках класса систем с разрывными входными воздействиями. В качестве методологической основы работы используется вихревой алгоритм [11–12], обеспечивающий в замкнутой системе инвариантность к внешним несогласованным возмущениям. Термин «несогласованные возмущения», по сути, означает, что возмущения не могут быть непосредственно компенсированы за счет управления простым вычитанием. Использование разрывных управляющих воздействий представляется естественным в виду аналогичного характера работы релейных элементов. Во второй части работы предложен подход к информационному обеспечению алгоритма управления при параметрических неопределенностях. Ток в обмотке и напряжение полагаются доступными для измерения.

## **2. Постановка задачи**

Рассмотрим простейший электромагнитный подвес, состоящий из тягового электромагнита и подвешенного намагниченного тела (рис. 1). Если обозначить за  $g$  – ускорение свободного падения;  $u$  – напряжение питания;  $r$  – сопротивление обмотки;  $i$  – ток на обмотке;  $k$  – параметр, определяемый конструкцией

электромагнита;  $m$  – масса подвешенного тела;  $\delta$  – воздушный зазор;  $v$  – вертикальная скорость подвешенного тела, то такой объект описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений [4]

$$(1) \quad \frac{d\delta}{dt} = v;$$

$$(2) \quad \frac{dv}{dt} = -\frac{k}{2m} \frac{I^2}{\delta^2} + g;$$

$$(3) \quad \frac{dI}{dt} = \frac{Iv}{\delta} - \frac{r}{k} I\delta + \frac{1}{k} u\delta,$$

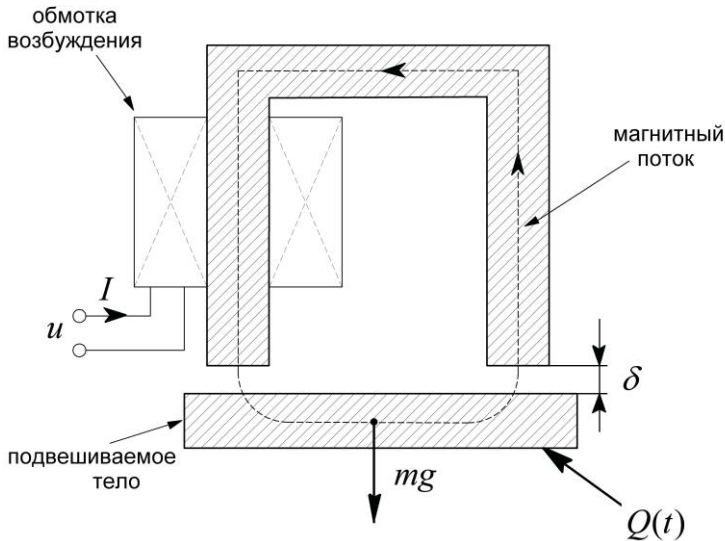


Рис. 1. Конструкция электромагнитного подвеса.

Масса подвешенного тела в реальных системах, как правило, является неизвестной. Переменные величины механического блока также зачастую не подлежат измерению. В то же время, измерение тока на обмотке не сопряжено с трудностями.

Принимая во внимание предыдущие рассуждения, можно определить задачу управления электромагнитным подвесом следующим образом: обеспечить величину воздушного зазора  $\delta$

на заданном уровне  $\delta_r$  выбором закона обратной связи  $u$ , ток на обмотке  $I$  полагаем известным. Для более общего случая можно записать задачу асимптотической стабилизации положения подвешенного тела относительно некоторой заданной траектории

$$(4) \quad \lim_{t \rightarrow \infty} |\delta(t) - \delta_r(t)| = 0,$$

где  $\delta_r(t)$  – желаемое во времени положение, функция  $\delta_r(t)$  – ограниченная вместе с тремя её первыми производными.

Напряжение питания  $u$  рассматривается как управляющее воздействие, способное принимать следующие значения:

$$(5) \quad u = \pm U.$$

### 3. Синтез базового алгоритма

Для синтеза базового алгоритма управления предположим, что механические переменные состояния системы, положение подвешенного тела и его скорость, доступны для измерения. В следующей части работы будет показано, как реализуется базовый алгоритм в условиях неполной информации об объекте.

Также предположим, что масса объекта  $m = \text{const} > 0$  известны. Теоретической базой для синтеза являются вихревые алгоритмы управления [11–12], которые обладают свойством инвариантности к внешним несогласованным возмущениям заданного класса. Отличительной особенностью приведенных ниже алгоритмов является их адаптация под специфику решаемой задачи, когда управляющее воздействие может быть выбрано только в классе разрывных функций. Рассмотрим подробно синтез базового закона управления.

Для удобства записи введем переобозначение

$$F = -\frac{k}{2m} \frac{I^2}{\delta^2} + g. \text{ Тогда система дифференциальных уравнений}$$

(1)–(3) примет вид

$$\begin{aligned} \dot{\delta} &= v, \\ (6) \quad \dot{v} &= F + q(t), \\ \dot{F} &= -2 \frac{r\delta}{k} F - \frac{I}{m\delta} u + 2 \frac{r\delta}{k} g. \end{aligned}$$

Рассмотрим конструктивную пошаговую процедура синтеза алгоритма управления на основе блочного подхода [4] и вихревых алгоритмов [11–12].

**Шаг 1.** С учетом поставленной задачи управления (4) запишем уравнение относительно невязки  $\bar{\delta} = \delta(t) - \delta_r(t)$

$$(7) \quad \dot{\bar{\delta}} = v - \dot{\delta}_r(t).$$

В предположении, что желаемая траектория движения  $\delta_r(t)$  и ее производная являются известными функциями, выберем согласно идеологии блочного подхода фиктивное управление  $v$  в уравнении (7) в виде

$$(8) \quad v = -l_1 \bar{\delta} + \dot{\delta}_r(t),$$

где параметр  $l_1 = \text{const} > 0$  определяет темпы затухания ошибки слежения.

**Шаг 2.** Введем новую переменную  $\bar{v} = v + l_1 \bar{\delta} - \dot{\delta}_r(t)$  и запишем дифференциальные уравнения с новыми переменными  $\bar{\delta}$ ,  $\bar{v}$  с учетом (6)–(8):

$$(9) \quad \begin{aligned} \dot{\bar{\delta}} &= -l_1 \bar{\delta} + \bar{v}, \\ \dot{\bar{v}} &= F - l_1^2 \bar{\delta} + l_1 \bar{v} + q(t) - \ddot{\delta}_r(t). \end{aligned}$$

Для обеспечения соотношения (8) согласно алгоритмам, приведенным в [11–12], выберем фиктивное управление во втором уравнении системы (9) в виде

$$(10) \quad \begin{aligned} \bar{F} &= F - l_1^2 \bar{\delta} + l_1 \bar{v} - \ddot{\delta}_r(t), \\ \dot{\bar{F}} &= -\alpha \bar{F} - \beta \bar{v} - M \text{sign}(\bar{v}), \end{aligned}$$

где  $\alpha = \text{const} > 0$ ,  $\beta = \text{const} > 0$ ,  $M = \text{const} > 0$  – параметры, выбор которых поясним ниже.

**Шаг 3.** Введем новую переменную

$$(11) \quad s = F - l_1^2 \bar{\delta} + l_1 \bar{v} - \ddot{\delta}_r(t) - \bar{F}$$

и запишем дифференциальное уравнение относительно нее с учетом (9)–(10)

$$\begin{aligned}\dot{\bar{\delta}} &= -l_1 \bar{\delta} + \bar{v}, \\ \dot{\bar{v}} &= \bar{F} + s + q(t), \\ (12) \quad \dot{\bar{F}} &= -\alpha \bar{F} - \beta \bar{v} - M \text{sign}(\bar{v}), \\ \dot{s} &= -\frac{I}{m\delta} u + \bar{q}(t, \bar{\delta}, \bar{v}, \bar{F}, s, g),\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}\bar{q}(t) &= -\left(2\frac{r\delta}{k} - l_1\right)s + l_1\left(l_1^2 - 2\frac{r\delta}{k}l_1\right)\bar{\delta} + \left(2\frac{r\delta}{k} - l_1 - \frac{\beta}{l_1}\right)l_1\bar{v} - 2\frac{r\delta}{k}\ddot{\delta}_r(t) + \\ &+ 2\frac{r\delta}{k}g - \left(2\frac{r\delta}{k} - l_1 + \alpha\right)\bar{F} + l_1q(t) - \ddot{\delta}_r(t) - M \text{sign}(\bar{v}).\end{aligned}$$

Для обеспечения стабилизации переменных согласно (5) выбирается реальное управляющее воздействие в виде

$$(13) \quad u = U \text{sign}(sI).$$

При выполнении условия

$$(14) \quad \frac{|I|}{m\delta} U > |\bar{q}(t, \bar{\delta}, \bar{v}, \bar{F}, s, g)|$$

на поверхности  $s = 0$  за конечное время возникает скользящий режим [20] и уравнения замкнутой системы принимают вид

$$\begin{aligned}\dot{\bar{\delta}} &= -l_1 \bar{\delta} + \bar{v}, \\ \dot{\bar{v}} &= \bar{F} + q(t), \\ (15) \quad \dot{\bar{F}} &= -\alpha \bar{F} - \beta \bar{v} - M \text{sign}(\bar{v}), \\ F &= -\frac{k}{2m} \frac{I^2}{\delta^2} + g = l_1^2 \bar{\delta} - l_1 \bar{v} + \ddot{\delta}_r(t) + \bar{F}.\end{aligned}$$

Из последнего равенства можем записать «физическое» ограничение на коэффициент  $l_1$  и переменные  $\bar{\delta}$ ,  $\bar{v}$ ,  $\ddot{\delta}_r(t)$ ,  $\bar{F}$

$$(16) \quad l_1^2 \bar{\delta} - l_1 \bar{v} + \ddot{\delta}_r(t) + \bar{F} \leq g,$$

которое обусловлено тем, что электромагнитная сила всегда направлена вверх (см. рис. 1).

Для выбора коэффициентов обратной связи приведенного алгоритма управления введем проектные ограничения на переменные замкнутой системы (12)–(13), исходной системы (1)–(3), внешнее возмущение  $q(t)$  и класс функций задающего сигнала  $\delta_r(t)$

$$(17) \quad |s| \leq S, \delta_{\min} \leq \delta \leq \delta_{\max}, v \leq N, |\bar{\delta}| \leq \bar{\Delta}, \bar{v} \leq \bar{N}, |\bar{F}| \leq \tilde{F}, |q(t)| \leq Q, \\ |\dot{q}(t)| \leq Q_1, |\ddot{q}(t)| \leq Q_2.$$

С учетом (16) введем еще одно ограничение, позволяющее обеспечить соотношение (14)

$$(18) \quad |l_1^2 \bar{\delta} - l_1 \bar{v} + \ddot{\delta}_r(t) + \bar{F}| \leq pg, \quad p \in (0,1).$$

Из уравнений (15) и (18) следует, что если амплитуда управляющего воздействия (13) выбрана таким образом, что обеспечивается попадание на поверхность скольжения  $s=0$  в некоторый момент времени  $t=t_r$ , то модуль величины тока ограничен снизу

$$(19) \quad |I| \geq \delta \sqrt{\frac{2m(1-p)g}{k}},$$

откуда следует, что при  $t \geq t_r$  траектории замкнутой системы также будут протекать на многообразии  $s=0$  [11–12, 14].

#### **4. Информационное обеспечение базового алгоритма**

Для получения оценки механических переменных, воздушного зазора  $\delta$  и скорости подвеса  $v$ , перепишем третье уравнение из системы (1)–(3) в виде

$$(32) \quad \dot{y} = z_1 y + z_2 w,$$

где  $y = I$  – измеряемый выход системы, а остальные величины удовлетворяют выражениям

$$(33) \quad z_1 = \frac{v}{\delta}, \quad z_2 = \delta, \quad w = \frac{u - rI}{k}.$$

Величины  $z_1$  и  $z_2$  полагаются постоянными параметрами, которые подлежат оценке. Такое предположение является вполне обоснованным, потому что механические величины, как

правило, из-за своей инерционности являются слишком медленными по сравнению с электромагнитными. Кроме того, темпы сходимости наблюдателей могут быть выбраны произвольно, а следовательно, какими угодно большими. Необходимо оговорить отдельно ситуацию предельно малого зазора  $\delta$ . Величина  $z_I$  стремится в этом случае к бесконечности. Чтобы предотвратить залипание подвешенного тела, скорость  $v$  должна, в свою очередь, устремляться к нулю. Хорошо известно [2, 8, 13, 14], что при таких условиях движения системы разделяются по темпам на быстрые и медленные. В случае устойчивости быстрых компонент  $y$  и  $w$ , величины  $z_I$  и  $z_2$  из (32) могут полагаться постоянными.

В силу предыдущих рассуждений, можно предложить следующую процедуру оценивания величин  $z_I$  и  $z_2$ . Запишем систему уравнений для оценочных переменных

$$\begin{aligned} \dot{\hat{y}} &= (\hat{z}_1 + v_1)y + (\hat{z}_2 + v_2)w; \\ (34) \quad \dot{\hat{z}}_1 &= l_1 v_1; \\ \dot{\hat{z}}_2 &= l_2 v_2, \end{aligned}$$

где дифференцируемые переменные – соответствующие оценки для измеряемого выхода системы  $y$  и величин  $z_I$  и  $z_2$ . Величины  $v_1$  и  $v_2$  – корректирующие воздействия.

Принимая во внимание предположение о постоянном характере оцениваемых величин, систему (34) можно переписать относительно ошибок наблюдения

$$\begin{aligned} \dot{\bar{y}} &= (\bar{z}_1 + v_1)y + (\bar{z}_2 + v_2)w; \\ (35) \quad \dot{\bar{z}}_1 &= -l_1 v_1; \\ \dot{\bar{z}}_2 &= -l_2 v_2, \end{aligned}$$

Рассмотрим первое уравнение системы (35) и положим корректирующие воздействия равными

$$\begin{aligned} v_1 &= V_1 \operatorname{sgn}(\bar{y}); \\ (36) \quad v_2 &= V_2 \operatorname{sgn}(\bar{y}). \end{aligned}$$

Тогда (35) принимает вид

$$\dot{\bar{y}} = \bar{z}_1 y + \bar{z}_2 w - (V_1 y^2 + V_2 w^2) \operatorname{sgn}(\bar{y}).$$



Очевидно, что если справедливо неравенство

$$(V_1 y^2 + V_2 w^2) > |\bar{z}_1 y + \bar{z}_2 w|,$$

то выполняется условие возникновения скользящего режима

$$\dot{\bar{y}}\bar{y} < 0$$

и ошибка оценки  $\bar{y}$  стремится к нулю. В этом случае, согласно методу эквивалентного управления [14]

$$(37) \operatorname{sgn}(\bar{y})_{eq} = \frac{\bar{z}_1 y + \bar{z}_2 w}{V_1 y^2 + V_2 w^2}.$$

Подставляя (37) вместо (36) в (35), получаем систему уравнений

$$(38) \begin{aligned} \dot{\bar{z}}_1 &= -l_1 V_1 \frac{\bar{z}_1 y^2 + \bar{z}_2 y w}{V_1 y^2 + V_2 w^2}; \\ \dot{\bar{z}}_2 &= -l_2 V_2 \frac{\bar{z}_1 y w + \bar{z}_2 w^2}{V_1 y^2 + V_2 w^2}. \end{aligned}$$

Легко показать, что, при условии линейной независимости функций  $y(t)$  и  $w(t)$ , тривиальное решение системы (38) асимптотически устойчиво [2, 14].

В самом деле, пусть, например,  $l_1 V_1 = l_2 V_2 = l > 0$ . Выберем функцию Ляпунова

$$(39) W = \frac{1}{2} (\bar{z}_1^2 + \bar{z}_2^2).$$

Продифференцировав (39), получаем

$$\dot{W} = -l \frac{(\bar{z}_1 y + \bar{z}_2 w)^2}{V_1 y^2 + V_2 w^2}.$$

Как видно, производная функции Ляпунова везде отрицательна, кроме поверхности

$$\bar{z}_1 y + \bar{z}_2 w = 0.$$

Но в этом случае переменные  $z_1$  и  $z_2$  становятся постоянными в силу (38), и, как следствие, для  $y(t)$  и  $w(t)$  выполняется условие линейной независимости. Таким образом, свойство линейной независимости функций  $y(t)$  и  $w(t)$  является необходимым и достаточным условием для сходимости ошибок оценива-

ния к нулю. Более того, это условие естественным образом выполняется в случае разрывного характера управляющих воздействий. Выбором коэффициентов  $l_1$  и  $l_2$  в (38) можно регулировать темпы сходимости оценочной системы.

Искомые же оценки механических величин выражаются из соотношений

$$\hat{\delta} = \hat{z}_2; \quad \hat{v} = \hat{z}_2 \hat{z}_1.$$

## 5. Заключение

В статье были предложены алгоритмы управления электромагнитным подвесом в постановке, когда переменные состояния механического блока неизвестны и на систему действуют внешние неконтролируемые возмущения, не принадлежащие пространству управления. Предложенный алгоритм демонстрирует принципиальную возможность разрабатывать высококачественные системы управления электромагнитом при ограниченном наборе доступной информации об объекте. Существует целый ряд дальнейших проблем, таких как обработка предельно малых воздушных зазоров, учет ферромагнитных свойств сердечника, различные особенности конструкции объекта и т.п. Тем не менее, предложенный подход применим не только для модернизации существующих систем на качественном уровне, но и для принципиально новых задач. К примеру, управление сложным механизмом из намагничиваемых тел, управление в агрессивных условиях, обеспечение желаемых динамических возмущений магнитного потока и т.п.

## Литература

1. АНДРЕЕВ Ю.Н. *Управление конечномерными линейными объектами*. – М.: Наука, 1976.
2. АНДРИЕВСКИЙ Б.Р., ФРАДКОВ А.Л. *Избранные главы теории автоматического управления с примерами на языке MATLAB*. – СПб.: Наука, 2000.

3. ГЕРДИ В.Н., МАЙКОВ К.А., ОСОКИН Ю.А., СТАНКЕВИЧ Н.Н. *Теория и применение электромагнитных подвесов*. – М.: Машиностроение, 2006.
4. ДРАКУНОВ С.В., ИЗОСИМОВ Д.Б., ЛУКЬЯНОВ А.Г., УТКИН В.А., УТКИН В.И. // *Автоматика и телемеханика*. – 1990. – № 5. – С. 3–13; – 1990. – № 6. – С. 20–31.
5. ЖУРАВЛЕВ Ю.Н. *Активные магнитные подшипники: теория, расчет, применение*. – СПб.: Политехника, 2003.
6. ИВАШИН В.В., КУДИНОВ А.К., ПЕВЧЕВ В.П. *Электромагнитные приводы для импульсных и виброимпульсных технологий* // *Известия высших учебных заведений. Электромеханика*. – 2012. – № 1. – С. 72–75.
7. КАНЦЕЛЬСОН О.Г., ЭДЕЛЬШТЕЙН А.С. *Автоматические измерительные приборы с магнитной подвеской*. – М.: Энергия, 1970.
8. КИЛЬЧЕВСКИЙ Н.А. *Курс теоретической механики*. Том 1. – М.: Наука, 1977.
9. КОЧЕТКОВ С.А. *Повышение точности измерений в системах с дифференциальными датчиками* // *Датчики и системы*. – 2011. – № 3. С. 10–15.
10. КОЧЕТКОВ С.А. *Алгоритмы управления и идентификации для профилографа-профилометра при воздействии внешних возмущений* // *Проблемы управления*. – 2011. – № 3. – С. 20–29.
11. КОЧЕТКОВ С.А., УТКИН В.А. *Инвариантность в системах с несогласованными возмущениями* // *Автоматика и телемеханика*. – 2013. – № 7. – С. 46–83.
12. КОЧЕТКОВ С.А., УТКИН В.А. *Обеспечение инвариантности за счет создания колебательных режимов* // *Доклады академии наук*. – 2013. – Т. 452, № 6. – С. 611–616.
13. НОВОЖИЛОВ И.В., *Фракционный анализ* – М.: Издательство МГУ, 1991.
14. УТКИН В.И. *Скольльзящие режимы в задачах оптимизации и управления*. – М.: Наука, 1987.
15. ЧУНИХИН А.А. *Электрические аппараты*. – М.: Энергоатомиздат, 1988.

16. Chiang, H.-K. ; Chen, C.-A. ; Li, M.-Y. *Integral variable-structure grey control for magnetic levitation system* // Electric Power Applications, IEE Proceedings. – 2006. – Vol: 153, No. 6. – P. 809–814.
17. Lu Y.-S.; Chen J.-S. *Design of a perturbation estimator using the theory of variable-structure systems and its application to magnetic levitation systems* // IEEE Transactions on Industrial Electronics. – 1995. – Vol. 42, No. 3. – P. 281–289.
18. UTKIN V.I., GULDNER J., SHI J. *Sliding mode control in Electromechanical Systems*. – L.: Taylor and Francis, 2009.

## **SENSORLESS VORTEX ALGORITHM CONTROL FOR ELECTROMAGNET**

**Sergey Kochetkov**, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Cand.Sc., senior research worker (kos@ipu.ru).

**Yury Rassadin**, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, senior mathematician (rassadin@ipu.ru).

*Abstract: The Vortex algorithm sensorless control design is proposed for electromagnet. The control algorithm synthesis is provided in the class of dynamic systems with discontinuous inputs. The simulation results demonstrate good enough dynamic properties of closed loop control system. The directions for further investigations are outlined in the conclusion.*

**Keywords:** Electromagnet Suspension, Vortex Algorithm, Sensorless Control