

УДК 681.51  
ББК 30в6

## **СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ ПОЛОЖЕНИЕМ МАГНИТНОЙ ОСИ ПЛАЗМЫ С ПД-РЕГУЛЯТОРАМИ В ТОКАМАКЕ ГЛОБУС-М**

**Гайдамака К. И.<sup>1</sup>**

*(Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова  
Российской академии наук, Москва)*

*Представлены модели двух ортогонально развязанных контуров системы управления положением магнитной оси плазмы в действующем сферическом токамаке «Глобус-М.» Приведены результаты численного моделирования системы управления положением плазмы с двумя вариантами модели объекта в среде «Matlab/Simulink». Проведен анализ работы инвертора тока методом численного моделирования и получены его характеристики. Показаны результаты сравнения работы системы с аналоговыми и цифровыми регуляторами в обратной связи.*

Ключевые слова: токамак, инвертор тока, неустойчивый объект, математическое моделирование, системы магнитного управления плазмой.

### **1. Введение**

В настоящее время в Физико-техническом институте имени А. Ф. Иоффе действует сферический токамак «Глобус-М» [3]. Этот токамак характеризуется большой вытянутостью плазменного шнура в вертикальном направлении, что приводит к неустойчивости плазмы по вертикали. Задача стабилизации положения плазмы решена с помощью двухконтурной аналоговой

---

<sup>1</sup> Кирилл Игоревич Гайдамака, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова Российской академии наук, старший инженер (k.gaydamaka@gmail.com).

системы управления. Контур управления горизонтальным и вертикальным положением ортогонально развязаны. В качестве исполнительных устройств в обоих контурах используются инверторы тока (ИТ) [1], нагруженные на индуктивную нагрузку – обмотки управления HFC (Horizontal Field Coil) и VFC (Vertical Field Coil). Для формирования управляющего воздействия в контурах обратной связи используются аналоговые ПД-регуляторы.

Вытянутость и форма плазмы задаются программно-управляемыми магнитными полями.

Ставится общая задача по созданию многомерной замкнутой *цифровой* системы управления положением, формой и током плазмы. Первый шаг по созданию такой системы – замена имеющихся аналоговых ПД-регуляторов в контурах управления положением плазмы по горизонтали и по вертикали на цифровые.

## 2. Система управления положением плазмы

### 2.1. СТРУКТУРА СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

Система управления положением плазмы имеет два ортогонально развязанных контура: контур управления вертикальным положением и контур управления горизонтальным положением (Рис. 1, 2). Каждый контур включает в себя объект управления (плазму в токамаке), исполнительное устройство, состоящее из обмотки управления (HFC, VFC) и инвертора тока, регулятор.



Рис. 1. Структура контура управления горизонтальным положением плазмы

Структуры контуров аналогичны, при этом объект управления неустойчив по вертикали, а по горизонтали – устойчив, но подвергнут действию постоянного возмущения, связанного с

расталкивающими горизонтальными силами, действующими на плазменный шнур.



Рис. 2. Структура контура управления вертикальным положением плазмы

Многомерная модель объекта управления высокого порядка позволяет оценить влияние контуров управления друг на друга [4].

## 2.2 ОБЪЕКТ УПРАВЛЕНИЯ

Для моделирования системы управления положением плазмы применялись следующие модели объекта: две модели первого порядка, раздельно описывающие поведение плазмы по горизонтали и по вертикали [1], многомерная модель 75-ого порядка, описывающая поведение плазмы и по горизонтали, и по вертикали [4].

Уравнение динамики *вертикальных* перемещений плазмы при малых смещениях относительно экваториальной плоскости токамака имеет вид:

$$(1) \quad \dot{Z}(t) = a(t) \cdot Z(t) + b(t) \cdot I(t)$$

где  $Z(t)$  - вертикальное смещение плазмы,  $I(t)$  - ток обмотки управления,  $a(t)$ ,  $b(t)$  – медленно изменяющиеся параметры. Определение «медленно изменяющиеся параметры» означает, что значения параметров  $a$ ,  $b$  можно считать постоянными на интервале периода автоколебаний в системе. Параметр  $a(t) > 0$  [с<sup>-1</sup>] – инкремент неустойчивости плазмы. Параметр  $b(t)$  [см/А·с] - динамический коэффициент передачи модели перемещений плазмы (объекта управления).

Динамика *горизонтальных* перемещений плазмы описывается дифференциальным уравнением 1-го порядка:

(2)  $\dot{x} = a \cdot x + b_{VFC} \cdot I_{VFC}$ , где  $x(t) = \Delta R(t) - \Delta R_{ref}(t)$  - отклонение плазмы от заданного программой  $\Delta R_{ref}(t)$  положения,  $a = -1/T$  – декремент затухания ( $T$  – постоянная времени объекта),  $b_{VFC}$  – динамический коэффициент передачи объекта управления относительно величины тока  $I_{VFC}(t)$ .

Также для исследования системы управления положением плазмы применялась многомерная модель, описывающая динамику изменения параметров плазмы при малых отклонениях [4]:

$$(3) \quad \begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases},$$

где  $x$  – вектор состояния, имеющий размерность 75 и включающий приращения токов во всех обмотках управления токамака, а также токов в камере,  $u$  – вектор управлений размерности 8, включающий приращения напряжений на всех обмотках управления,  $y$  – вектор выходных сигналов размерности 38, включающий сдвиги плазмы по вертикали и горизонтали, приращение полного тока плазмы, приращения токов во всех обмотках, и т.д. Данная модель описывает динамику обмоток управления и плазмы.

### 2.3 ОБМОТКИ УПРАВЛЕНИЯ

В отличие от многомерной модели (3), скалярные модели (1), (2) не включают динамику обмоток управления. Для построения модели системы управления необходима модель обмоток управления. Динамика тока в обмотках описывается уравнением

$$(4) \quad L\dot{I} + RI = U,$$

где  $L$  – индуктивность обмотки,  $R$  – активное сопротивление,  $I$  – ток в обмотке,  $U$  – напряжение на обмотке.

### 2.4 ИНВЕРТОР ТОКА

Инвертор тока представляет собой мостовую схему, в которой тиристоры переключаются попарно-противофазно. Схема тиристорного однофазного параллельного ИТ, нагрузкой которого является индуктивность  $L$  (обмотка управления), представлена на Рис.3. Индуктивный накопитель энергии ( $L_S$ ) выполняет

функцию источника тока ( $R$  и  $R_S$  - активные сопротивления обмотки управления и индуктивного накопителя соответственно). ИТ питается от источника напряжения  $U_0$  (управляемый тиристорный выпрямитель, заряженная конденсаторная батарея или какой-либо иной управляемый или неуправляемый источник). Режим работы ИТ, позволяющий управлять величиной тока в индуктивной нагрузке поясняют диаграммы тока  $I_C$  через конденсатор  $C$ , напряжения  $U$  на конденсаторе и тока  $I$  обмотки управления, представленные на Рис.4.

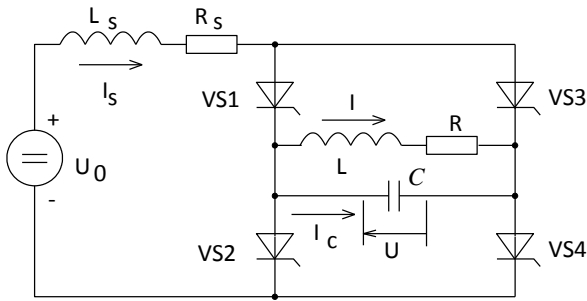


Рис. 3. Мостовой тиристорный инвертор тока

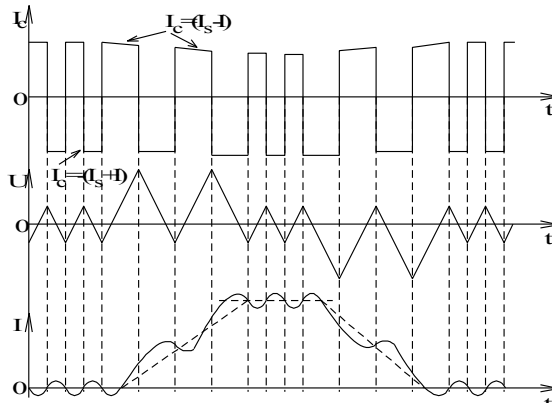


Рис. 4. Диаграммы тока  $I_C$  через конденсатор  $C$ , напряжения  $U$  на конденсаторе  $C$  и тока  $I$  обмотки управления

Предположим, что через индуктивный накопитель уже протекает ток  $I_s$  и при этом тиристоры VS1 и VS4 находятся в проводящем состоянии. Конденсатор  $C$  заряжается током  $I_C = I_s - I$  и напряжение  $U$  на конденсаторе  $C$  (Рис. 4) возрастает. При достижении определённого положительного уровня напряжения  $U$  включаются тиристоры VS2 и VS3. При этом к ранее открытым тиристорам VS1 и VS4 прикладывается обратное напряжение, и они запираются. Конденсатор  $C$  начинает перезаряжаться током  $I_C = -(I_s + I)$ , и когда напряжение  $U$  достигнет определённого отрицательного уровня, вновь включаются тиристоры VS1 и VS4. При этом уже к ключам VS2, VS3 будет приложено запирающее напряжение. Далее процесс повторяется. Выбирая соответствующим образом уровни напряжения  $U$ , при которых происходят переключения ИТ, можно изменять среднее на квазипериоде автоколебаний значение напряжения на индуктивности  $L$  и, следовательно, управлять током  $I$  в обмотке управления.

Схема управления инвертора осуществляет попарно-противофазное переключение тиристоров для поддержания устойчивого автоколебательного режима, а также при достижении предельных для тиристоров тока или напряжения.

## 2.5 РЕГУЛЯТОР

Контур обратной связи управления горизонтальным положением плазмы замкнут через пропорционально-дифференцирующий (ПД-) регулятор:

$$(4) \quad U_{Contr \text{ VFC}} = -\alpha_{VFC} \cdot (x + T_{d \text{ VFC}} \cdot \dot{x}),$$

где  $\alpha_{VFC}$  – коэффициент передачи ПД-регулятора,  $T_{d \text{ VFC}}$  – постоянная времени при дифференцирующей части регулятора.

Контур обратной связи управления вертикальным положением плазмы замыкается через регулятор  $P$ , реализующий пропорционально-дифференцирующий (ПД) алгоритм управления:

$$(5) \quad U_{Contr} = -\alpha \cdot (\varepsilon + T_d \cdot \dot{\varepsilon})$$

где  $\varepsilon(t) = Z(t) - Z_{ref}(t)$  – ошибка рассогласования,  $Z_{ref}(t)$  – задающая величина вертикального смещения плазмы.

### 3. Постановка задачи

С целью замены имеющихся аналоговых регуляторов в системе управления положением плазмы в токамаке «Глобус-М» на цифровые требуется:

- исследовать работу инвертора тока в различных режимах для получения его динамической модели,
- промоделировать имеющуюся в настоящее время систему управления с аналоговыми ПД-регуляторами с двумя видами моделей объекта управления для определения параметров процессов управления,
- исследовать работу системы управления с цифровыми регуляторами и сравнить ее с работой системы с аналоговыми регуляторами.

### 4. Инвертор тока как элемент системы управления

Инвертор тока — это сложное нелинейное устройство, входящее в контуры управления положением плазмы. Для анализа работы системы управления с целью дальнейшего анализа и синтеза цифровых регуляторов нужны упрощенные модели, описывающие его работу.

Для получения такой модели была исследована модель Matlab/Simulink, соответствующая Рис. 3 и повторяющая работу схемы управления тиристорами.

В [1] указывается, что схема управления инвертора разработана таким образом, что среднее на квазипериоде значение выходного напряжения инвертора тока пропорционально входному (управляющему) напряжению:

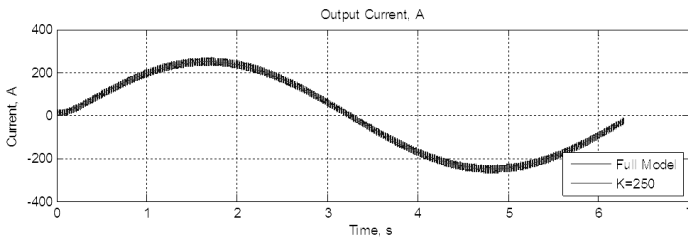
$$(6) \quad \bar{U} = K \cdot U_{contr},$$

где  $\bar{U}$  — среднее на квазипериоде значение выходного напряжения инвертора тока,  $K$  — коэффициент усиления инвертора тока,  $U_{contr}$  — входное напряжение инвертора тока (выходное напряжение регулятора).

Таким образом, инвертор тока можно моделировать безынерционным усилителем, но данная закономерность верна не

для любых входных сигналов. Для определения границ диапазона линейности и исследования работы инвертора тока при входных сигналах за пределами этого диапазона, проводилось численное моделирование в среде Matlab/Simulink.

Моделирование инвертора тока, подключенного к индуктивной нагрузке (обмотке управления), показало (Рис. 5), что если инвертор не выходит в насыщение и частота входного сигнала меньше частоты автоколебаний инвертора, то его можно представить в виде безынерционного усилителя с коэффициентом усиления  $K = 250$ .



*Рис. 5. Диаграммы тока  $I$  обмотки управления при синусоидальном входном сигнале с амплитудой 0,01 В и частотой 1 рад/с для полной модели инвертора и для инвертора в виде безынерционного усилителя*

Линейность работы инвертора нарушается в случае насыщения по току или по напряжению. Если предельные допустимые значения напряжения или тока не достигаются, инвертор работает в автоколебательном режиме, обеспечивающем выполнения соотношения (6). Если один из параметров достигает предельного допустимого значения, с целью защиты тиристоров переключение происходит с нарушением условия (6), что и приводит к нелинейности.

Насыщение по току возникает в случае входных сигналов низкой частоты и определяется общим статическим коэффициентом усиления инвертора и катушки, а также предельным значением тока:



$$(7) \quad U_{contr\max}^0 = \frac{I_{\max}}{K \cdot W_{ui}(0)} = \frac{1500 \text{ A}}{250 \cdot 100 \frac{1}{\text{Ом}}} = 0,06 \text{ В}$$

Таким образом, на нулевой частоте (и до частоты среза обмотки управления) система выходит в насыщение при амплитуде входного напряжения равной 0,06 В. С ростом частоты входного напряжения инвертора выше частоты среза обмотки управления, коэффициент усиления обмотки управления, моделируемой аperiodическим звеном, снижается на 20 дБ на декаду. При этом предельная амплитуда входного напряжения инвертора возрастает на 20 дБ на декаду.

Например, на частоте 100 рад/с система остается линейной (Рис. 6) при амплитуде входного напряжения до 0,6 В. При этом амплитуда колебаний среднего значения тока уменьшилась в 10 раз до 25 А, что соответствует 20 дБ.

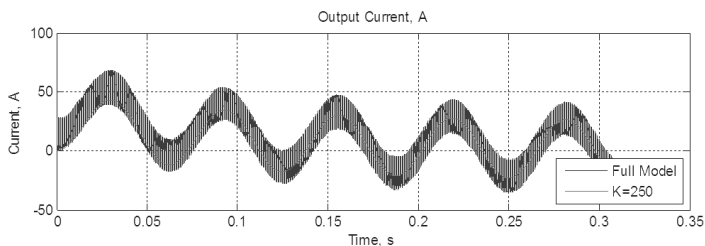


Рис. 6. Диаграммы тока  $I$  обмотки управления при синусоидальном входном сигнале с амплитудой 0,6 В и частотой 100 рад/с

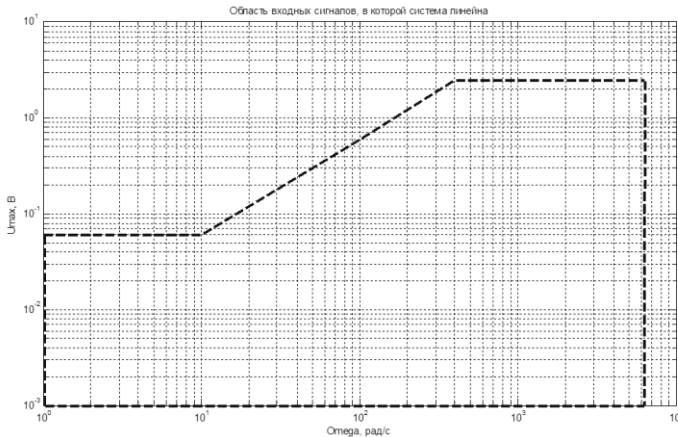
Дальнейшее увеличение частоты входного напряжения сопровождается увеличением его амплитуды до тех пор, пока система не входит в режим насыщения по напряжению. Насыщение по напряжению обусловлено ограничением максимального напряжения тиристоров. Схема управления инвертора переключает пару тиристоров, через которую проходит текст, как только мгновенное значение напряжения достигает предельной величины.

С учетом параметров элементов инвертора была получена величина максимального среднего напряжения на выходе ин-

вертора  $\bar{U}_{\max} = 620\text{В}$  и величина максимального управляющего напряжения  $U_{\text{contr max}} = 2,48\text{ В}$ .

При частотах выше 1000 Гц колебания входного напряжения практически сравниваются по частоте с колебаниями напряжения, вызванными автоколебаниями в инверторе, происходящими на частотах порядка 3000 Гц.

Таким образом, можно построить область частот и напряжений входного сигнала, в которой система линейна (Рис. 7). Данная область имеет сложную форму, что не позволяет построить упрощенную модель, учитывающую все нелинейности инвертора.

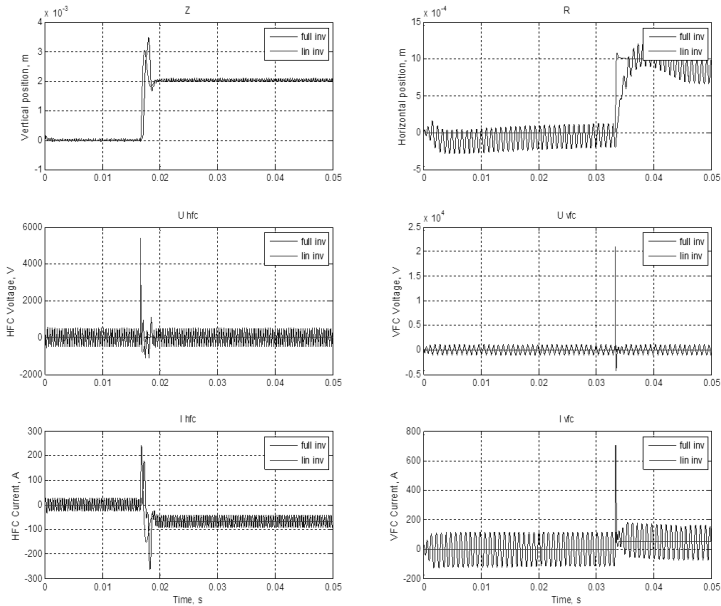


*Рис. 7. Область входных сигналов, при которых система линейна (в логарифмических осях)*

Для оценки влияния учета различных нелинейностей инвертора в упрощенной модели, проводилось моделирование работы замкнутой системы управления положением плазмы в среде Matlab/Simulink.

На Рис. 8 представлены результаты моделирования работы системы управления с полной моделью инвертора и с моделью инвертора в виде безынерционного усилителя. На графиках видно, что модель в виде безынерционного усилителя дает плохое приближение работы системы. Это связано с тем, что

напряжение в упрощенной модели неограниченно возрастает (до 20 кВ), что невозможно в полной модели инвертора и в реальной установке.



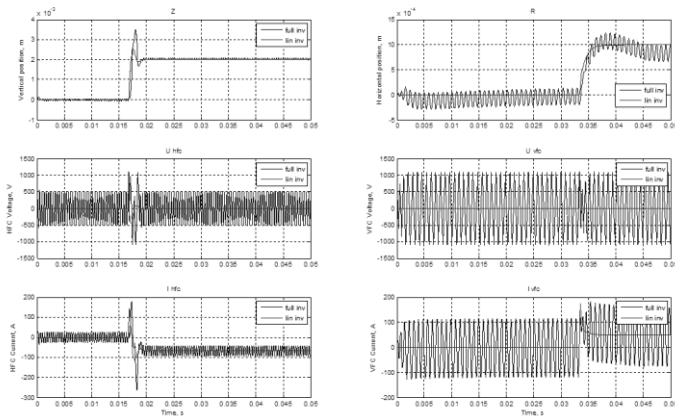
*Рис. 8. Результаты моделирования замкнутой системы управления положением плазмы с двумя видами моделей инвертора тока: полной моделью и безынерционным усилителем*

Моделирование показало (Рис. 9), что хорошее приближение инвертора дает модель в виде безынерционного усилителя с насыщением.

## **5. Работа системы с цифровым регулятором**

Для анализа работы замкнутой системы управления с цифровым регулятором использовалась модель плазмы первого порядка совместно с моделью катушки управления и модель инвертора тока в виде безынерционного усилителя. Рассматри-

вался только контур управления неустойчивым вертикальным положением плазмы.



*Рис. 9. Результаты моделирования замкнутой системы управления положением плазмы с двумя видами моделей инвертора тока: полной моделью и безынерционным усилителем с насыщением*

При замене аналогового регулятора на цифровой необходимо определить минимальную допустимую частоту дискретизации (максимальный период). Выбор частоты дискретизации для цифрового регулятора в контуре управления положением плазмы обусловлен двумя факторами:

- динамика контура управления;
- влияние дискретизации регулятора на работу исполнительного устройства (инвертора тока).

С целью замены регулятора был проведен анализ работы системы с учетом этих факторов.

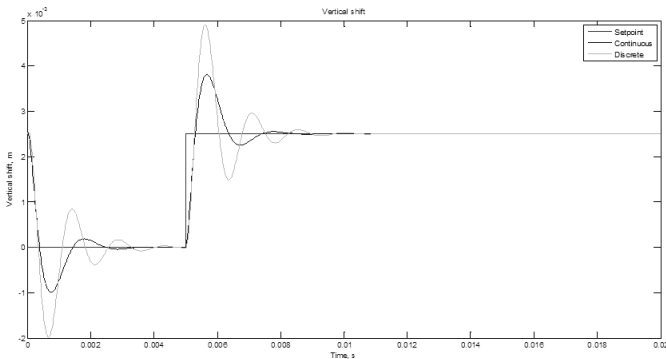
Для проведения оценки минимальной частоты дискретизации регулятора на характеристики системы управления было проведено моделирование работы замкнутой системы управле-

ния с различными величинами частоты дискретизации. Исходное приближение выбиралось исходя из соотношения:

$$(8) \quad T_{рег} = \frac{T}{10} = \frac{1 \text{ мс}}{10} = 0,1 \text{ мс},$$

где  $T_{рег}$  – период дискретизации регулятора,  $T$  – постоянная времени объекта управления.

Результаты моделирования работы системы управления с аналоговым и цифровым регуляторами приведены на Рис. 10.

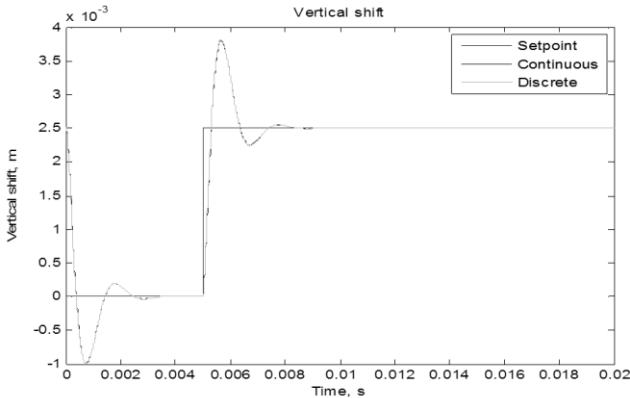


*Рис. 10. Результаты моделирования замкнутой системы управления положением плазмы с аналоговым и цифровым регуляторами с периодом дискретизации 0,1 мс*

Видно, что качество управления в системе с цифровым регулятором существенно хуже, чем в системе с аналоговым регулятором. Сокращение периода дискретизации цифрового регулятора на порядок позволило добиться практически полного совпадения в работе системы с аналоговым и цифровым регуляторами (Рис. 11).

При замене аналогового регулятора на цифровой, необходимо учесть особенности исполнительного устройства — инвертора тока, работающего в автоколебательном режиме. Для того, чтобы оценить влияние цифрового регулятора на работу инвертора тока, были рассмотрены два различных варианта соотношения величины квазипериода работы инвертора и вели-

чины периода дискретизации входного сигнала. При этом предполагалось, что инвертор работает без насыщений.



*Рис. 11. Результаты моделирования замкнутой системы управления положением плазмы с цифровым регулятором с периодом дискретизации 0,01 мс*

Результаты моделирования работы инвертора в случае, когда период дискретизации входного сигнала больше квазипериода автоколебаний инвертора (период дискретизации сигнала – 0,001 с, квазипериод инвертора меняется в диапазоне от 300 мкс до 600 мкс) приведены на Рис. 12.

Видно, что работу инвертора при таком входном сигнале можно рассматривать как совокупность интервалов с постоянным входным сигналом. Таким образом, увеличение периода дискретизации не может приводить к срыву автоколебательного режима инвертора.

Результаты моделирования работы инвертора в случае, когда период дискретизации входного сигнала меньше квазипериода автоколебаний инвертора представлены на Рис. 13.

Видно, что работа инвертора при таком входном сигнале аналогична его работе с непрерывным входным сигналом. Таким образом, уменьшение периода дискретизации не может приводить к срыву автоколебательного режима инвертора.

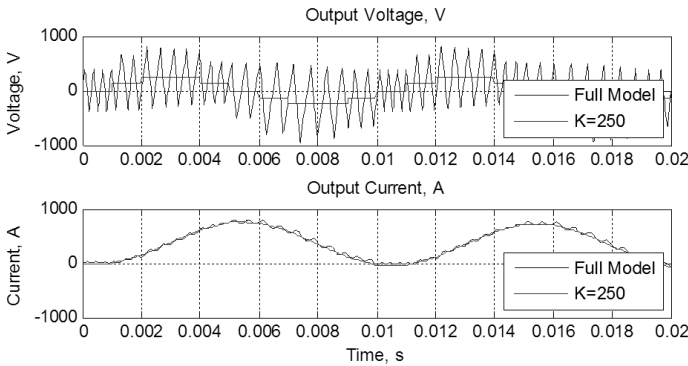


Рис. 12. Результаты моделирования работы инвертора при ступенчатом входном сигнале с  $T_{\text{дискр}}=0,001$  с

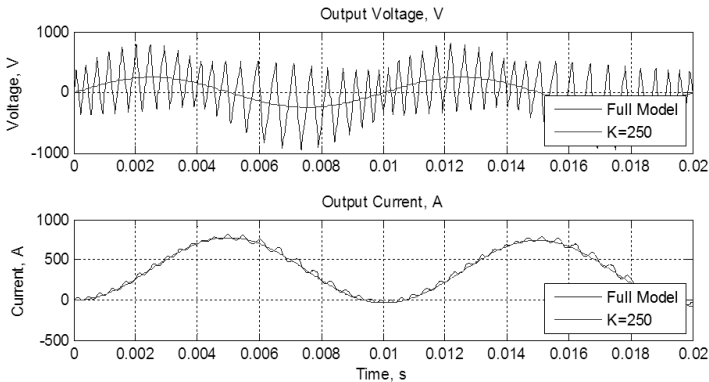
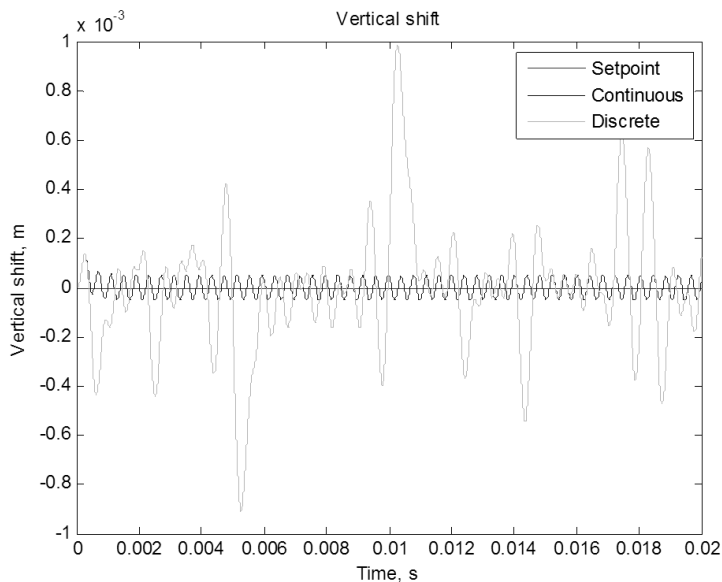


Рис. 13. Результаты моделирования работы инвертора при входном сигнале с  $T_{\text{дискр}}=0,1$  мс

Рассмотрим работу замкнутой цифровой системы стабилизации ( $Z_{\text{ref}} = 0$ ) вертикального положения плазмы, приняв период дискретизации регулятора равным 0,1 мс в соответствии с (8). Результаты моделирования работы такой системы приведены на Рис. 14.



*Рис. 14. Результаты моделирования работы замкнутой системы стабилизации вертикального положения магнитной оси плазмы с цифровым ( $T_{\text{дискр}}=0,1$  мс) и аналоговым регуляторами*

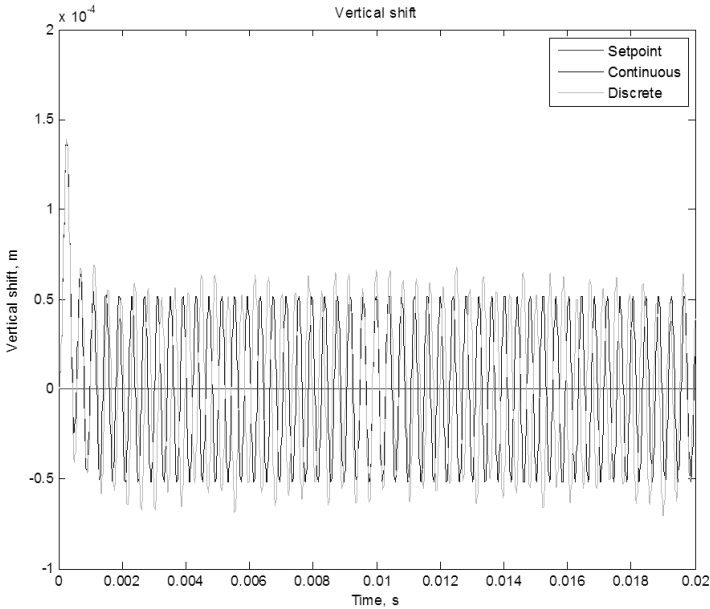
Моделирование показало, что работа цифровой системы существенно хуже, чем аналоговой, при этом, если начальное положение плазмы отлично от нуля, система не справляется с задачей стабилизации. Причина неработоспособности системы в том, что период дискретизации 0,1 мс близок к периоду автоколебаний в установившемся режиме (0,3 мс) и цифровой регулятор не успевает вырабатывать управляющие воздействия для поддержания стабильного автоколебательного режима. Данное явление не наблюдается при меньшем периоде дискретизации.

Результаты моделирования работы системы при уменьшении периода дискретизации регулятора до 10 мкс приведены на Рис. 15.

Моделирование показало, что в системе поддерживается устойчивый автоколебательный режим, близкий к режиму,



возникающему в системе с аналоговым регулятором, и такая система способна эффективно решать задачу стабилизации.



*Рис. 15. Результаты моделирования работы замкнутой системы стабилизации вертикального положения магнитной оси плазмы с цифровым ( $T_{\text{дискр}}=10$  мкс) и аналоговым регуляторами*

## 6. Выводы

Полученные результаты позволяют решать задачу синтеза регулятора с применением линейных моделей инвертора тока, учитывая диапазоны его линейности.

Полученные оценки периода дискретизации позволяют сформировать требования к оборудованию цифрового регулятора.

## Литература

1. КУЗНЕЦОВ Е. А., МИТРИШКИН Ю. В. *Автоколебательная система стабилизации неустойчивого вертикального положения плазмы сферического токамака «Глобус-М»* // М., 2005 (Научное издание / Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН).
2. КУЗНЕЦОВ Е. А. *Модернизация системы управления положением плазмы по большому радиусу в токамаке Глобус-М: Отчет о научно-исследовательской работе.* – ГИЦ РФ ТРИНИТИ, Троицк, 2006.
3. GUSEV V. K., AZIZOV E. A., ALEKSEEV A. B., ET AL. *Globus-M results as the basis for a compact spherical tokamak with enhanced parameters “Globus-M2”*, *Nuclear Fusion*, vol. 53, 093013, 14 pp, 2013.
4. MITRISHKIN Y.V., KORENEV P.S., KARTSEV N.M., PATROV M.I. *Plasma shape control with a linear model for Globus-M tokamak* / 41st Conference on Plasma Physics, Berlin, Germany, June 23-27, 2014. Accepted for presentation and publication.

**Kirill Gaydamaka**, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, engineer (k.gaydamaka@gmail.com).

*Abstract: Models of two orthogonally decoupled control loops of plasma position control system in a spherical tokamak "Globus-M" are obtained. Results of numerical simulation of the plasma position control system with two different models of the object in the environment «Matlab / Simulink» are presented. The analysis of the current inverter was made and its characteristics were obtained. The results of the comparison of the system with analog and digital controllers in the feedback loop are shown.*

**Keywords:** tokamak, current inverter, unstable plant, mathematical modeling, systems of magnetic plasma control.