

## 6.1. Механизм последовательного распределения ресурсов

1. Состав ОС. На Рис. 1 приведена структура взаимодействия между центром и агентом, в т.ч. их информированность и порядок функционирования (будем считать, что на момент принятия решения (выбора стратегии) участникам организационной системы (ОС) известны все целевые функции и все допустимые множества [1]). Механизм последовательного распределения ресурсов является частным случаем **механизмов распределения ресурса** и используется для распределения ресурса (например, финансовых средств) между потребителями (агентами).

Суть механизма сводится к тому, все агенты делятся на две группы – группу обеспеченных агентов, чьи заявки могут быть удовлетворены полностью и группу необеспеченных агентов, чьи заявки могут быть удовлетворены лишь частично. Разбиение агентов на группы происходит на основании приоритетов агентов. Приоритет агента отражает его значимость для Центра – насколько важна его деятельность для Центра в экономическом или ином смысле.

Действие Центра – распределение ресурсов между агентами.

Действие агента – сообщение заявки на требуемое количество ресурсов.

Ограничения – количество распределяемых ресурсов.

Цель Центра – распределить ресурсы между агентами, минимизируя потери, связанные с неполнотой своей информированности о требуемом каждому агенту количестве ресурсов.

Цель агента  $i$  – получить количество ресурсов  $r_i$  (оптимальное количество ресурсов). Целевая функция агентов –  $f(x_i, r_i) = x_i - x_i^2/(2r_i)$ , где  $x_i$  – полученный  $i$ -ым агентом от Центра ресурс. Максимум достигается в  $x_i = r_i$ .

Для описания механизма для трёх агентов введём обозначения: вектор-функция  $\chi(a, s, R) = (\chi_1, \chi_2, \chi_3)$  – распределение ресурса 1-му, 2-му и 3-му агентам, где  $a$  – вектор приоритетов агентов,  $s$  – заявки агентов на получение ресурса,  $R$  – объём ресурса, имеющийся у Центра для распределения.

Формальное выражение для механизма последовательного распределения ресурса с приоритетами следующее:

$$\chi_i(a, s, R) = \min(s_i, \max_{S \subseteq N, i \in S} \left( \frac{a_i}{\sum_{j \in S} a_j} (R - \sum_{j \in N \setminus S} s_j) \right)), \quad (*)$$

где  $N = \{1, 2, 3\}$  – множество агентов.

Выражение (\*) служит скорее для аналитических исследований данного механизма, суть механизма достаточно проста в алгоритмической форме:

Шаг 1. Центр назначает каждому агенту его приоритет. Чем выше приоритет, тем агент важнее для Центра – тем он больше получит ресурса при прочих равных. Центр сообщает агентам их приоритеты.

Шаг 2. Собрать заявки агентов – желаемое каждым агентом количество ресурсов.

Шаг 3. Предварительно распределить (виртуально) весь имеющийся ресурс между всеми агентами пропорционально их приоритетам  $\chi_i = \frac{a_i}{\sum_{j \in N} a_j} R$ .

Если какому-то агенту досталось ресурсов больше желаемого (то есть больше его заявки), то этому агенту уже окончательно выдать ресурс в размере его заявки (то есть полностью удовлетворить заявку). Такой агент называется обеспеченным. И обеспеченный агент, и выданное ему количество ресурсов выбывают из дальнейшего распределения  $R := R - \chi_i, N := N \setminus \{j\}$ .

Шаг 4. Повторять шаг 3 с оставшимися агентами и с оставшимся количеством ресурсов до тех пор, пока на каждом новом шаге появляются новые обеспеченные агенты.

Шаг 5. Если новых обеспеченных агентов на очередном шаге не появилось, считать оставшихся агентов необеспеченными, и остаток ресурсов распределить между ними пропорционально их *приоритетам*.

Цель Центра (его целевая функция) - максимизация по назначаемым приоритетам гарантированных суммарных выигрышей агентов:

$$\Phi(a, R) = \min_r \sum_i f(\chi_i, r_i) \rightarrow \max_a$$

В модели используется то, что ЦФ агентов монотонны по  $r$  (возрастают), поэтому минимум по  $r$  достигается при минимальных возможных значениях  $r_{min}$ . Используется также то, что механизм последовательного распределения ресурсов неманипулируем, т.е. заявки агентов будут совпадать с их типами, т.е. распределение ресурса считается как  $\chi(a, r, R)$ .



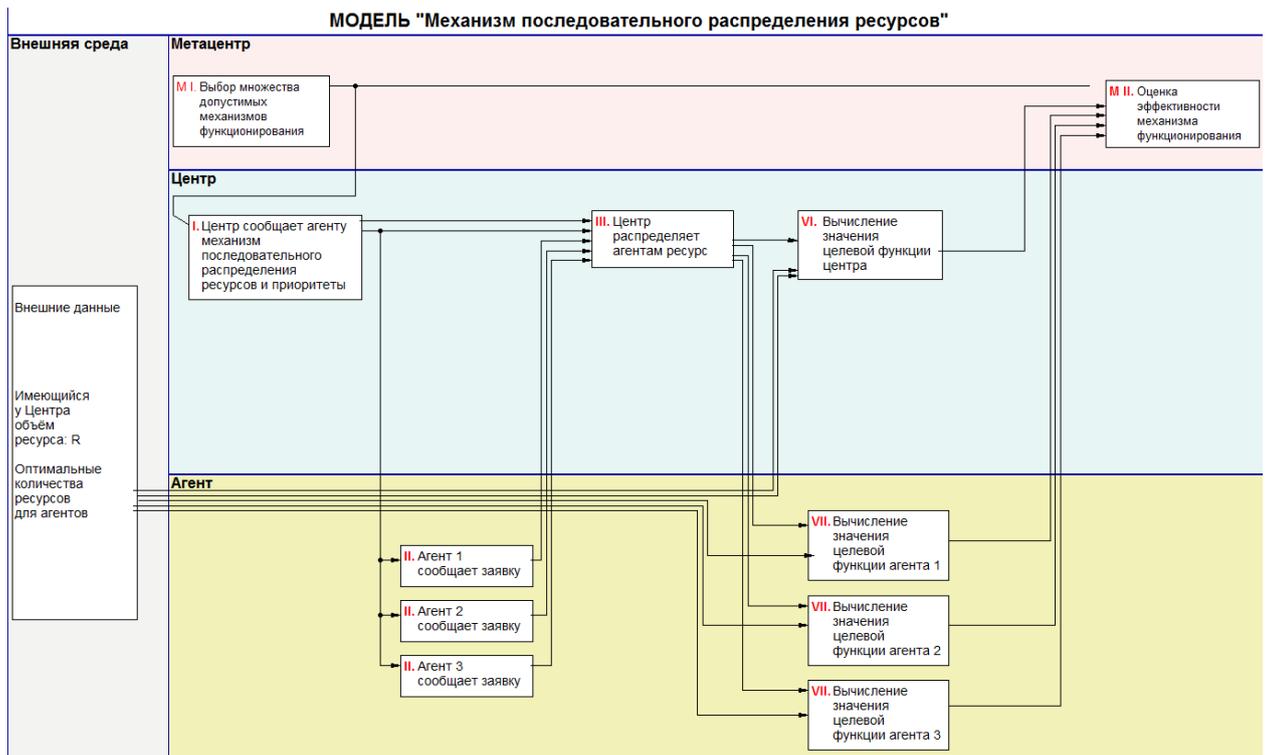
Рис. 1. Конфигурация «Структура»

2. Порядок функционирования. На Рис. 2 приведен процесс взаимодействия участников, доступный для пользователя на конфигурации «Процессы»:

- I. Центр сообщает агентам процедуру распределения ресурса и приоритеты агентов,
- II. Агенты сообщают свои заявки.
- III. В соответствии с установленной процедурой определяется распределение ресурса между агентами.

Агентам на момент принятия решений о сообщаемых заявках известна процедура распределения ресурса.

Центру на момент определения распределения ресурса известны приоритеты агентов, их заявки, количество распределяемого ресурса и процедура распределения ресурса.



*Рис. 2. Конфигурация «Процессы»*

3. Анализ. Конфигурация «Анализ» (см. Рис. 3) служит для оценки выигрышей центра и агентов при различных действиях агентов, в т.ч. для поиска оптимальных с точки зрения агентов и центра действий агентов, равновесных действий в игре агентов.

На Рис. 3 приведен внешний вид конфигурации «Анализ». Внешними данными (серое поле) считаются действия агентов (заявки). Заявки можно выбирать вручную или равновесные с помощью элемента «Выбор варианта», который имеет два состояния «Свободные» (ручной выбор заявок) и «Равновесные» (берутся равновесные заявки). Равновесные заявки в данном случае определяются равновесием Нэша, плюс выбор агентами своих оптимальных ресурсов – т.к. у агентов равновесными по Нэшу являются заявки на целом отрезке, включающем их оптим. ресурсы, то считаем, что агент, при прочих равных, выбирает заявкой свой оптим. ресурс (в т.ч. это может быть выгодно, т.к. он не знает истинных потребностей остальных – существуют такие наборы оптим. ресурсов агентов, что заявка меньше или больше будет уменьшать целевую функцию агента).

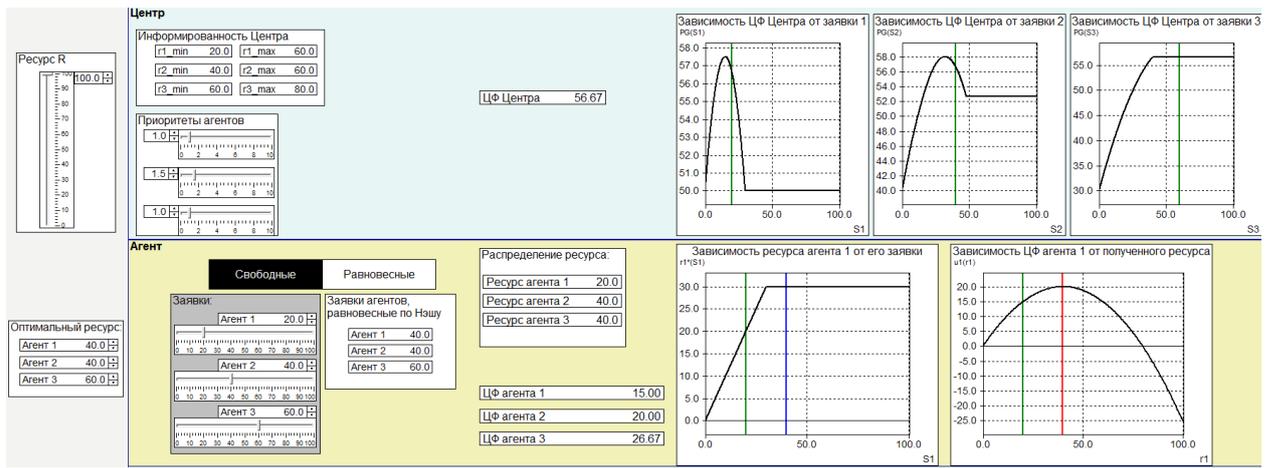


Рис. 3. Конфигурация «Анализ»

Два графика справа на полосе агента – график зависимости ресурса агента 1 от его заявки (чёрным) и график зависимости целевой функции агента (чёрная парабола) от полученного агентом 1 ресурса. На графиках зелёным обозначена текущая заявка агента 1, синим – его равновесная заявка, красным – оптимальный для агента 1 получаемый ресурс. Агенты отличаются только оптимальным ресурсом, поэтому для анализа влияния другого агента можно поменять оптимальные ресурсы требуемого агента с агентом 1 в поле слева «Оптимальный ресурс».

Три графика справа на полосе Центра показывают зависимость целевой функции центра от заявок агентов (чёрным). Зелёным обозначены значения заявок соответствующих графику агентов.

4. Синтез. Конфигурация «Синтез» (см. Рис. 4) служит для оценки выигрышей центра и агентов при различных действиях центра – выборе приоритетов агентов.

На Рис. 4 приведен внешний вид конфигурации «Синтез». Внешними данными (серое поле) считается действие центра (приоритеты). Центр может найти оптимальные приоритеты с точки зрения максимизации своей целевой функции – при нажатии кнопки «Старт» запускается процесс численной оптимизации его целевой функции по приоритетам агентов, результатом которого являются оптимальные приоритеты и расчёт эффективности.

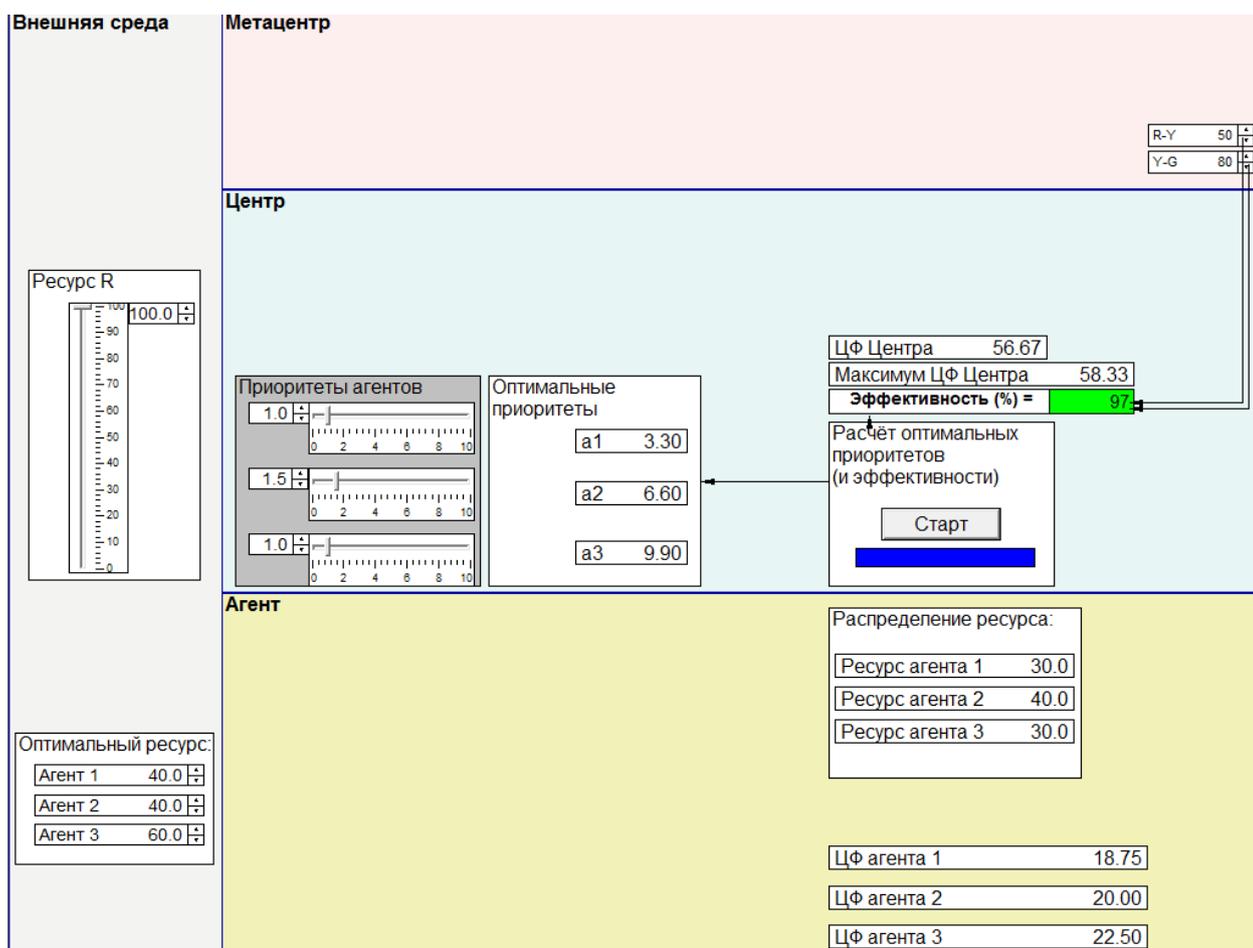


Рис. 4. Конфигурация «Синтез»

**Информированность участников**

Неполная асимметричная – Центр не знает требуемое каждому агенту количество ресурсов, но эта информация имеется у агентов.

**Область применения**

**Государственные структуры** (взаимодействие распорядителей и получателей бюджетных средств любого уровня), **корпорация/холдинг** (распределение ресурсов между проектами предприятий холдинга, распределение сметных ассигнований).

**Условия применимости**

Механизм последовательного распределения ресурсов подходит для распределения **неограниченно делимого ресурса** (например, деньги или квоты на выбросы углекислого газа) и не подходит для распределения крупных неделимых или уникальных ресурсов (лицензий на разработку природных ресурсов, статуса эксклюзивного поставщика). Механизм не подходит для случаев, когда недостаток ресурса приводит к катастрофическим для агента последствиям (выход из строя оборудования, социальные потрясения).

**Применение совместно с другими механизмами**

Для определения приоритетов агентов целесообразно использовать механизмы **экспертизы** и механизмы **комплексного оценивания**, для контроля эффективного

использования ресурсов – механизмы **опережающего самоконтроля** и механизмы **стимулирования**.

Перспективным является применение механизмов последовательного распределения ресурсов в совокупности с **конкурсными** механизмами в рамках многоуровневых механизмов распределения ресурсов.

### Алгоритм применения механизма

**Шаг 1.** Назначить каждому агенту его **приоритет** (в случае абсолютных приоритетов это просто положительное число). Чем выше приоритет, тем агент важнее для Центра.

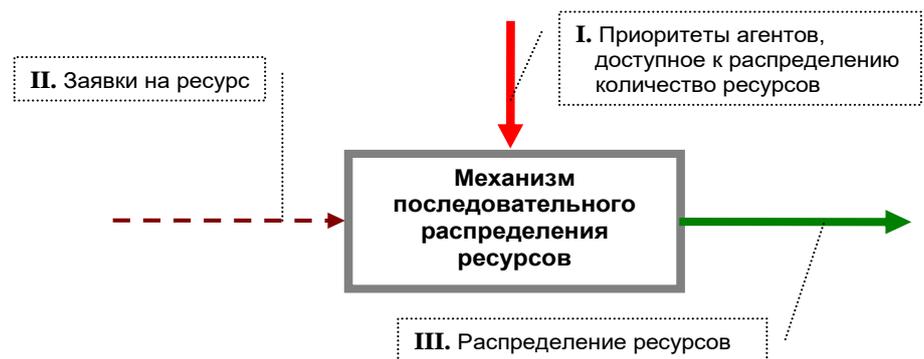
**Шаг 2. Собрать заявки** агентов – желаемое каждым агентом количество ресурсов.

**Шаг 3.** Предварительно распределить (виртуально) весь имеющийся ресурс между всеми агентами пропорционально их приоритетам. Если какому-то агенту досталось ресурсов больше желаемого (то есть больше его заявки), то этому агенту уже окончательно выдать ресурс в размере его заявки (то есть полностью удовлетворить заявку). Такой агент называется **обеспеченным**. И обеспеченный агент, и выданное ему количество ресурсов выбывают из дальнейшего распределения.

**Шаг 4.** Повторять шаг 3 с оставшимися агентами и с оставшимся количеством ресурсов до тех пор, пока на каждом новом шаге появляются новые обеспеченные агенты.

**Шаг 5.** Если новых обеспеченных агентов на очередном шаге не появилось, считать оставшихся агентов **необеспеченными**, и остаток ресурсов распределить между ними пропорционально их приоритетам (заметим, именно приоритетам, а не заявкам!).

### Вход-выходная схема



### Дополнительная информация

При разработке **механизмов планирования** (в частности, **механизмов распределения ресурсов**, в которых ресурс распределяется на основании заявок) важно избежать **манипулирования** информацией – каждый из агентов может попытаться путем искажения

сообщаемой им информации изменить распределение ресурсов в свою пользу, отчего страдает общая эффективность распределения ресурсов.

Распределяя ресурс с помощью неманипулируемого механизма, избавляемся от необходимости проверять достоверность сообщаемых данных

**В случае абсолютных приоритетов механизм последовательного распределения ресурсов является неманипулируемым** – при применении этого механизма каждый агент независимо от поведения остальных агентов заинтересован в честном сообщении требуемого ему количества ресурсов.

В большинстве случаев оптимальный механизм распределения ресурсов найдется среди механизмов последовательного распределения ресурсов

Известно (см. [5]), что при определенных условиях механизм, обеспечивающий оптимальное распределение ресурсов, найдется именно в классе механизмов последовательного распределения ресурсов. Поэтому задача поиска оптимального механизма распределения ресурсов сводится к задаче подбора параметров механизма последовательного распределения ресурсов.

Механизм распределения ресурсов называется **анонимным**, если агенты, сообщившие одинаковые заявки, получают одинаковое количество ресурсов.

Если все претенденты на ресурс равнозначны с точки зрения Центра, то наилучшим является анонимный механизм последовательного распределения ресурсов

Доказано, что **существует единственный неманипулируемый анонимный механизм** распределения ресурсов [5]. В этом механизме приоритеты всех агентов одинаковы. Если с точки зрения Центра агенты с одинаковыми потребностями должны получить одинаковое количество ресурсов, то в условиях неполной информированности минимальное отклонение от оптимального распределения обеспечит **анонимный механизм последовательного распределения ресурсов**.

**Пример 1.  
Анонимный механизм последовательного распределения ресурсов**

Предположим, необходимо разделить 100 млн. рублей между тремя проектами. Назовем эти проекты А, В и С.

Пусть все три проекта одинаково важны для Центра. В этом случае следует применять анонимный механизм последовательного распределения ресурсов.

1. В анонимном механизме приоритеты всех проектов одинаковы и равны, например, единице.
2. Агенты – руководители проектов – сообщают свои заявки на финансирование.

Проект	А	В	С
Приоритет	1	1	1
Заявка	20	40	60

В анонимном механизме наименьшие заявки удовлетворяются в первую очередь

- Предварительно распределим все 100 млн. руб. между всеми проектами поровну (ведь их приоритеты одинаковы). Каждый проект должен был бы получить по 33,3 млн. руб. Но руководитель проекта А попросил меньше (20 млн. руб.) – он получает запрошенные 20 млн. и переходит в группу обеспеченных (которые в таблице выделены полужирным шрифтом).

Проект	<b>A</b>	B	C
Относительный приоритет	<b>1/3</b>	1/3	1/3
Заявка	<b>20</b>	40	60
Предварительное распределение (100 млн.)	<b>33,33</b>	33,33	33,33

- Оставшиеся 80 млн. руб. распределяются между оставшимися проектами – В и С. Каждому проекту (в силу равенства их приоритетов) полагается по 40 млн. руб. Руководителю проекта В этого хватает, поэтому его заявка удовлетворяется полностью, а проект В переходит в группу обеспеченных.
- В группе необеспеченных остается проект С, так как он получает оставшиеся 40 млн. руб., а это меньше его заявки. Распределение ресурса завершено.

Проект	A	B	C
Заявка	20	40	60
Получено ресурса	20	40	40

В результате проекты А и В получают желаемое ими количество ресурсов, проект С получает остаток.

**Пример 2.**  
Неанонимный механизм последовательного распределения ресурсов

- Пусть для Центра проект А и проект В имеют одинаковую ценность, а проект С в три раза важнее первых двух. То есть проекты имеют следующие приоритеты:

Проект	A	B	C
Приоритет	1	1	3

- Рассмотрим те же заявки руководителей проектов, что и в предыдущем примере.

Проект	A	B	C
--------	---	---	---

Заявка	20	40	60
--------	----	----	----

3. Тогда предварительное распределение имеющихся у Центра 100 млн. руб. между всеми тремя проектами пропорционально их приоритетам:

Агент	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>
Относительный Приоритет	<b>1/5</b>	1/5	<b>3/5</b>
Заявка	<b>20</b>	40	<b>60</b>
Предварительное распределение (100)	<b>20</b>	20	<b>60</b>

Выбор приоритетов сильно влияет на итоговое распределение ресурсов

Проекты А и С сразу попадают в группу обеспеченных и получают ресурс в заявленном количестве.

4. На вторую итерацию остается лишь проект В, и ему достанется 20 млн. руб., оставшихся после удовлетворения заявок проектов А и С.

Агент	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>
Приоритет	<b>1</b>	1	<b>3</b>
Заявка	<b>20</b>	40	<b>60</b>
Итоговое распределение	<b>20</b>	20	<b>60</b>

Таким образом, даже при фиксированной процедуре обработки заявок, только за счет выбора приоритетов агентов можно существенно изменить итоговое распределение ресурсов.

Подробное описание механизмов распределения ресурса можно найти в [5, С. 164-182].