УДК 519.854.2

В.А. Головешкин, д-р техн. наук, проф.,
(Институт прикладной механики РАН, Московский технологический университет),
Г.Н. Жукова, канд. физ.-мат. наук, доц.,
(Московский государственный университет печати им. Ивана Фёдорова),
М.В. Ульянов, д-р техн. наук, проф.
(Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,
Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова)
М.И. Фомичёв,
(Национальный исследовательский университет "Высшая школа экономики")

muljanov@mail.ru

ОБ ОДНОМ ОБОБЩЁННОМ ПРЕДСТАВЛЕНИИ КЛАССОВ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ЗАДАЧ КОММИВОЯЖЁРА

Рассмотрено новое обобщённое представление для классов индивидуальных задач коммивояжёра — матрица номеров порядка, предназначенное для выделения классов задач, обладающих близкой сложностью. Полученный результат направлен на решение задачи прогнозирования сложности для индивидуальных задач коммивояжёра. Сформулированы две гипотезы относительно мощности предложенного обобщения. Приведены метод получения матрицы номеров порядка и ряд предварительных экспериментальных результатов, не противоречащих одной из выдвинутых гипотез.

Ключевые слова: матрица номеров порядка; задача коммивояжёра; метод ветвей и границ; сложность.

The article is devoted to a new generic representation of classes of particular travelling salesman problems (TSP), we call it "index number matrix". This representation is intended for a separation of problem classes of similar complicity. This result is destined to solve a problem of particular TSP's complicity prediction. Two hypotheses are given regarding to an appliance of the representation, that is proposed in the article. A method of index number matrix construction is also given. Some results are obtained by experiments, which didn't interfere with one of our hypotheses.

Keywords: index number matrix; travelling salesman problem; branch and bound method; complicity.

Введение. Для современных наукоёмких технологий актуальной и практически интересной является проблема прогнозирования временных характеристик задач большой размерности и вычислительной сложности. К этому типу относится, очевидно, и задача коммивояжёра (TSP), принадлежащая в терминологии теории сложности к классу NP-трудных задач. Несмотря на более чем полувековые исследования этой задачи, точные методы её решения имеют экспоненциальную сложность, а принадлежность алгоритмов, доставляющих её точные решения к классу NPRH [1] — классу алгоритмов с сильной параметрической зависимостью трудоёмкости при фиксированной размерности, — не позволяет эффективно быстро получить априорные прогнозы времени выполнения индивидуальной задачи.

Многообразие практических ситуаций, связанных с необходимостью прогнозирования временных характеристик для программных реализаций метода ветвей и границ для решения асимметричной задачи коммивояжёра, обусловливает актуальность модификации существующих и разработки новых методов исследований и анализа индивидуальных постановок задачи коммивояжёра. Поскольку для актуальных размерностей задачи коммивояжёра ожидаемое время решения достаточно велико, то указанная проблематика связана, в первую очередь, с необходимостью обеспечения заданных показателей качества по прогнозу времён в условиях различных требований, диктуемых областями применения точных решений задачи коммивояжёра.

Прогнозирование временных характеристик индивидуальных задач может быть основано, в том числе, и на построении различных обобщений, т.е. построении классов задач. Основная идея данной статьи базируется на известном подходе анализа алгоритмов, основанном на методе классов входных данных, применение которого позволило получить значимые результаты для ряда алгоритмов. На основе данного метода разрабатывается обобщённое представление, объединяющее ряд индивидуальных задач с близкими порождёнными деревьями решений. Последующее исследование полученных представлений методами спектрального анализа матриц может лечь в основу кластеризации обобщённых представлений по сложности, и, тем самым, кластеризации индивидуальных задач коммивояжёра по трудоёмкости.

Задача коммивояжёра и метод ветвей и границ. Содержательная постановка задачи состоит в том, что коммивояжёр должен посетить ряд городов для рекламы и продажи товаров. Предполагается, что между каждой парой городов существует собственное транспортное сообщение. Будем называть туром такой порядок посещения, при котором каждый город посещается ровно один раз. Стоимости проезда между городами известны, причём, в общем случае, стоимость проезда туда и обратно может отличаться. Математическая постановка задачи заключается в отыскании гамильтонова цикла (тура) минимальной стоимости в полном ориентированном графе с нагруженными дугами. Очевидно, что количество туров — конечно, и задачу можно решить прямым перебором. Но полное множество будет содержать $(n - 1)!$ туров. Такой алгоритм решения становится для реальных размерностей задачи совершенно неприемлемым.

Пусть $A = \{a_{ij}\}$ — матрица стоимостей, описывающая полный ориентированный граф с n вершинами без собственных петель ($a_{ii} = \infty \ \forall i = \overline{1,n}$). Далее рассматривается асимметричная задача коммивояжёра, т.е. $a_{ij} \neq a_{ji}$ хотя бы для некоторых i и j [2].

Общая идея метода ветвей и границ предполагает разделение всего множества допустимых решений на подмножества для дальнейшего сокращения перебора — это процедура ветвления. С каждым таким подмножеством должна быть связана оценка (нижняя граница при поиске минимума), обеспечивающая отсечение тех подмножеств, которые заведомо не содержат оптимального решения — это процедура построения границ. Таким образом, метод позволяет исследовать древовидную модель пространства решений. В рассматриваемой задаче таким исходным множеством является множество всех туров коммивояжёра, на котором минимизируется целевая функция, задающая стоимость тура. Представленные ниже идеи [3] — это своего рода классика метода ветвей и границ. Для построения алгоритма необходимо предложить две основные процедуры — ветвление и построение границ. Рассмотрим процедуру ветвления, предложенную в работе [3]. Построение поискового дерева решений начинается с корня, который будет соответствовать множеству "всех возможных туров", т. е. корень дерева представляет множество R всех $(n - 1)!$ возможных туров в задаче с n городами. Ветви, выходящие из корня, отличаются наличием у одной и отсутствием у другой некоторого ребра, например ребра (k, l), что позволяет разделить текущее множество туров на два множества: одно — которое, весьма вероятно, содержит оптимальный тур, и другое — которое, вероятно, этого тура не содержит. Для этого предлагается специальный алгоритм выбора ребра (k, l), которое, вполне вероятно, входит в оптимальный тур. Множество R разделяется на два множества $\{k, l\}$ и $\{\overline{k,l}\}$. Во множество $\{k, l\}$ входят все туры из R, проходящие через ребро (k, l), а во множество $\{\overline{k,l}\}$ — туры, не содержащие это ребро. Заметим, что идея данного алгоритма перспективна — если так организовать процесс ветвления, что на каждом шаге выбирается "правильное" ребро, то весь процесс будет завершён за n шагов. Пример фрагмента такого дерева приведён на рис. 1 [2].

С каждой вершиной дерева связывается нижняя граница стоимости любого тура из этого множества. Очевидно, что задача состоит в получении как можно более точных нижних границ. Причина этого следующая. Предположим, что уже получен конкретный полный тур T стоимостью $S(T)$. Если нижняя граница, связанная с множеством туров, представленных некоторой вершиной поискового дерева, больше, чем $S(T)$, то до конца процесса поиска не нужно рассматривать эту и все следующие за ней вершины. В реали-

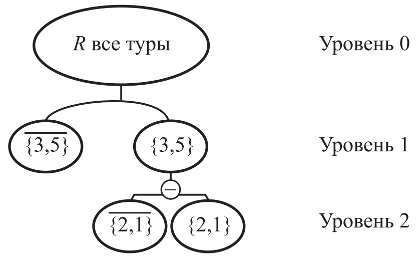

Рис. 1. Фрагмент поискового дерева решений

зации это приводит к усечению поискового дерева решений отбрасыванием всех листьев поискового дерева, имеющих стоимость большую, чем $S(T)$. Подробное изложение других этапов метода приведено в работах [3] и [2].

Краткий обзор и вопросы прогнозирования для TSP. Впервые детализация метода ветвей и границ для решения задачи коммивояжёра предложена в работе [3], хотя предварительные результаты и общие формулировки идей были представлены в более ранних работах [4—8], где рассматриваются как симметричная (неориентированный полный граф), так и асимметричная (ориентированный полный граф) постановки задачи коммивояжёра. Хорошо исследован частный случай, так называемая геометрическая (планарная, евклидова) задача коммивояжёра с матрицей расстояний, для которой выполняется неравенство треугольника [9].

В дальнейшем для решения задачи коммивояжёра применялись эвристические эволюционные, в основном генетические и муравьиные алгоритмы [10—12], а также комбинации метода ветвей и границ с генетическими алгоритмами [11]. Генетические и муравьиные алгоритмы использовались для повышения точности оценки снизу, что позволило более эффективно исключать бесперспективные подзадачи. Многочисленные усовершенствования метода ветвей и границ сводятся к повышению точности нижней оценки стоимости тура [13—16].

Собственно задача коммивояжёра достаточно хорошо исследована, однако прогнозирование трудоёмкости или временных характеристик для конкретной задачи вызывает существенные трудности в связи со значительным разбросом времени при фиксированном размере матрицы стоимостей. Экспериментальные исследования показывают, что при фиксированной длине входа разброс времён значителен. Приведём данные из работы [17]: "... при $n = 45$ для варианта без хранения матриц имеем размах от 3,38 мс до 54058,1 мс при выборочном среднем 1039,08 мс", т.е. времена лучшего и худшего случаев в эксперименте различаются почти в 16 000 раз!

Известны исследования по прогнозированию времени, требующегося для решения задачи коммивояжёра методом ветвей и границ [18—21]. Так, в работе [18] предлагается оценивать количество вершин дерева решений на основе случайного выбора. В работах [19—21] исследуется вопрос о прогнозе количества вершин дерева решений на основе анализа поддерева решений, полученного на начальном этапе расчётов. В работе [19] предложена процедура построения такого прогноза, проведены вычислительные эксперименты. Показано, что на основе анализа начальной стадии вычислений можно с удовлетворительной точностью оценивать время работы всего алгоритма. Особенностью перечисленных методов прогноза является зависимость прогноза от конкретного экземпляра задачи, а также то, что прогноз может быть получен только спустя какое-то время после начала расчётов.

Проведено исследование вероятностного распределения времени, требующегося для решения задачи коммивояжёра методом ветвей и границ [25], что может быть использовано для прогнозирования времени поиска оптимального тура в индивидуальной задаче коммивояжёра.

В известной литературе исследуется вопрос о параллельной реализации метода ветвей и границ [22], а также проблематика, связанная с обобщённой задачей коммивояжёра [23], которые не рассматриваются ниже.

Метод классов входных данных. В рамках исследования трудоёмкости компьютерных алгоритмов рассматриваются разнообразные методы их анализа. Приведём более подробное описание одного из таких методов, в основе которого лежит выделение различных классов входных данных во множестве входов фиксированной длины. Метод классов входных данных [1, 24] требует, чтобы разбиение на классы было проведено таким образом, что для каждого входа из фиксированного класса исследуемый алгоритм задавал бы одинаковое количество базовых операций принятой модели вычислений (трудоёмкость). Метод предполагает проведение следующих этапов анализа алгоритма:

на первом этапе выполняется разбиение множества D_n (множества всех входов алгоритма, имеющих длину n) на классы входных данных. Это разбиение должно быть выполнено таким образом, чтобы на всех входах одного класса трудоёмкость алгоритма (количество базовых операций) была одинакова, и не совпадала с трудоёмкостью в других классах. Тем самым получаем действительно разбиение (в смысле теории множеств) D_n на непересекающиеся классы эквивалентности по трудоёмкости. Такое разбиение позволяет существенно уменьшить количество рассматриваемых возможных входов. Отметим, что метод не содержит указаний по выполнению такого разбиения;

на втором этапе анализа находится вероятность появления входа, принадлежащего каждому классу. Эта вероятность определяется особенностями входных данных и зависит, в частности, от распределения случайных или псевдослучайных чисел, подаваемых на вход;

на третьем этапе определяется количество базовых операций, задаваемых алгоритмом для входов из каждого класса.

Определённые ограничения, накладываемые данным методом, состоят в том, что необходимо выполнить разбиение множества D_n на классы эквивалентности по трудоёмкости. При этом метод не содержит указаний по выполнению такого разбиения [24]. Если такое разбиение удалось выполнить, то трудоёмкость алгоритма в среднем по данному методу запишется в виде

$$\overline{f_A}(n) = \sum_{i=1}^{m} p_i f_i(n), \quad \sum_{i=1}^{m} p_i = 1,$$

где n — длина конкретного входа $D \in D_n$; m — количество полученных исследователем классов входных данных; p_i — вероятность того, что входные данные принадлежат классу i; $f_i(n)$ — трудоёмкость, т.е. количество базовых операций, задаваемых алгоритмом при обработке входов из класса с номером i, т.е. "частная" трудоёмкость алгоритма для данного класса.

Преимущество этого метода состоит в том, что, вместо анализа трудоёмкости для каждого входа фиксированной длины и определения вероятности его появления, выполняется анализ трудоёмкости для классов входных данных, что значительно упрощает процедуру анализа. Модифицируем метод классов входных данных таким образом, что все возможные входы разбиваются на классы не с одинаковой, а лишь с близкой в некотором смысле трудоёмкостью.

Понятие сложности индивидуальной задачи коммивояжёра. Понятие сложности индивидуальной задачи коммивояжёра тесно связано с методом ветвей и границ, первая реализация которого для этой задачи была предложена в 1963 г. [3]. Несимметричная задача коммивояжёра (индивидуальная задача) на графе G размерности n задаётся квадратной матрицей смежности $A(n \times n)$, элементы которой определяют веса дуг между вершинами полного графа

$$A = \left\{ a_{ij} \,\middle|\, a_{ii} = \infty,\ a_{ij} > 0,\ i \neq j,\ i, j = \overline{1, n} \right\}.$$

В общем случае это положительные, не обязательно различные действительные числа. Диагональные элементы матрицы формально не рассматриваются или считаются условно равными бесконечности, поскольку в задаче коммивояжёра у вершин запрещены собственные петли.

Сложность индивидуальной задачи коммивояжёра [18] есть количество порождённых вершин поискового дерева решений стандартным (классическим) алгоритмом метода ветвей и границ. Под примитивным стандартным алгоритмом (обозначаемым далее как APS) будем понимать классический алгоритм [3], в котором вместо предложенного оригинального метода [3] реализован примитивный подалгоритм выбора ребра ветвления путём поиска первого нулевого элемента последовательным проходом по строкам в текущей приведённой матрице. Введём обозначение $C_X(A)$ для сложности индивидуальной задачи, заданной матрицей A. Значение $C_X(A)$ определяется экспериментально прогонкой алгоритма APS для данной индивидуальной задачи. Собственно прогнозирование значения $C_X(A)$ и составляет основную задачу, для решения которой и строится предлагаемое обобщённое представление.

Применение метода классов к задаче коммивояжёра — матрица номеров порядка. Представляет интерес построение такого обобщения для индивидуальных задач коммивояжёра, которое объединило бы задачи с одинаковой или близкой сложностью. Описанный выше метод классов входных данных предполагает построение классов эквивалентности по трудоёмкости на множестве входов фиксированной длины.

Рассмотрим применение этого метода к несимметричной задаче коммивояжёра. Основная идея обобщения заключается в том, что процедура приведения матрицы стоимостей в классическом алгоритме метода ветвей и границ работает с минимальными элементами в строках и столбцах. Тем самым полученное расположение нулей в приведённой матрице зависит более от отношения порядка между числами, нежели от их конкретных значений. Полученное на основе этой идеи обобщённое представление класса индивидуальных задач коммивояжёра получило название матрицы номеров порядка. Отметим, что поскольку диагональные элементы матрицы вообще не рассматриваются ввиду запрета собственных петель, то для формализации изложения полагаем их в начале равными нулю $a_{ii} = 0$ и заменяем на бесконечность в конце процедуры. Построение матрицы номеров порядка включает в себя четыре этапа:

1. Построение мультимножества $\tilde{B}$ по исходной матрице A.

Матрица A размерности $n \times n$ с $a_{ii} = 0$ разворачивается построчно (с возможными повторениями) в мультимножество $\tilde{B}$:

$$\tilde{B} = \left\{ \tilde{b}_k \middle| \tilde{b}_k = a_{ij}, \forall i = \overline{1,n}, \forall j = \overline{1,n}\ k = (i-1)n + j \right\}.$$

2. Построение множества B по мультимножеству $\tilde{B}$.

Полученное мультимножество $\tilde{B}$ преобразуется в обычное (без повторений) множество B с индексацией элементов, начиная с нуля. По определению обычного множества все элементы во множестве B различны

$$B = \left\{ b_k \middle| k = \overline{0,m},\ 1 < m \leqslant n^2 - n + 1 \right\}.$$

По построению множество B содержит $(m + 1)$ несовпадающих элементов.

3. Построение сортированного кортежа B_s из элементов множества B.

Пусть B^{m+1} — $(m + 1)$-я декартова степень множества B, элементы B^{m+1} — упорядоченные кортежи длины $m + 1$. Среди них существует кортеж, содержащий упорядоченные по возрастанию элементы множества B, который обозначим B_s:

$$\exists B_s \in B^{m+1}: B_s = (b_0, b_1, \ldots, b_m): b_k < b_{k+1},$$
$$\forall k = \overline{0, m-1}.$$

Поскольку все элементы исходной матрицы, за исключением диагональных элементов, строго положительны, то по построению элемент b_0 кортежа B_s равен нулю.

4. Построение собственно матрицы номеров порядка $N = (n_{ij})$ для матрицы A.

Введём в рассмотрение функцию нумерации (нумератор):

$$f_N(a_{ij}, B_s) = k,\ k{:}a_{ij} = b_k,\ k \in [0, m],\ b_k \in B_s.$$

Содержательно значение функции нумерации k есть номер элемента a_{ij} матрицы A в отсортированном без повторов массиве значений. На основе нумератора элементы матрицы номеров порядка определяются следующим образом:

$$n_{ij} = f_N\left(a_{ij}, B_s\right), \forall\ i \neq j;\ \ i, j = \overline{1,n};$$
$$n_{ii} = f_N\left(a_{ii}, B_s\right) = 0, \forall i = \overline{1,n}.$$

Объединим построение кортежа B_s и обобщение функции нумерации на всю матрицу A в оператор F_N, отображающий матрицу A в матрицу номеров порядка N: $F_N(A) = N$. Далее полагаем $a_{ii} = \infty$ в целях формального запрета петель.

Приведём для наглядности простой числовой пример. Пусть исходная матрица A индивидуальной задачи имеет вид (после обнуления диагональных элементов):

0	0,76	0,34
0,15	0	0,43
0,67	0,23	0

Тогда соответствующая матрица номеров порядка $N = F_N(A)$ (значение 1 соответствует минимальному ненулевому элементу в A — 0,15 и т.д.):

0	6	3
1	0	4
5	2	0

Гипотезы и предварительные результаты. Очевидно, что различные исходные матрицы A (индивидуальные задачи коммивояжёра) могут порождать одинаковые матрицы номеров порядка. Собственно говоря, каждая матрица номеров порядка и есть обобщённое представление некоторого класса индивидуальных несимметричных задач коммивояжёра. Таким образом, вводим отношение R

$$ARB \Leftrightarrow F_N(A) = F_N(B),\ A,\ B \in D_n,$$

которое разбивает множество D_n всех возможных матриц размерности n на соответствующие классы эквивалентности. Задачу коммивояжёра, заданную матрицей номеров порядка N, будем называть обобщённой. Необходимо показать, что сложности обобщённой задачи и индивидуальных задач из соответствующего класса эквивалентности в определённых смыслах коррелированы.

Предложенная матрица номеров порядка обладает обобщающими свойствами в силу следующих рассуждений. Первый шаг примитивного классического алгоритма метода ветвей и границ — приведение матрицы стоимостей — состоит в том, что из каждой строки вычитается минимальный элемент в строке, и затем эта процедура повторяется для столбцов, не имеющих нулевых элементов. Очевидно, что нулевые диагональные элементы не рассматриваются в этой процедуре. Именно полученные после приведения нулевые элементы (рёбра с нулевым весом) могут служить рёбрами ветвления в методе ветвей и границ.

Описанная процедура приведения и метод построения матрицы номеров порядка гарантируют, что для всех задач данного обобщённого класса (заданного матрицей N) нули приведённой индивидуальной матрицы A и матрицы N совпадают на первоначальном приведении. Следовательно, первое ребро ветвления, выбранное алгоритмом APS (в силу указанного выше принципа выбора ребра этим алгоритмом), будет одним и тем же для всех задач этого класса. На следующих шагах построения поискового дерева решений вполне вероятно выбор ребра ветвления не будет совпадать для индивидуальных и обобщённой задач. Возможные расхождения порождаются различиями в оценках вершин поискового дерева решений в силу различия числовых значений и, следовательно, возможным изменением в порядке выбора вершин ветвления алгоритмом APS. На основе введённого обобщения — матрицы номеров порядка — выдвигаются следующие гипотезы.

I. Сильная гипотеза об общении. Собственно, эта гипотеза состоит в том, что сложности индивидуальных задач в классе, определяемом данной матрицей номеров порядка, незначимо различаются друг от друга и лежат в достаточно узком диапазоне около сложности обобщённой задачи. Формально, пусть множество A_N есть множество всех индивидуальных задач, имеющих матрицу номеров порядка N, т.е. принадлежащих одному классу эквивалентности:

$$A_N = \{A | F_N(A) = N\},$$

т.е. A_N есть прообраз $F_N^{-1}(N)$ во множестве D_n всех возможных индивидуальных задач размерности n. Пусть $C_X(N)$ — сложность обобщённой задачи, тогда гипотеза I состоит в том, что:

$$C_X(A) \in [C_X(N) - \varepsilon,\ C_X(N) + \varepsilon],\ \forall A \in A_N,$$
$$\varepsilon \ll C_X(N).$$

II. Вероятностная гипотеза об общении. В этой гипотезе утверждается, что, несмотря на возможные отклонения в сложностях индивидуальных задач от сложности обобщённой задачи, имеет место "сходимость" в среднем: средняя сложность индивидуальных задач близка к сложности обобщённой задачи. Пусть m — статистически достаточное количество экспериментов (обеспечивающее заданную ширину доверительного интервала для математического ожидания при фиксированной доверительной вероятности). Тогда значение выборочной средней сложности в классе индивидуальных задач A_N

$$\overline{C}_X(A) = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} C_X(A^{(i)}),\ A^{(i)} \in A_N,$$

а гипотеза состоит в том, что

$$\overline{C}_X(A) \in \left[C_X(N) - \varepsilon,\ C_X(N) + \varepsilon\right],\ \varepsilon \ll C_X(N).$$

Очевидно, что эта гипотеза более слабая, чем гипотеза I, и если гипотеза I верна, то из нее автоматически следует гипотеза II, обратное, очевидно, не верно.

Результаты предварительных экспериментов[1] при $m = 1000$ для матриц размером 20×20 приведены в таблице. Для случайно сгенерированной (стандартным равномерным псевдослучайным генератором) матрицы номеров порядка сложность $C_X(N)$ определена прогонкой алгоритма APS. Затем генерировалось $m = 1000$ случайных матриц, имеющих такую же матрицу номеров порядка, для каждой из которых сложность вычислялась экспериментально по алгоритму APS. Полученное выборочное среднее $\overline{C}_X(A)$ приведено в третьей строке таблицы. Последние две строки содержат абсолютную и относительную погрешности.

Дополнительно приведена гистограмма сложностей индивидуальных задач для 5-й матрицы номеров порядка $C_X(N) = 4493$, чис-

Экспериментальные результаты

Номер матрицы порядка	1	2	3	4	5
$C_X(N)$	1367	1171	617	2105	4493
$\overline{C}_X(A)$	1127,89	1201,42	743,08	1916,09	4428,91
$\|\varepsilon\|$	239,11	30,42	126,08	188,91	64,09
$\|\varepsilon\|/C_X(N)$ %	17,49 %	2,60 %	20,43 %	8,97 %	1,43 %

[1] Экспериментальное исследование выполнено М.И. Фомичёвым.

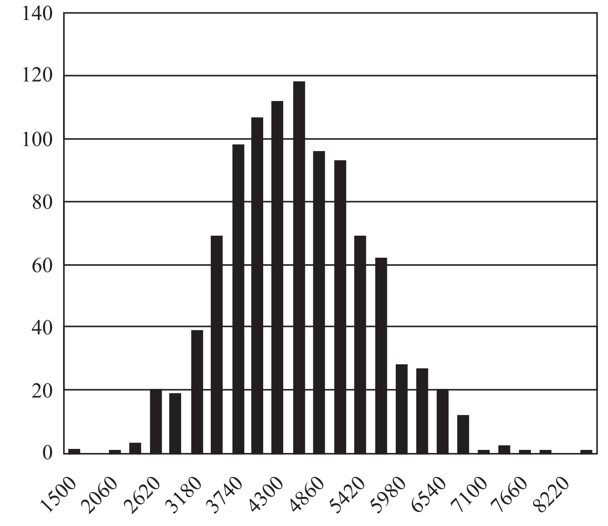

Рис. 2. Гистограмма распределения сложностей индивидуальных задач при фиксированной матрице номеров порядка

ло сегментов гистограммы — 25, минимальное значение — 1478, максимальное — 8496 (рис. 2).

Анализ полученных предварительных результатов показывает, что значения $C_X(N)$ и $C_X(A)$ различаются не более чем вдвое. Средняя сложность на классе A_N — $\overline{C}_X(A)$ достаточно хорошо согласуется с $C_X(N)$, что не противоречит гипотезе II. Для задач с "большими" поисковыми деревьями решений эти значения существенно более близки, что, возможно, позволит идентифицировать плохие (по времени решения, т.е. обладающие большой сложностью) индивидуальные задачи на основе детального изучения и анализа соответствующих матриц номеров порядка.

Заключение. Актуальность проблематики прогнозирования задач большой вычислительной сложности не вызывает сомнений. В части задачи коммивояжёра современные исследования по прогнозированию времён не удовлетворяют требованию априорности. Для получения априорных оценок необходима разработка полиномиальных по времени методов получения оценок сложности индивидуальной задачи коммивояжёра. Предложено обобщённое описание классов индивидуальных задач на основе введённых матриц номеров порядка. Предварительные результаты экспериментальных исследований говорят в пользу гипотезы II или не противоречат ей. Дальнейшие исследования позволят проверить эту гипотезу на основе статистически значимых экспериментальных результатов. Вполне возможно, что исследование характеристик введённых в данной статье обобщённых описаний позволит построить на их основе кластеры "простых" и "сложных" индивидуальных задач.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 16-07-00160.

Библиографические ссылки

1. **Ульянов М.В.** Ресурсно-эффективные компьютерные алгоритмы. Разработка и анализ. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. 304 с.

2. **Гудман С., Хидетниеми С.** Ведение в разработку и анализ алгоритмов. М.: Мир, 1981. 368 с.

3. **Little J.D.C., Murty K.G., Sweeney D.W., Karel C.** An algorithm for the traveling salesman problem // Operations Research. 1963. V. 11. P. 972—989.

4. **Dantzig G.B., Fulkerson D.R., Johnson S.M.** Solution of a large scale traveling salesman problem. Technical Report P-510. RAND Corporation, Santa Monica, California, USA, 1954.

5. **Dantzig G.B., Fulkerson D.R., Johnson S.M.** On a linearprogramming, combinatorial approach to the traveling-salesman problem // Operations Research. 1959. V. 7. P. 58—66.

6. **Eastman W.L.** Linear Programming with Pattern Constraints. Ph.D. Thesis. Department of Economics, Harvard University, Cambridge, Massachusetts, USA, 1958.

7. **Land A.H., Doig A.G.** An automatic method of solving discrete programming problems // Econometrica. 1960. V. 28. P. 497—520.

8. **Manne A.S., Markowitz H.M.** On the solution of discrete programming problems. Technical Report P-711. RAND Corporation, Santa Monica, California, USA, 1956.

9. **Charikar M., Goemans M.X., Karloff H.** On the Integrality Ratio for the Asymmetric Traveling Salesman Problem // Mathematics of Operations Research. 2006. V. 31. № 2. P. 245.

10. **Oliver I., Smith D., Holland J.** A study of permutation crossover operators on the traveling salesman problem. Proceedings of the 2nd International Conference on Genetic Algorithms, Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale NJ. 1987. P. 224—230.

11. **Cotta C., Aldana J., Nebro A., Troya J.** Hybridizing genetic algorithms with branch and bound techniques for the resolution of the TSP // Artificial Neural Nets and Genetic Algorithms 2 (Eds. Pearson D., Steele N., Albrecht R.), Springer-Verlag, Wien New York. 1995. P. 277—280.

12. **Goldberg D., Lingle R.J.** Alleles, loci, and the travelling salesman problem. // Proceedings of an International Conference on Genetic Algorithms (Ed. Grefenstette J.), Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale NJ, 1985.

13. **Sergeev S.** Nonlinear resolving functions for the travelling salesman problem // Automation & Remote Control. 2013. V. 74. № 6. P. 978.

14. **Sergeev S.** The symmetric travelling salesman problem II. New low bounds // Automation & Remote Control. 2010. V. 71. № 4. P. 681.

15. **Chou Chang-Chien.** On the Shortest Path Touring n Circles // International Journal of Advancements in Computing Technology. 2012. V. 4. № 10. P. 356.

16. **Toriello A.** Optimal toll design: a lower bound framework for the asymmetric traveling salesman problem // Mathematical Programming. 2014. V. 144. № 1/2. P. 247.

17. **Ulyanov M.V., Fomichev M.I.** Resource characteristics of ways to organize a decision tree in the branch-and-bound method for the traveling salesmen problem // Business Informatics. 2015. V. 4. № 34. P. 38—46.

18. **Knuth D.E.** Estimating the efficiency of backtracking programs // Mathematics of Computing. 1975. V. 29. P. 121—136.

19. **Cornuéjols G., Karamanov M., Li Y.** Early estimates of the size of branch-and-bound trees // INFORMS Journal on Computing. 2006. V. 18. № 1. P. 86—96.

20. **Lobjois L., Lemaitre M.** Branch-and-bound algorithm selection by performance prediction. American Association for Artificial Intelligence, Menlo Park, CA, 1998.

21. **Purdom P.W.** Tree size by partial backtracking // SIAM Journal on Computing. 1978. V. 7. № 4. P. 481—491.

22. **Сигал И.Х., Бабинская Я.Л., Посыпкин М.А.** Параллельная реализация метода ветвей и границ в задаче коммивояжёра на базе библиотеки BNB-Solver // Труды ИСА РАН. 2006. Т. 25. С. 26—36.

23. **Dimitrijevic V., Milosavljevic M., Markovic M.** Branch and bound algorithm for solving a generalized traveling salesman problem // Univ. Beograd. Publ. Elektrotehn. Fak. Ser. Mat. 1996. V. 7. P. 31—35.

24. **Макконелл Дж.** Основы современных алгоритмов. 2-е изд., доп. М.: Техносфера, 2004. 368 с.

25. **Головешкин В.А., Жукова Г.Н., Ульянов М.В., Фомичёв М.И.** Сравнение ресурсных характеристик традиционного и модифицированного метода ветвей и границ для TSP // Современные информационные технологии и ИТ-образование. 2015. Т. 2. № 11. С. 150.

УДК 629.46—192

П.А. Устич, д-р техн. наук, **А.А. Иванов,** канд. техн. наук, доц. **Ф.А. Мажидов**
(Московский государственный университет путей сообщения (МИИТ))

firuz.majidov.2013@yandex.ru

ПРИМЕНЕНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В СИСТЕМЕ ТЕХНИЧЕСКОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ И РЕМОНТА ВАГОНОВ

Для повышения эффективности функционирования системы технического обслуживания и ремонта вагонов решается задача прогнозирования на основе вероятностных моделей технического состояния деталей и узлов, имеющих внезапные отказы. Рассмотрены проблемы и направления развития систем технического обслуживания и ремонта подвижного состава железнодорожного транспорта с учётом внедрения современных информационных технологий. Предложена методика оценки остаточного срока службы деталей для определения периодичности проведения их глубоких диагностик в стационарных условиях ремонтных предприятий, технологию оценки которого можно реализовать на базе существующей отраслевой информационной системы. Разработанная технология позволит на принципиально ином уровне организовать систему технического обслуживания и ремонта грузовых вагонов и работу всего вагонного комплекса.

Ключевые слова: система технического обслуживания и ремонта вагонов; стратегия ремонта; управление техническим состоянием вагона; остаточный срок службы детали; отказ; надёжность; вероятность безотказной работы; автоматизированные системы вагонного хозяйства.

The prediction problem from the technical condition probability models of parts and units that have sudden failures is decided for improving the fuctioning efficiency of the cars system maintenance and repair The development problems and directions of maintenance and repair systems of railway transport rolling-stock by taking into account the modern information technologies implementation is considered. The valuation methodology of the parts residual service life for determining the periodicity of their deep diagnostics implementation in stationary conditions of the repair enterprises is proposed. The valuation technology of the repair enterpriscan can be implemented on the basis of current industry information system. The developed technology will permit to organize the maintenance and repair system of goods cars and operation of all rolling complex on fundamentally different level.

Keywords: cars maintenance and repair system; repair strategy; car technical condition management; the remaining service life of parts; failure; safety; probability of the faultless work; car economy automatic systems.

Введение. Для обеспечения перевозочного процесса достаточным количеством исправных грузовых вагонов, а также безопасности движения поездов на отечественных железных дорогах организована сеть специализированных предприятий, осуществляющих