УДК 021.8 + 025.1
ББК 78.34

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ УСТОЙЧИВЫМ РАЗВИТИЕМ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ СИСТЕМ С УЧЕТОМ КОРРУПЦИИ

Корниенко С. А.[1]
*(*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*)*

В работе представлена статическую, детерминированную модель, основанная на методах иерархического управления в одно-, двух- и трех уровневой системе. Рассмотрены решения полученных задач, основанные на решение иерархической игры Г2.

Ключевые слова: иерархические игры, коррупция, методы оптимизации, контроль качества

1. Введение

Международные организации понимают под коррупцией злоупотребление доверенной властью ради личной выгоды. Согласно более точному определению, данному в российском законодательстве, коррупция — это злоупотребление служебным положением, дача взятки, получение взятки, злоупотребление полномочиями, коммерческий подкуп либо иное незаконное использование физическим лицом своего должностного положения вопреки законным интересам общества и государства в целях получения выгоды в виде денег, ценностей, иного имущества или услуг имущественного характера, иных имущественных прав для себя или для третьих лиц.

Под лицом, получающим выгоду, в данной модели будет пониматься лицо, оценивающее качество производственной

[1] *Сергей Александрович Корниенко, аспирант* (korn.sergey@gmail.com).

системы (контролер). В его полномочия входит измерение показателей качества и контроль выполнения требований, установленных центром, роль которого играет муниципальный или федеральный орган управления. Центр применяет штрафные санкции к предприятию в случае невыполнения предписаний. Злоупотреблением является искажение сообщаемой центру информации и расширение допустимых границ для измеряемых показателей. В качестве выгоды будет рассматриваться денежная взятка.

Для построения модели коррупции при оценке качества используются результаты различных математических, социально-экономических и иных теорий. В настоящее время можно выделить несколько направлений в этой области:

1. методы иерархического управления и формальные модели их описания.
2. управление динамическими системами;
3. концепция устойчивого развития.

Математические модели, применяемые в сфере иерархического управления устойчивым развитием, также можно разделить на несколько классов по определенным параметрам: модели безусловной и условной оптимизации, линейное и нелинейное программирование, статические и динамические, стохастические и детерминированные, дискретные и непрерывные модели.

Данную модель по этой классификации можно описать как нелинейную, непрерывную, статическую, детерминированную модель условной оптимизации, основанную на методах иерархического управления.

Рассмотрение системы начнем с базовой модели, в которой имеется всего один субъект управления. Естественно, что в этом случае отсутствует игровая постановка, коррупция не имеет смысла, а задача имеет оптимизационный характер.

В рассматриваемой постановке базовым объектом является производственная система. Производственная система является управляемой системой, так как ее состояние зависит от стратегии производства. Состояние системы описывается набором характеристик, которые включают в себя затраты и показатели качества. Субъектом управления является агент. Именно агент выбирает стратегию производства с целью максимизировать собственную функцию выигрыша. Функцией выигрыша агента может служить его прибыль, получаемая за определенный промежуток времени.

Производственная система, представляет собой дерево $D=(X,U)$, ориентированное в направлении корня, X-множество производственных процессов (вершины), U-множество потоков продукции между этими процессами (дуги). Агент может изменять параметры процессов таким образом, что поток продукции, определяемый как совокупность затрат и показателей качества, на выходе всей системы будет меняться.

Пусть целевая функция агента имеет следующий вид:

(1) $$p(q) - r \xrightarrow[(q,r)\in S]{} \max$$

$q=(q_1, q_2, \ldots, q_m)$ – вектор показателей качества

r – затраты на производство

$p(q)$ – доход от реализации продукции с показателями качества q

S – множество допустимых стратегий производства. Каждым элементом этого множества является пара (q,r), соответствующая такой стратегии производства, при которой достигается вектор показателей качества q при затратах r. При этом S является множеством, оптимальным по Парето, в том смысле, что лучшему значению показателя качества соответствуют большие затраты, то есть для любой пары стратегий:

$$(q_1, r_1) \in S, (q_2, r_2) \in S, (q_1 > q_2) => (r_1 > r_2).$$

$$(q_1 > q_2) \overset{def}{=} \forall i \in \{1,2,\ldots,m\}\ (q_{1i} \geq q_{2i}), \exists j : (q_{1j} > q_{2j})$$

Условие гомеостаза означает, что некоторые из существенных показателей функционирования системы (в данном случае – показатели качества) должны принимать значения из заданных диапазонов. Условие допуска по показателю i запишем в следующем виде:

(2) $q_i \geq a_i$, $a_i \in [0, 1]$.

a_i определяет минимально допустимое значение соответствующего показателя. Если же на показатель не наложено никаких ограничений, то соответствующее a_i можно считать равным нулю.

Рассматриваемые ограничения относятся к категории административно-правовых, поскольку не являются физическими и экономически не обоснованы для агента.

Таким образом, переходим к задаче

$$(3)\quad \begin{aligned} & p(q) - r \xrightarrow[(q,r)\in S\bigcap A]{} \max \\ & A = [a_1,1]\times[a_2,1]\times\ldots\times[a_m,1]\times[0,+\infty). \end{aligned}$$

Так как условия гомеостаза сужают область S, максимальное значение прибыли, найденное с учетом этих условий, уменьшится или останется таким же. А значит, создаются предпосылки к тому, чтобы отказаться от выполнения каких-либо из условий гомеостаза в погоне за большей прибылью.

Перейдем к двухуровневой системе с двумя игроками: агентом и контроллером, который следит за выполнением условий гомеостаза. Пусть контролер имеет возможность расширить область гомеостаза по проверяемому показателю. Естественно, делает он это не безвозмездно, а за вознаграждение от агента. Ситуация возникает в том случае, когда проверка, осуществленная контролером, выявила нарушение условия, назначенного центром. Контролер не имеет возможности сужать область, что соответствует побуждению агента к взятке, в отличие от принуждения. В ином случае логично ждать обращения законопослушного агента в высшие инстанции, которое может привести к серьезным последствиям для контролера, вымогающего взятку. Также контролер не затрагивает условий допуска по остальным показателям качества, так как не имеет возможности проверить значение этих показателей.

Процедура проверки i-го показателя состоит в следующей последовательности действий:

1. Центром сообщается вектор границ допуска, определяющий условие гомеостаза. i-ая компонента этого вектора равна a_0.

2. Агент выбирает стратегию управления, после чего i-й показатель качества равен q_T, а затраты равны r_T. При этом условие гомеостаза может не выполняться.
3. Контролер проверяет значение i-го показателя, находит q_T.
4. В случае если $q_T<a_0$, контролер сообщает агенту функцию $a(b)$. Эта функция показывает зависимость границы допуска a от величины взятки b.
5. Агент выбирает значение взятки b, выплачивает ее контролеру и переходит к стратегии производства, при которой выполняется новое условие допуска $q_T \geq a(b)$. Кроме того, при необходимости перехода к новой стратегии агент несет дополнительные издержки, связанные с изменением производства и, если необходимо, платит штрафы за изначальное несоблюдение норм.

Будем считать, что агенту неизвестно, когда будет проверка, и какой из показателей будет проверяться. Поэтому коррупция в двухуровневой системе затрагивает только пункты 3-5. Началом отчетного периода здесь считается момент перехода к новой стратегии производства, а точнее тот момент, когда выполняется условие допуска по проверяемому показателю (измененное либо нет). Перейдем к математическому описанию этой модели, которая является усложненной версией модели (3).

Целевая функция агента g_2 – прибыль, которая является разностью между функцией дохода от новых показателей качества и суммой новых затрат на производство, выплаченной взятки и функцией штрафа за изменение стратегии.

(4) $$g_2(a,b,q,r) = p(q) - r - b - d(q,q_T) \xrightarrow[b,\,(q,r)\in S,\, q_i \geq a(b)]{} \max$$

i – номер проверяемого показателя

b – величина взятки контролеру

$a(b)$ – новая граница допуска по показателю i

q – новый вектор показателей качества

r – новые затраты на производство

S – множество допустимых стратегий

d – функция штрафа за переход от старой стратегии, обеспечивающей показатели качества q_T к новой стратегии. Сюда включены как затраты на изменение производства, так и штрафы за несоблюдение норм.

Управляемыми параметрами здесь являются новая стратегия производства и величина взятки, предлагаемой контролеру. Областью определения стратегии производства является множество допустимых стратегий с дополнительным условием допуска на проверенный (i-й) показатель. Область определения размера взятки – полуинтервал $[0, +\infty)$, который, вообще говоря, определяется функцией $a(b)$

Целевая функция контролера также соответствует его прибыли. Из нее исключена фиксированная зарплата и фактически она совпадает с размером взятки, выплачиваемой агентом.

(5) $$g_1(a,b) = b \xrightarrow[a(b)]{} \max .$$

Контролер управляет выбором $a(b)$. На эту функцию накладываются следующие ограничения:

(6) $$\begin{aligned} & a(0) = a_0 \\ & q_T \le a(b) \le a_0 \end{aligned}$$

Первое означает, что контролер применяет стратегию побуждения, то есть без взятки гарантируется предписанное значение границы допуска.

Второе условие означает, что контролер может расширять границу допуска вплоть до текущего значения проверяемого показателя. В дальнейшем расширении области нет никакого смысла, поскольку агент не пойдет на изменения, связанные с уменьшением одного из показателей качества при допустимости текущей, ранее выбранной стратегии.

Также логичным является условие монотонности $a(b)$ – большим значениям взятки соответствует не меньшая область допуска. То есть $a(b)$ – монотонно невозрастающая функция.

Рассматриваемая игра является иерархической в том смысле, что первым ход делает контролер, сообщающий функцию отклика на взятку, затем ход делает агент, выбирая сумму взятки и значения управляемых параметров. Естественно, что контролер, делая первый ход, заинтересован в максимизации своего гарантированного выигрыша после выбора стратегии ведомым, благожелательность которого стоит под вопросом.

Введем функцию

(7) $u(a) = \max\limits_{(q,r)\in S, q_i \geq a} (p(q) - r - d(q, q_T))$

Эта функция включает в себя решение оптимизационной задачи максимизации прибыли для заданного значения границы допуска a. Значение этой функции для каждого а агент может найти, не имея информации о стратегии контролера.

Таким образом, задачу (4-6) можно записать в следующем виде:

$$g_1(a,b) = b \xrightarrow[a(b)]{} \max,$$

(8) $g_2(a,b) = u(a) - b \xrightarrow[b]{} \max.$

$$b \geq 0,\ q_T \leq a \leq a_0,\ a(0) = a_0$$

Эта модель соответствует игре Гермейера Γ_2. В роли ведущего выступает контролер, в роли ведомого – агент.

Используя теорему Гермейера, находим решение этой игры.

Оптимальная стратегия ведущего:

(9) $a_\varepsilon(b) = \begin{cases} q_T, & b = b^* - \varepsilon \\ a_0, & b < b^* - \varepsilon \end{cases}$

(10) $b^* = u(q_T) - u(a_0)$

Таким образом, решением игры будет пара $(a_e(b), u(q_T) - u(a_0))$, а значения целевых функций при этом будут равны:

(11) $\begin{array}{l} g_1^* = u(q_T) - u(a_0) - \varepsilon, \\ g_2^* = u(a_0) + \varepsilon \end{array}$,

$\varepsilon > 0$ сколь угодно мало.

Теперь рассмотрим трехуровневую иерархическую систему, в которую включается также центр, который назначает функции штрафа, как за дачу, так и за получение взятки. Целевые функции участников определим следующим образом (g_0 - целевая функция центра):

(12)

$$g_0(a,b,c) = c + z(a) - l_1{}^*(a,b,c) - l_2{}^*(a,b,c) \xrightarrow[c,l_i,\alpha,\beta]{} \min,$$

$$g_1(a,b,c) = b - l_1(a,b,c) \xrightarrow[a(b)]{} \max,$$

$$g_2(a,b,c) = u(a) - b - l_2(a,b,c) \xrightarrow[b]{} \max.$$

c – затраты центра на антикоррупционные меры

$z(a)$ – убытки центра от нарушения условия гомеостаза, $z(a_0)$=0;

$l_1(a, b, c)$ – штраф, накладываемый на контролера

$l_2(a, b, c)$ – штраф, накладываемый на агента

l_1*, l_2*– функции, показывающие, какая часть штрафа имеет экономическую выгоду для центра.

$$l_i(a_0,0,c) = l_i(a,b,0) = 0.$$

Управляемыми параметрами для центра в общем случае является вид функций штрафа и его полезности для центра, затраты на проведение антикоррупционных мероприятий c. Однако чаще всего в реальной ситуации встречаются случаи, когда наказание за коррупцию закреплено законодательно и муниципальный или федеральный орган управления, играющий роль центра, не имеет возможности управлять любыми параметрами кроме параметра c. В дальнейшем будем придерживаться именно такого случая.

Рассмотрим следующий вид функций штрафа:

(13) $$l_i(a,b,c) = p(a,c)\cdot s_i(a,b), \quad i \in \{1,2\}.$$

Здесь $p(a, c)$ – вероятность обнаружения факта коррупции. Вероятность обнаружения повышается при увеличении затрат на борьбу с коррупцией, а также при понижении границы допуска a. Последнее означает, что чем сильнее агентом нарушается условие гомеостаза, тем проще центру обнаружить это и, как следствие, факт недобросовестного выполнения контролером своих обязанностей.

$s_i(a,b)$ – величина штрафа.

$s_i(a_0,0) = 0$, $p(a,0) = 0$.

Задача принимает вид:

$$g_0(a,b,c) = c + z(a) - l_1 * (a,b,c) - l_2 * (a,b,c) \xrightarrow[c]{} \min,$$

(14) $$g_1(a,b,c) = b - p(a,c)s_1(a,b) \xrightarrow[a(b)]{} \max,$$

$$g_2(a,b,c) = u(a) - b - p(a,c)s_2(a,b) \xrightarrow[b]{} \max.$$

Общий алгоритм решения задачи (14) с учетом указанных допущений можно описать следующим образом:

1. При фиксированном параметре c агент и контролер находят решение иерархической игры Γ_2 – размер взятки и границу допуска. Это решение будет зависеть от параметра c.
2. Центр подбирает значение параметра с таким образом, чтобы минимизировать свою целевую функцию.

В качестве примера рассмотрим ситуацию, в которой функция штрафа имеет вид, соответствующий ст. 290, 291 УК РФ. Рассмотрим только случай денежного штрафа без учета лишения права занимать определенные должности или заниматься определенной деятельностью и без учета лишения свободы. В качестве размера штрафа возьмем верхние границы соответствующих интервалов. Тогда функции штрафа можно записать в следующем виде:

(15) $$s_1(b) = \begin{cases} 50b, & b \in [0,25000], \\ 60b, & b \in (25000,150000], \\ 90b, & b \in (150000,1000000], \\ 100b, & b \in (1000000,+\infty). \end{cases}$$

(16) $$\tilde{s}_2(b) = \begin{cases} 30b, & b \in [0,25000], \\ 40b, & b \in (25000,150000], \\ 80b, & b \in (150000,1000000], \\ 90b, & b \in (1000000,+\infty). \end{cases}$$

(17) $$s_2(a,b) = \tilde{s}_2(b) - u(a) + u(a_0).$$

Дополнительные слагаемые во второй функции означают, что в случае обнаружения факта коррупции агенту все-таки придется обеспечить выполнение исходного условия гомеостаза. Эти слагаемые не включены в функцию выигрыша центра:

$$(18)\quad \begin{array}{l} l_1 * (a,b) = p(a,c)\cdot s_1(b) \\ l_2 * (a,b) = p(a,c)\cdot \tilde{s}_2(b) \end{array}$$

Обозначим:

$$(19)\quad s*(b) = \begin{cases} 80b, & b\in[0{,}25000], \\ 100b, & b\in(25000{,}150000], \\ 170b, & b\in(150000{,}1000000], \\ 190b, & b\in(1000000,+\infty). \end{cases}$$

Задача принимает вид:

$$(20)\quad \begin{array}{l} g_0(a,b,c) = c + z(a) + p(a,c)s*(b) \xrightarrow[c]{} \min, \\ g_1(a,b,c) = b - p(a,c)s_1(b) \xrightarrow[a(b)]{} \max, \\ g_2(a,b,c) = u(a) - b - p(a,c)s_2(a,b) \xrightarrow[b]{} \max. \end{array}$$

Было найдено решение этой задачи (20) в соответствии с предложенным выше алгоритмом. Одним из результатов является тот факт, что в данной модели при некоторых значениях параметров центр экономически не заинтересован в полной победе над коррупцией, поскольку она влечет увеличение затрат на обнаружение нарушений и отсутствие штрафов.

Литература

1. БЕЛОЛИПЕЦКИЙ А. А., ГОРЕЛИК В. А. *Экономико-математические методы.* – М.: Академия, 2010. - 368 с.
2. БУРКОВ В.Н., КОРГИН Н.А., НОВИКОВ Д.А. *Введение в теорию управления организационными системами* / Под ред. чл.-корр. РАН Д.А. Новикова. – М.: Либроком, 2009. – 264 с
3. ГЕРМЕЙЕР Ю.Б. *Игры с непротивоположными интересами.* М.: Наука, 1976. – 328с.
4. КОРНИЕНКО С.А., УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А. *Оценка качества в производственных системах различной структуры* // Управление большими системами. Специальный выпуск

30.1 «Сетевые модели в управлении». – М.: ИПУ РАН, 2010. – с 319-336.

5. УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А. *Иерархическое управление устойчивым развитием.* – М.: Издательство физико-математической литературы, 2010. – 336 с.

MATHEMATICAL MODELS OF SUSTAINABLE DEVELOPMENT IN PRODUCTION SYSTEMS WITH REGARD TO CORRUPTION

Sergey Kornienko, Southern Federal University, Rostov-on-Don, graduate student (korn.sergey@gmail.com).

Abstract: *The paper presents a static, deterministic model based on hierarchical control methods in one-, two-and three-level system. Solutions, based on hierarchical game Γ2 are considered.*

Keywords: hierarchical games, corruption, optimization methods, quality control