УДК 519.714 + 681.514
ББК 22.1

СИНТЕЗ СУБОПТИМАЛЬНОГО АНИЗОТРОПИЙНОГО РЕГУЛЯТОРА ДЛЯ ДЕСКРИПТОРНЫХ СИСТЕМ В ТЕРМИНАХ УРАВНЕНИЙ РИККАТИ

Андрианова О.Г.[1],
(ФГБУН Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)

В данной работе решается задача построения субоптимального анизотропийного регулятора по состоянию для линейных стационарных дискретных дескрипторных систем. Были получены достаточные условия существования регулятора в форме обратной связи по состоянию, обеспечивающего допустимость замкнутой системы и ограниченность ее анизотропийной нормы заданным положительных числом.

Ключевые слова: Стохастическая теория анизотропийного робастного управления, гауссовский белый шум, средняя анизотропия последовательности, анизотропийная норма, дескрипторные системы.

1. Введение

В России с 1994 года появилась и стала развиваться стохастическая теория анизотропийного робастного управления для обыкновенных систем [3, 9]. Данная теория позволяет строить регуляторы, минимизирующие особым образом введенную анизотропийную норму системы, задачи синтеза оптимальных регуляторов по состоянию и выходу были решены в [14]. Позже была сформулирована и доказана частотная теорема, содержащая условия ограниченности анизотропийной нормы системы заданным

[1] *Андрианова Ольга Геннадьевна, математик лаб.№1, (andrianovaog@gmail.com).*

числом, что позволило расширить применение теории анизотропийного управления на решение задач субоптимального синтеза [13]. Созданная теория в неком смысле “находится между” классическими теориями H_2- и H_∞-оптимального (субоптимального) управления. В настоящее время стохастическую теорию анизотропийного управления используют для решения различных задач управления и фильтрации.

Основными понятиями теории анизотропийного управления для стационарных систем являются анизотропия случайного вектора и средняя анизотропия входной последовательности. Анизотропия случайного вектора характеризует “цветность” сигнала как меру отличия его плотности распределения вероятности (п.р.в.) от п.р.в. гауссовского белого шума. Средняя анизотропия последовательности представляет собой усредненную по времени анизотропию вектора.

В данной работе поставлена и решена задача синтеза субоптимального анизотропийного регулятора по состоянию для дискретных дескрипторных систем. Дескрипторные системы, содержащие как дифференциальные (разностные) уравнения, так и алгебраические ограничения на переменные состояния, часто возникают в инженерных приложениях. Возрастающий интерес к более общему описанию объектов управления вызвал необходимость распространения имеющихся методов анализа и синтеза на дескрипторные системы.

Задача построения субоптимального анизотропийного регулятора по состоянию заключается в нахождении такого закона управления в форме обратной связи, чтобы замкнутая система была устойчивой и причинной, а ее анизотропийная норма была ограничена заданным положительных числом. Аналогичная задача для обыкновенных дискретных систем была решена в [4]. Условия ограниченности анизотропийной нормы допустимой системы, связанные с существованием решения обобщенного уравнения Риккати, были получены в [5] и переписаны в терминах линейных матричных неравенств в [6].

Существует также ряд работ по построению субоптимального H_∞-регулятора по состоянию. Например, в [15] необходимые и достаточные условия существования регулятора сформулированы в виде обобщенного дискретного алгебраического неравенства Риккати с одной матричной переменной; в [7] получены необходимые и достаточные условия в терминах строгих линейных матричных неравенств.

Данная работа состоит из следующих разделов. В разделе 2 приведены предварительные сведения по стохастической теории анизотропийного робастного управления. Основы теории дискретных дескрипторных систем даны в разделе 3. Достаточные условия существования регулятора в терминах обобщенного алгебраического уравнения Риккати и неравенства специального вида, которое связано с ограниченностью анизотропийной нормы, получены в разделе 4. Далее приведен численный пример.

2. Средняя анизотропия последовательности и анизотропийная норма дискретной системы

В данном разделе приведены основные сведения по теории анизотропийного управления. Определения средней анизотропии гауссовской случайной последовательности и анизотропийной нормы были введены в [3, 10].

Пусть задана стационарная последовательность $W = \{w(k)\}_{k\geqslant 0}$ интегрируемых с квадратом случайных векторов из $\mathbb{R}^m$, представляющих собой дискретные случайные процессы. Составим из элементов W на интервале времени $[0, N]$ случайный вектор

$$W_{0:N-1} = \begin{bmatrix} w(0) \\ \dots \\ w(N-1) \end{bmatrix},$$

все конечномерные вероятностные распределения которого абсолютно непрерывны.

Анизотропия случайного вектора $\mathbf{A}(W_{0:N-1})$ есть минимальное значение относительной энтропии [14] относительно гауссовских распределений в $\mathbb{R}^m$ с нулевым математическим ожиданием и скалярной ковариационной матрицей:

$$\mathbf{A}(W_{0:N-1}) = \frac{m}{2}\ln\left(\frac{2\pi e}{m}\mathbf{E}(|W_{0:N-1}|^2)\right) - h(W_{0:N-1}),$$

где $h(W_{0:N-1}) = \mathbf{E}\ln f(W_{0:N-1}) = -\int_{\mathbb{R}^{mN}} f(w)\ln f(w)dw$ – дифференциальная энтропия, а $f : \mathbb{R}^{mN} \longrightarrow \mathbb{R}_+$ –п.р.в. mN-мерного вектора $W_{0:N-1}$.

Средняя анизотропия последовательности W – это усредненная по времени анизотропия случайного вектора, она может быть найдена по формуле

$$\overline{\mathbf{A}}(W) = \lim_{N\to+\infty}\frac{\mathbf{A}(W_{0:N-1})}{N}. \tag{1}$$

Пусть теперь случайная последовательность W генерируется из гауссовского белого шума V с помощью формирующего фильтра G , передаточная функция $G(z)$ которого принадлежит пространству Харди $H_2^{m\times m}$ матричнозначных функций, аналитических в открытом единичном круге на комплексной плоскости и имеющих конечную H_2-норму, определяемую выражением

$$\|G\|_2 = \left(\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\operatorname{Trace} S(\omega)d\omega\right)^{1/2},$$

где $S(\omega) = \widehat{G}(\omega)\widehat{G}(\omega)^*$ $(-\pi \leqslant \omega \leqslant \pi)$ – спектральная плотность W, $\widehat{G}(\omega) = \lim_{l\to 1} G(l\mathrm{e}^{i\omega})$ – граничное значение передаточной функции G.

Средняя анизотропия (1) случайной стационарной гауссовской последовательности $W = GV$ может быть определена в терминах спектральной плотности $S(\omega)$ и H_2-нормы формирующего фильтра G по формуле

$$\overline{\mathbf{A}}(W) = -\frac{1}{4\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\ln\det\frac{mS(\omega)}{\|G\|_2^2}d\omega.$$

Средняя анизотропия характеризует “расстояние” между сигналом и гауссовским белым шумом. Более подробную информацию можно найти в [2, 3].

Обозначим за $Y = PW$ выход линейной дискретной системы $P \in H_\infty^{p\times m}$, передаточная функция $P(z)$ которой аналитична в открытом единичном круге $|z| < 1$, $P(z)$ имеет конечную H_∞-норму.

Определение 1. *a-Анизотропийная норма системы P при заданном значении $a \geqslant 0$ определена как*

$$\|\!|P|\!\|_a = \sup\left\{\|PG\|_2/\|G\|_2 :\ G \in \mathbf{G}_a\right\}, \tag{2}$$

т.е. как наибольший коэффициент усиления (отношение среднеквадратичных значений выхода и входного возмущения) по отношению к классу формирующих фильтров

$$\mathbf{G}_a = \left\{G \in H_2^{m\times m} :\ \overline{\mathbf{A}}(G) \leqslant a\right\}.$$

Итак, a-анизотропийная норма $\|\!|P|\!\|_a$ описывает стохастический коэффициент усиления системы P относительно входной последовательности W.

Замечание 1. Случайная последовательность W полностью определяется формирующим фильтром G, следовательно, обозначения $\overline{\mathbf{A}}(G)$ и $\overline{\mathbf{A}}(W)$ эквивалентны.

3. Линейные дискретные дескрипторные системы: предварительные сведение

Дискретная дескрипторная система в пространстве состояний имеет вид

$$\begin{aligned} Ex(k+1) &= Ax(k) + Bf(k), \\ y(k) &= Cx(k) + Df(k), \end{aligned} \tag{3}$$

где $x(k) \in \mathbb{R}^n$ – вектор состояния, $f(k) \in \mathbb{R}^m$ и $y(k) \in \mathbb{R}^p$ – входной и выходной сигналы соответственно. E, A, B, C, D – постоянные матрицы соответствующих размерностей. $E \in \mathbb{R}^{n\times n}$ – вырожденная матрица, $\operatorname{rank} E = r \leqslant n$.

Определение 2. *Дескрипторная система* (3) *называется допустимой, если она регулярная (*$\exists\lambda \neq 0 : \det(\lambda E - A) \neq 0$*), причинная (*$\deg\det(zE - A) = \operatorname{rank} E$*)и устойчивая (*$\rho(E, A) =$

$\max|\lambda|_{\lambda \in \{z|\det(zE-A)=0\}} < 1$). *Более подробную информацию можно найти в [8].*

Теорема 1. *[12] Регулярная система является допустимой, если существует матрица $X = X^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, которая является решением уравнения Ляпунова*

$$A^{\mathrm{T}}XA - E^{\mathrm{T}}XE + C^{\mathrm{T}}C = 0 \tag{4}$$

и удовлетворяет условию $E^{\mathrm{T}}XE \geqslant 0$.

Рассмотрим обратную связь по состоянию в следующей форме:

$$f(k) = Fx(k) + v(k), \tag{5}$$

где $F \in \mathbb{R}^{m \times n}$ – постоянная матрица, $v(k)$ – новый входной сигнал. Замкнутая система может быть записана в виде

$$Ex(k+1) = (A + BF)x(k) + Bv(k). \tag{6}$$

Определение 3. *Система* (3) *называется причинно управляемой, если существует обратная связь по состоянию в виде* (5) *такая, что замкнутая система* (6) *является причинной [8].*

Теорема 2. *[8] Система* (3) *является причинно управляемой, если выполнено следующее ранговое условие:*

$$\operatorname{rank}\left(\begin{bmatrix} E & 0 & 0 \\ A & E & B \end{bmatrix}\right) = \operatorname{rank} E + n.$$

Определение 4. *Система* (3) *называется стабилизируемой, если существует обратная связь по состоянию в виде $f(k) = F_{st}x(k)$ такая, что пара $(E, A + BF_{st})$ является устойчивой.*

Передаточная функция системы (3) задана выражением

$$P(z) = C(zE - A)^{-1}B + D.$$

4. Постановка задачи

Объект управления задан в виде линейной дискретной дескрипторной системы P в пространстве состояний

$$\begin{aligned} Ex(k+1) &= Ax(k) + B_1w(k) + B_2u(k), \\ z(k) &= Cx(k) + D_1w(k) + D_2u(k),\ Ex(0) = 0, \end{aligned} \tag{7}$$

где $w(k) \in \mathbb{R}^{m_1}$ – внешнее возмущение, $z(k) \in \mathbb{R}^p$ – управляемый выход, $u(k) \in \mathbb{R}^{m_2}$ – управление. E, A, B_1, B_2, C, D_1, D_2 – постоянные матрицы соответствующих размерностей. Матрица E вырожденная. Система P стабилизируема и причинно управляема.

Для заданного объекта управления P, заданного уровня средней анизотропии $a \geqslant 0$ внешнего возмущения и $\gamma > 0$ требуется найти регулятор в виде статической обратной связи по состоянию

$$u(k) = F_2 x(k),$$

стабилизирующий замкнутую систему P_{cl} с реализацией в пространстве состояний

$$\begin{aligned} Ex(k+1) &= (A + B_2F_2)x(k) + B_1 w(k), \\ z(k) &= (C + D_2F_2)x(k) + D_1 w(k),\ Ex(0) = 0, \end{aligned} \tag{8}$$

и обеспечивающий выполнение следующих условий:

1) система P_{cl} является допустимой,

2) $|||P_{cl}|||_a \leqslant \gamma$.

Обозначим $A_{cl} = A + B_2F_2$, $C_{cl} = C + D_2F_2$, тогда

$$P_{cl}(z) = C_{cl}(zE - A_{cl})^{-1}B_1 + D_1.$$

Достаточные условия ограниченности анизотропийной нормы замкнутой системы могут быть сформулированы в виде следующей теоремы:

Теорема 3. *Пусть для системы* (8) *выполнено ранговое условие*

$$\operatorname{rank} E = \operatorname{rank} \left(\begin{bmatrix} E & B_1 \end{bmatrix} \right).$$

Тогда замкнутая система P_{cl} является допустимой, и $|||P_{cl}|||_a \leqslant \gamma$, если существуют матрица $\Phi = \Phi^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^{n\times n}$ и положительное *число $\eta > \gamma^2$, удовлетворяющие условиям*

$$E^{\mathrm{T}}\Phi E \geqslant 0, \tag{9}$$

$$B_1^{\mathrm{T}}\Phi B_1 + D_1^{\mathrm{T}}D_1 - \eta I_{m_1} < 0, \tag{10}$$

$$B_2^{\mathrm{T}}\Phi B_2 + D_2^{\mathrm{T}}D_2 > 0, \tag{11}$$

$$-\frac{1}{2}\ln(\det((\eta-\gamma^2)(\eta I_{m_1} - B_1^{\mathrm{T}}\Phi B_1 - D_1^{\mathrm{T}}D_1)^{-1})) \geqslant a, \tag{12}$$

$$\begin{gathered} E^{\mathrm{T}}\Phi E = A^{\mathrm{T}}\Phi A + C^{\mathrm{T}}C- \\ -(A^{\mathrm{T}}\Phi B + S)(B^{\mathrm{T}}\Phi B + R)^{-1}(B^{\mathrm{T}}\Phi A + S^{\mathrm{T}}), \end{gathered} \tag{13}$$

где $B = \begin{bmatrix} B_1 & B_2 \end{bmatrix}$, $S = \begin{bmatrix} C^{\mathrm{T}}D_1 & C^{\mathrm{T}}D_2 \end{bmatrix}$,
$R = \begin{bmatrix} D_1^{\mathrm{T}}D_1 - \eta I_{m_1} & D_1^{\mathrm{T}}D_2 \\ D_2^{\mathrm{T}}D_1 & D_2^{\mathrm{T}}D_2 \end{bmatrix}$.
Регулятор, обеспечивающий выполнение условий ограниченности анизотропийной нормы и допустимости замкнутой системы, соответствует матрице

$$F_2 = -(B_2^{\mathrm{T}}\Phi B_2 + D_2^{\mathrm{T}}D_2)^{-1}(B_2^{\mathrm{T}}\Phi A + D_2^{\mathrm{T}}C).$$

Доказательство. Обозначим

$$\begin{gathered} M_1 = B_1^{\mathrm{T}}\Phi B_1 + D_1^{\mathrm{T}}D_1 - \eta I_{m_1} < 0, \\ M_2 = B_2^{\mathrm{T}}\Phi B_2 + D_2^{\mathrm{T}}D_2 > 0, \\ N = B_1^{\mathrm{T}}\Phi B_2 + D_1^{\mathrm{T}}D_2. \end{gathered}$$

Матрица $M = B^{\mathrm{T}}\Phi B + R = \begin{bmatrix} M_1 & N \\ N^{\mathrm{T}} & M_2 \end{bmatrix} < 0$, так как $M_1 < 0$, а $M_2 > 0$ [1].

Введем вспомогательную переменную $F = \begin{bmatrix} 0 \\ F_2 \end{bmatrix} = -M^{-1}(B^{\mathrm{T}}\Phi A + S^{\mathrm{T}})$ и перепишем обобщенное уравнение Рикката (13) в виде

$$E^{\mathrm{T}}\Phi E = A^{\mathrm{T}}\Phi A + \begin{bmatrix} C \\ M^{1/2}F \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} C \\ M^{1/2}F \end{bmatrix}. \tag{14}$$

Пусть $L = \begin{bmatrix} 0 & BM^{-1/2} \end{bmatrix}$, тогда

$$A + L\begin{bmatrix} C \\ M^{1/2}F \end{bmatrix} = A + B_2F_2 = A_{cl}$$

Выражение (14) эквивалентно уравнению Ляпунова (4), значит, пара (E, A_{cl}) является допустимой.

Теперь покажем, что $\|P_{cl}\|_a \leqslant \gamma$. Для этого введем функцию [16]

$$T(x(k)) \doteq x^{\mathrm{T}}(k)E^{\mathrm{T}}\Phi Ex(k) \geqslant 0.$$

Рассмотрим функцию $H(x(k), w(k)) \doteq T(x(k+1)) - T(x(k)) + ||z(k)||^2 - \eta||w(k)||^2$.

Несложно показать, что

$$\begin{aligned}(15)\quad H(x(k), w(k)) &= w^{\mathrm{T}}(k)M_1w(k) - \\ &- 2x^{\mathrm{T}}(k)((A^{\mathrm{T}}\Phi B_2 + C^{\mathrm{T}}D_2)M_2^{-1}(B_2^{\mathrm{T}}\Phi A + D_2^{\mathrm{T}}C))x(k) \leqslant 0.\end{aligned}$$

Просуммируем выражения $H(x(k), w(k))$ из (15) от $k = 0$ до $k = \infty$ и получим

$$\sum_{k=0}^{\infty} H(x(k), w(k)) =$$

$$T(x(\infty)) - T(x(0)) + \sum_{k=0}^{\infty}(||z(k)||^2 - \eta||w(k)||^2) \leqslant 0.$$

Замкнутая система устойчивая, значит, $Ex(\infty) = Ex(0) = 0$, тогда

$$\sup_W \frac{\sum_{k=0}^{\infty}||z(k)||^2}{\sum_{k=0}^{\infty}||w(k)||^2} \leqslant \eta.$$

Следовательно, и $\sup\limits_{W:\overline{\mathbf{A}}(W)\leqslant a} \frac{\sum_{k=0}^{\infty}||z(k)||^2}{\sum_{k=0}^{\infty}||w(k)||^2} \leqslant \eta$, а, значит, $\|P_{cl}\|_a^2 \leqslant \eta$.

Неравенство (12) при $\eta = q^{-1}$ и $\Phi = q^{-1}\widehat{R}$ сводится к аналогичному неравенству из [5], которое отвечает за ограниченность средней анизотропии входного сигнала.

Преобразуем выражение (12) к следующему виду:

$$(16)\quad -\ln(\det(\eta I_{m_1} - B_1^{\mathrm{T}}\Phi B_1 - D_1^{\mathrm{T}}D_1)^{-1}) \geqslant 2a + m_1\ln(\eta - \gamma^2).$$

Поскольку $\eta I_{m_1} - B_1^{\mathrm{T}}\Phi B_1 - D_1^{\mathrm{T}}D_1 \leqslant \eta I_{m_1}$, неравенство (16) можно переписать как

$$-\ln(\det(\eta^{-1}I_{m_1})) \geqslant 2a + m_1\ln(\eta - \gamma^2).$$

Следовательно,

$$\eta \leqslant \frac{\gamma^2}{1 - e^{-2a/m_1}}$$

и

(17) $$\gamma^2 < \eta \leqslant \frac{\gamma^2}{1 - e^{-2a/m_1}}.$$

При $a \longrightarrow +\infty$ из условия (17) следует, $\eta \longrightarrow \gamma^2$, а неравенство (12) становится недействительным. Заменяя η на γ^2, из (9)–(13) получаем условия для решения задачи синтеза в контексте H_∞-управления (при $E = I_n$ данные условия совпадают с результатами, полученными в [11]). Значит, $\lim\limits_{a \longrightarrow +\infty} |\!|\!| P_{cl} |\!|\!|_a = ||P_{cl}||_\infty \leqslant \gamma$.
□

Пример 1. Рассмотрим дискретную дескрипторную систему, заданную в пространстве состояний следующими матрицами:
$E = \begin{bmatrix} 0.9 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $A = \begin{bmatrix} 0.85 & -0.3 \\ 0.1 & 0.3 \end{bmatrix}$, $B_1 = \begin{bmatrix} -0.02 \\ 0 \end{bmatrix}$,
$B_2 = \begin{bmatrix} -0.1 \\ 0 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 0.35 & 0.09 \end{bmatrix}$, $D_1 = 0.035$, $D_2 = 0.1$.

Несложно проверить, что $\operatorname{rank} E = \operatorname{rank}\left(\begin{bmatrix} E & B_1 \end{bmatrix}\right) = 1$. Система является причинной, но неустойчивой, так как $\rho(E, A) = 1.0556$.

Пусть заданы уровень средней анизотропии a и ограничение на анизотропийную норму γ. Используя условия Теоремы 3, построим регулятор по состоянию в форме $u(k) = F_2 x(k)$. Результаты построения регулятора для различных a и γ представлены в Таблице 1.

Полученные регуляторы по состоянию с матрицами F_2 гарантируют ограниченность нормы замкнутой системы $|\!|\!| P_{cl} |\!|\!|_a \leqslant \gamma$. Замкнутая система также является устойчивой (см. 4 строчку таблицы).

5. Выводы

В данной работе решена задача синтеза субоптимального анизотропийного регулятора по состоянию для линейных стационарных дискретных дескрипторных систем. Достаточные усло-

Таблица 1. Условия и результаты построения субоптимальных анизотропийных регуляторов при различных уровнях средней анизотропии

a	0.1	0.5	0.8
γ	0.050	0.055	0.060
$\|P_{cl}\|_a$	0.0336	0.0422	0.0423
$\rho(E, A_{cl})$	0.7611	0.7672	0.7631
γ^2	0.0025	0.0030	0.0036
η	0.0042	0.0038	0.0041
Φ	$\begin{bmatrix} 1.0468 & 0.7327 \\ 0.7327 & 0.5129 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.0531 & 0.7372 \\ 0.7372 & 0.5160 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.0489 & 0.7342 \\ 0.7342 & 0.5139 \end{bmatrix}$
F_2	[2.3498, -0.9]	[2.2956, -0.9]	[2.3319, -0.9]

вия для решения поставленной задачи сформулированы в терминах обобщенных уравнений Риккати. Полученные условия гарантируют допустимость дескрипторной системы, замкнутой данным регулятором, и ограниченность ее анизотропийной нормы.

Литература

1. БАЛАНДИН Д. В., КОГАН М. М. *Синтез законов управления на основе линейных матричных неравенств.* Москва: Физматлит, 2007. – 280 С.
2. ВЛАДИМИРОВ И.Г., ДАЙМОНД Ф., КЛОЕДЕН П. *Анизотропийный анализ робастного качества линейных нестационарных дискретных систем на конечном временном интервале* // Автоматика и телемеханика. – 2006. – № 8. – С. 92-111.
3. ВЛАДИМИРОВ И.Г., КУРДЮКОВ А.П., СЕМЕНОВ А.В. *Анизотропия сигналов и энтропия линейных стационарных систем* // Доклады РАН. – 1995. – Т. 342. №. 3. – С. 583-585.
4. ЧАЙКОВСКИЙ М. М. *Синтез анизотропийных регуляторов методами выпуклой оптимизации и полуопределенного программирования* // Управление большими системами. – 2013. – Т. 42. – С. 100-152. URL:

http://ubs.mtas.ru/upload/library/UBS4205.pdf (дата обращения: 04.06.2014)

5. ANDRIANOVA, O. G., BELOV, A. A. *Anisotropy-based bounded real lemma for linear discrete-time descriptor systems* // Proc. 2013 International Conference on Process Control, Strbske Pleso, Slovakia, 2013. P. 57-62.
6. BELOV, A. A., ANDRIANOVA, O. G. *Computation of anisotropic norm for descriptor systems using convex optimization* // Proc. 2013 International Conference on Process Control, Strbske Pleso, Slovakia, 2013. P. 173-178.
7. CHADLI, M., DAROUACH, M. *Novel bounded real lemma for discrete-time descriptor systems: Application to H_∞ control design*// Automatica. – 2012.– Vol. 48. – P. 449-453.
8. DAI, L. *Singular Control Systems*. Lecture Notes in Control and Information Sciences, New York, Springer-Verlag, 1989.
9. DIAMOND, P., VLADIMIROV, I. G., KURDJUKOV, A. P., AND SEMYONOV, A. V. *Anisotropy-based performance analysis of linear discrete timeinvariant control systems* // International Journal of Control. – 2001. – Vol. 74 (1). – P. 28-42.
10. SEMYONOV, A. V., VLADIMIROV, I. G., AND KURDJUKOV, A. P. *Stochastic approach to H_∞-optimization* // Proc. 33rd IEEE Conf. Decision and Control, Florida, 1994. – Vol.3. – P. 2249-2250.
11. STOORVOGEL, A. A. *The H_∞ Control Problem: A State Space Approach*. University of Michigan, Ann Arbor, 2000.
12. STYKEL, T. *Analisys and numerical solutions of generalised Lyapunov equations*. Ph. D. thesis, Institut fur Mathematik, Techische Universitat Berlin, Berlin, 2002.
13. TCHAIKOVSKY, M. M., KURDJUKOV, A. P., AND TIMIN, V. N. *Strict anisotropic norm bounded real lemma in terms of inequalities* // Proc. 18th IFAC World Congr., Milano, Italy, 2011. P. 2332-2337.
14. VLADIMIROV, I. G., KURDJUKOV, A. P., AND SEMYONOV, A. V. *State-space solution to anisotropy-based*

stochastic H_∞-optimization problem// Proc. 13th IFAC World Congress, San-Francisco, CA, USA, 1996. – P. 427-432.

15. YUNG, C.-F. *H_∞ control for linear discrete-time descriptor systems: state feedback and full information cases*// Proc. of the 17th IFAC World Congr., Seoul, Korea, 2008. P. 10003-10008.
16. YUNG, C.-F., WANG, C.-C., WU, P-F., WANG, H.-S. *Bounded real lemma for linear discrete-time descriptor systems*// Proc. of the 17th IFAC World Congr., Seoul, Korea, 2008. P. 9982-9986.

SUBOPTIMAL ANISOTROPY-BASED CONTROLLER DESIGN FOR LINEAR DISCRETE-TIME DESCRIPTOR SYSTEMS IN TERMS OF GDARE

Olga Andrianova, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, (andrianovaog@gmail.com).

Abstract: This paper deals with a suboptimal state feedback anisotropy-based control problem for linear time-invariant discrete-time descriptor systems. The goal is to design a state feedback for the system such that the closed-loop system is admissible, and its anisotropic norm (mean anisotropy level is set) is bounded by a given positive real value.

Keywords: Anisotropy-based control theory, Gaussian white noise sequence, mean anisotropy, anisotropic norm, descriptor systems.