

УДК 519.83+519.86

ТРЕХУРОВНЕВАЯ СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ ВЕРТИКАЛЬНОЙ МАРКЕТИНГОВОЙ СИСТЕМОЙ¹

Назиров А.Э.², Усов А.Б.³

(Южный Федеральный Университет, г.Ростов-на-Дону)

Представлена математическая модель, описывающая деятельность различных субъектов экономической системы. В роли субъектов управления выступают: поставщик, производящий продукцию, посредник и торговое предприятие. Модель построена на основе теоретико-игрового и иерархического подходов. Строится равновесие игры Гермейера Г1 с учетом требований поддержания системы в заданном состоянии. В качестве метода иерархического управления используется метод побуждения. Приведен ряд характерных примеров с последующей интерпретацией полученных результатов.

Ключевые слова: иерархия, трехуровневая система управления, метод побуждения, игра Гермейера Г1.

1. Введение

Экономика большинства стран базируется на частной собственности и свободном предпринимательстве. Ценообразование при этом не предполагает какого-либо вмешательства государства и определяется спросом и предложением на товар. Взаимоотношения между субъектами управления различных

¹Работа выполнена при поддержке РФФИ, проекты №12-01-00017-а и №12-01-31287-мол-а

²Адалят Эльшанович Назиров, аспирант (aenazirov@gmail.com)

³Анатолий Борисович Усов, доктор технических наук, профессор (usov@math.rsu.ru)

экономических систем подкреплены договорами различных видов.

Для исследования процессов, возникающих в рыночной экономике, выявления основных закономерностей устойчивого функционирования систем управления экономическими объектами используют математические методы, основанные на средствах системного анализа, теории управления и теории моделирования сложных систем.

Математическое моделирование как инструмент исследования систем управления различной природы получило широкое распространение в 20 веке. Этому способствовали работы Ю.Б. Гермейера, Н.Н. Моисеева [1, 3]. Их идеи получили развитие в работах В.Н. Буркова, И.А. Вателя, В.А. Горелика, В.В. Захарова, А.Ф. Кононенко, В.Ф. Крапивина, В.В. Мазалова, Д.А. Новикова, Л.А. Петросяна, Г.А. Угольницкого и других [2, 4-6], в том числе, за рубежом, например, у Т. Basar, G.J. Olsder [7].

Успешное функционирование любых экономических объектов невозможно без комплексного подхода к проблеме управления и предполагает наличие отлаженной системы управления. Изучение различного рода систем управления проходит в рамках теории активных систем, теории иерархических игр, а также теории контрактов [4-6].

В отличие от имеющихся работ по моделированию иерархических систем различной природы ниже исследование проводится на основе теоретико-игрового и иерархического подходов [5-6] с учетом объективных условий развития системы управления.

Строится и исследуется трехуровневая модель, описывающая взаимодействие нескольких субъектов вертикальной маркетинговой системы: поставщика (ПС), посредника (ПР) и торгового предприятия (ТП). Наличие иерархии в отношениях между субъектами управления обусловлено порядком принятия ими решений. Этот факт определяет инструментарий исследования построенной модели [5]. Взаимоотношения ПС и ПР происходят в соответствии с договором комиссии или агентским договором. Предполагается, что основной целью ПС является поддержание системы в заданном состоянии [5]. В качестве метода иерархи-

ческого управления в предложенной модели используется метод побуждения [5-6].

2. Математическая постановка задачи

Особое значение для экономических субъектов занимающихся производством продукции имеет способ движения товара к конечному потребителю. Рассматривается трехуровневая модель вертикальной маркетинговой системы, включающая:

- поставщика (ПС);
- посредника (ПР);
- торговое предприятие (ТП);
- управляемую систему (УС, потребители).

Каждый субъект этой системы принимает на себя или помогает передать другому право собственности на конкретный товар на пути от производителя к потребителю.

Взаимоотношения между субъектами управления данной системы носят следующий характер: ПС воздействует на ПР, ПР – на ТП, ТП – на УС. Непосредственное воздействие ПС на УС отсутствует.

ТП действует от собственного имени, но используя товары и товарные знаки ПС. ПР действует от имени ПС. ПС в свою очередь контролирует деятельность ПР. Подобная организация взаимоотношений обусловила иерархию между субъектами управления системы, в соответствии с которой ПС выступает в качестве субъекта управления верхнего уровня, ПР – среднего, а ТП – нижнего уровня.

Исследуется случай, когда деятельность ПС связана с производством строительных материалов из древесины. Его основной целью является поддержание системы в заданном состоянии, (состоянии гомеостаза). Компании - производители для осуществления своей деятельности нуждаются в разрешении на выброс загрязняющих веществ (ЗВ), в котором оговаривается класс опасности ЗВ и их объемы. Данное разрешение может быть отозвано в связи с превышением объемов ЗВ или их класса опасности, а функционирование компании приостановлено. Основной целью ПС является выполнение экологических нор-

мативов и поддержание системы в гомеостазе, и во вторую очередь максимизация собственной прибыли. Будем считать, что система находится в гомеостазе, если количество загрязняющих веществ (ЗВ), поступающих в атмосферу при производстве строительных материалов, соответствует нормам, установленным государством. Данное условие может быть выполнено не единственным образом, поэтому, кроме того, ПС стремится к максимизации прибыли, полученной в результате реализации, произведенной им продукции. ПС реализует продукцию через ПР, с которым у него заключен договор комиссии. В соответствии с данным договором ПС выступает в роли комитента, а ПР - комиссионера.

ПС предоставляет ПР товар по базовой цене, которой ПС может управлять. ПР может менять (увеличивать или уменьшать) цену, установленную ПС, в пределах оговоренных договором комиссии. ПР управляет величиной собственной накрутки или скидки к цене ПС. Согласно договору комиссии ПР за оказанные им услуги, получает комиссионное вознаграждение, величина которого зависит от объема проданной им продукции.

ТП занимается продажей строительных материалов, приобретаемых у ПС через ПР. ТП стремится к максимизации своей прибыли, управляя размером своей наценки на стоимость продукции, по которой оно приобретает товар у ПР. С доходов всех субъектов управления государство взимает налог.

В качестве метода иерархического управления используется метод побуждения [5,6].

Предполагается, что ПС производит и продает товары одного типа. Кроме того, имеется одно ТП, которому ПС через ПР продает свой товар.

ТП стремится к максимизации своей прибыли. При этом оно несет фиксированные и переменные затраты. Фиксированные затраты, в отличие от переменных, не зависят от объема продаваемой продукции.

Целевая функция ТП имеет вид:

$$(1) \quad J_{ТП} = (1 - \nu)((c_{ТП} - s \cdot P_{ТП} - S_{RS}) \cdot V(P_{ТП}) - FC_{ТП}) \rightarrow \max_{c_{ТП}}$$

$$(2) \quad P_{ТП} = P_{ПР} + c_{ТП}$$

$$(3) \quad V(P_{ТП}) = \frac{A}{(P_{ТП})^\alpha}$$

где v – величина налога на прибыль; $P_{ПР}$, $P_{ТП}$ – цена единицы продукции у ПР и ТП, соответственно; $c_{ТП}$ – наценка ТП; $V(P_{ТП})$ – объем продаваемой ТП продукции; он зависит от цены $P_{ТП}$ с постоянным коэффициентом эластичности α ; $c_{ТП} \cdot V(P_{ТП})$ – доход ТП от реализации продукции; $FC_{ТП} = const$ – фиксированные затраты ТП; $s = const$ – доля выручки ТП, выделяемая в фонд заработной платы ($s \in (0,1)$); $S_{RS} = const$ – средства, которые ТП тратит на хранение единицы продукции ($S_{RS} > 0$). Предполагается, что товар, который продает ТП является эластичным, т.е. $|\alpha| > 1$; A , $\alpha = const$.

ПР получает от ТП заказ на товар в количестве $V(P_{ТП})$ и направляет его на исполнение ПС. ПС поставляет готовую продукцию ПР, тот, в свою очередь, ТП. ПР тратит собственные средства на повышение своей квалификации, аренду офиса и использование средств связи. С учетом возможной коррупции в системе целевая функция ПР имеет вид:

$$(4) \quad J_{ПР} = (1 - v)(1 - cost_{ПР}) \cdot b \cdot P_{ПС} \cdot V(P_{ТП}) \rightarrow \max_{c_{ПР}, \delta}$$

$$(5) \quad P_{ПР} = P_{ПС} + c_{ПР}$$

Здесь b – величина комиссионных за единицу проданной продукции; $P_{ПС}$ – цена единицы продукции у ПС; $b \cdot P_{ПС} \cdot V(P_{ТП})$ – комиссионные, получаемые от ПС, за единицу проданного товара; они зависят от стоимости продукции у ТП; $cost_{ПР}$ – доля средств от общей выручки ПР, которую составляют переменные затраты.

Основной целью ПС, следуя [5], является поддержание системы в гомеостазе. Будем считать, что система находится в гомеостазе, если выполнено неравенство

$$(6) \quad M(V) < M_{Max}$$

где M_{Max} – максимально допустимый объем сброса ЗВ в окружающую среду, установленный государством, $M(V(P_{ТП}))$ – количество попадающих в окружающую среду загрязнений, зависящее от объема произведенной продукции ($V(P_{ТП})$).

Выполнения условия (6) ПС может добиться не единственным образом, поэтому, кроме того, он стремится к увеличению собственного дохода. ПС управляет базовой стоимостью продукции $P_{ПС}$. ПС расходует средства на оплату услуг связи, рекламу и аренду склада. Эти затраты не зависят от объема продаж. Кроме того, ПС тратит средства на выплату комиссионных ПР, аренду склада, зарплату сотрудникам, а также закупку сырья. Эти затраты зависят от объема проданной продукции.

Целевая функция ПС имеет вид.

$$(7) \quad J_{ПС} = (1 - \nu)((P_{ПР} - (\text{cost}_{ПС} + b) \cdot P_{ПС} - z_s) \cdot V(P_{ТП}) - FC_{ПС}) \rightarrow \max_{P_{ПС}}$$

где $FC_{ПС} = \text{const}$ - фиксированные затраты ПС; $\text{cost}_{ПС}$ - размер переменных затрат; z_s - стоимость хранения одной единицы продукции у ПС.

Описанная выше модель решается при следующих ограничениях на управления

– ПС

$$(8) \quad P_{ПС\min} \leq P_{ПС} \leq P_{ПС\max}$$

– ПР

$$(9) \quad c_{ПР\min} \leq c_{ПР} \leq c_{ПР\max}$$

– ТП

$$(10) \quad c_{ТП\min} \leq c_{ТП} \leq c_{ТП\max}$$

где $P_{ПС\min}$, $P_{ПС\max}$ - размер минимальной и максимальной цены единицы продукции у ПС; $c_{ПР\min}$, $c_{ПР\max}$ ($c_{ТП\min}$, $c_{ТП\max}$) - размер минимальной и максимальной наценки ПР (ТП) на единицу продукции.

Исследуемая модель описывается системой уравнений и неравенств (1) – (10).

3. Методы исследования модели

Алгоритм нахождения равновесия побуждения в бескоррупционном случае заключается в следующем.

- 1) Решается задача (1) - (3), (10). Определяется оптимальная для ТП наценка, которая зависит от стоимости единицы

продукции у ПР, т.е. от $P_{ПС}$ и $c_{ПР}$. Обозначим ее через $c_{ТП}^*(P_{ПС}, c_{ПР})$.

- 2) Решается задача (4) - (5), (9) при $c_{ТП} = c_{ТП}^*(P_{ПС}, c_{ПР})$. Определяется оптимальное управление ПР в зависимости от величины $P_{ПС}$. Обозначим его - $c_{ПР}^*(P_{ПС})$.
- 3) Подставим найденные на первом и втором шагах алгоритма величины $c_{ТП}^*(P_{ПС}, c_{ПР}^*(P_{ПС}))$ и $c_{ПР}^*(P_{ПС})$ в (6) - (8). Определяется оптимальная для ПС стоимость единицы продукции $P_{ПС}^*$.
- 4) Решение модели (1) – (10) имеет вид $\{P_{ПС}^*, c_{ПР}^*(P_{ПС}^*), c_{ТП}^*(P_{ПС}^*, c_{ПР}^*(P_{ПС}^*))\}$.

Задачи, решаемые на 1 – 3 шагах алгоритма представляют собой нелинейные задачи условной оптимизации, решаемые с учетом иерархии в отношениях между субъектами управления.

Пусть наложены следующие ограничения на входные параметры субъектов управления:

– ТП

$$0 \leq s < 1; 0 < S_{RS}; 0 < A; \alpha > 1$$

– ПР

$$0 < b < 1; 0 < cost_{ПР} < 1; -1 < c_{ПР\min}$$

– ПС

$$(1 + c_{ПР\min}) > cost_{ПС} + b$$

Тогда равновесие игры Гермейера Г1 с учетом требований поддержания системы в заданном состоянии строится аналитически методом множителей Лагранжа. Оптимальное управление ТП выглядит следующим образом

$$c_{ТП}^* = \begin{cases} c_{ТП\min}, & \text{если } c_{ПР} < c_{01} \\ c_{ТП}^0, & \text{если } c_{ПР} \in [c_{01}, c_{02}) \\ c_{ТП\max}, & \text{если } c_{ПР} \geq c_{02} \end{cases}$$

где

$$c_{01} = \frac{c_{ТП\min}(\alpha - 1)(1 - s) - \alpha S_{RS}}{(1 - s + \alpha s) \cdot P_{ПС}} - 1;$$

$$c_{02} = \frac{c_{ТП\max}(\alpha - 1)(1 - s) - \alpha S_{RS}}{(1 - s + \alpha s) \cdot P_{ПС}} - 1;$$

$$c_{П}^0 = \frac{(1-s+\alpha s) \cdot P_{ПC}(1+c_{ПП}) + \alpha S_{RS}}{(\alpha-1)(1-s)}$$

ПР выгодно предоставлять максимальную скидку на цену ПС. Оптимальное управление ПР имеет вид: $c_{ПП}^* = c_{ПП\min}$.

Оптимальным для ПС является одна из семи стратегий:

$$P_{ПC\min}, P_{ПC\max}, P_{01}, P_{02}, P_0^0, P_1^0, P_2^0$$

где

$$P_{01} = \frac{c_{ПП\min}(\alpha-1)(1-s) - \alpha \cdot S_{RS}}{(1-s+\alpha s) \cdot (c_{ПП\min} + 1)};$$

$$P_{02} = \frac{c_{ПП\max}(\alpha-1)(1-s) - \alpha \cdot S_{RS}}{(1-s+\alpha s) \cdot (c_{ПП\min} + 1)};$$

$$P_0^0 = \frac{z_s \alpha (1+c_{ПП\min}) + ((1+c_{ПП\min}) - (cost_{ПC} + b)) c_{ПП\min}}{(1+c_{ПП\min})(\alpha-1)((1+c_{ПП\min}) - (cost_{ПC} + b))};$$

$$P_1^0 = \frac{\frac{\alpha S_{RS}}{(\alpha-1)(1-s)} ((1+c_{ПП\min}) - (cost_{ПC} + b)) + \alpha z_s L}{(\alpha-1) \cdot L((1+c_{ПП\min}) - (cost_{ПC} + b))};$$

$$P_2^0 = \frac{c_{ПП\max}((1+c_{ПП\min}) - (cost_{ПC} + b)) + \alpha z_s (1+c_{ПП\min})}{(\alpha-1)(1+c_{ПП\min})((1+c_{ПП\min}) - (cost_{ПC} + b))};$$

$$L = (1+c_{ПП\min}) + \frac{(1-s+\alpha s)(1+c_{ПП\min})}{(\alpha-1)(1-s)}$$

ПС выбирает одну из указанных стратегий, в зависимости от значений входных параметров системы.

В общем случае равновесие строится численно методом прямого упорядоченного перебора областей допустимых управлений на основе имитационного моделирования.

4. Результаты расчетов

Приведем несколько примеров исследования модели (1) - (10).

Пример 1. Для следующего набора входных параметров (у.е. – стоимость в условных единицах; т – тонна):

$A=10000$; $\alpha=1,35$; $c_{ТПmin}=2$ у.е.; $c_{ТПmax}=50$ у.е.; $FC_{ТП}=50$ у.е.; $s=0,1$; $S_{RS}=0,3$ у.е.; $c_{ПРmin}=-0,2$; $c_{ПРmax}=1,5$; $cost_{ПР}=0,3$; $b=0,3$; $P_{ПCmin}=10$ у.е.; $P_{ПCmax}=200$ у.е.; $M_{Пmax}=10$ т; $cost_{ПC}=0,2$; $FC_{ПC}=100$ у.е.; $z_s=0,5$ у.е.; $v=0,15$

оптимальные стратегии субъектов управления имеют вид:

$$c_{ТП}^*=c_{ТПmax}=50 \text{ у.е.}; c_{ПР}^*=c_{ПРmin}=-0,2; P_{ПC}^*=P_2^0=185 \text{ у.е.}$$

Доход субъектов управления в равновесии системы равен

$$J_{ПC}=285,9 \text{ у.е.}; J_{ПР}=262,0 \text{ у.е.}; J_{ТП}=159,1 \text{ у.е.}$$

Здесь $J_{ПC}$, $J_{ПР}$, $J_{ТП}$ - доходы ПС, ПР и ТП соответственно.

В данном случае ТП и ПР выгодно назначать максимально возможные наценки к ценам ПР и ПС соответственно.

Пример 2. В случае входных данных примера 1 и $\alpha=1,55$, получим что

$$c_{ТП}^*=c_{ТП}^0=18 \text{ у.е.}; c_{ПР}^*=c_{ПРmin}=-0,2; P_{ПC}^*=P_{ПCmin}=10 \text{ у.е.};$$

$$J_{ПC}=51,3 \text{ у.е.}; J_{ПР}=114,4 \text{ у.е.}; J_{ТП}=780,1 \text{ у.е.}$$

Следовательно, с ростом коэффициента эластичности прибыли ТП растет, а ПР и ПС - падает.

Пример 3. В случае входных данных примера 1 и $P_{ПCmax}=50$ у.е. имеем:

$$c_{ТП}^*=c_{ТПmax}=50 \text{ у.е.}; c_{ПР}^*=c_{ПРmin}=-0,2; P_{ПC}^*=P_{ПCmax}=50 \text{ у.е.};$$

$$J_{ПC}=198,5 \text{ у.е.}; J_{ПР}=205,3 \text{ у.е.}; J_{ТП}=753,3 \text{ у.е.}$$

С уменьшением максимально возможной стоимости единицы товара у ПС, для него оптимальным становится именно это значение цены единицы продукции. Прибыль ТП в этом случае возрастает по сравнению с примером 1, прибыли ПР и ПС - падают.

Пример 4. В случае входных данных примера 1 и $A=5000$:

$$c_{ТП}^*=c_{ТПmax}=50 \text{ у.е.}; c_{ПР}^*=c_{ПРmin}=-0,2; P_{ПC}^*=P_2^0=185 \text{ у.е.};$$

$$J_{ПC}=100,5 \text{ у.е.}; J_{ПР}=131,0 \text{ у.е.}; J_{ТП}=58,3 \text{ у.е.}$$

Снижение объема производства у ПС влечет за собой снижение прибыли всех субъектов управления системы.

5. Заключение

В работе на основе теоретико-игрового и иерархического подходов построена математическая модель системы управления деятельностью комиссионера. Проведен ряд экспериментов

ивыявлены основные закономерности функционирования системы, которые состоят в следующем:

1. Увеличение объема продаж влечет за собой увеличение прибыли всех субъектов управления. С ростом коэффициента эластичности (α) происходит снижение прибыли ПС и ПР.

2. Уменьшение максимально допустимой скидки, предоставляемой ПР приводит к увеличению прибыли ПС. ПР выгодно предоставить ТП максимально возможную скидку. При увеличении размера комиссионных прибыль ПР увеличивается, ТП и ПС - снижается.

3. Для ПС выгоднее платить комиссионные ПР, исходя не из собственной цены, а из цены ПР; ТП выгодно, чтобы комиссионные рассчитывались исходя из цены ПС.

4. При низкой эластичности товара суммарная прибыль всех субъектов управления выше при расчете комиссионных исходя из цены ПР.

Литература

1. ГЕРМЕЙЕР Ю.Б. *Введение в теорию исследования операций*. – М.:Наука, 1971. – 384с.
2. ГОРЕЛИК В.А., ГОРЕЛОВ М.А., КОНОНЕНКО А.Ф. *Анализ конфликтных ситуаций в системах управления*. – М.: Радио и связь, 1991.
3. МОИСЕЕВ Н.Н. *Математические задачи системного анализа*. – М.:Наука, 1979. – 224 с.
4. НОВИКОВ Д.А. *Теория управления организационными системами*. – М.: Физматлит, 2012. – 604 с.
5. УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А. *Иерархическое управление устойчивым развитием*. – М.: Физматлит, 2010. – 336 с.
6. УГОЛЬНИЦКИЙ Г.А., УСОВ А.Б. *Статические модели коррупции в системах контроля качества водных ресурсов. Проблемы управления*. – 2012. – №4. – с. 38–44
7. BASAR T., OLSDER G.J. *Dynamic Noncooperative Game Theory*. – SIAM: Philadelphia, 1999.

THREE-LEVEL CONTROL SYSTEM OF VERTICAL MARKETING SYSTEM

Adalyat Nazirov, Southern Federal University, Rostov-On-Don, postgraduate student (aenazirov@gmail.com)

Anatoly Usov, Southern Federal University, Rostov-On-Don, Doctor of Science, professor (usov@math.rsu.ru)

Abstract. An original mathematical model, that describes different activities of actors in the economic system is presented. There are a provider, a mediator, a trading enterprise are presented as a controlling subjects. The model is based on the game-theoretical and hierarchical approach. An equilibrium of Germeyer G1 game in terms of sustainable development is established. The method of impulsion is used as a method of hierarchical control to solve this model. A number of typical examples followed by an interpretation of the results obtained are presented.

Keywords: hierarchy, three-level control system, computing simulation, method of impulsion, Germeyer game G1.