Полные несимметричные ресурсные сети. Случай одного приемника

Введение

В работе предложена динамическая модель сети, в которой происходит перераспределение ресурса с выполнением закона сохранения.

Модель отличается от классических моделей потоков в сетях, предложенных в [1] и их разновидностей [2], отсутствием источников и стоков – все вершины имеют в сети одинаковый статус, и распространение ресурса происходит одновременно по всем направлениям. Ненаправленное распространение ресурса в сетях исследовалось в [3], но в настоящей работе предложен принципиально иной подход: в отличие от [3], где ресурс в вершинах остается неизменным, в предложенной ресурсной модели количество ресурса в вершинах изменяется на каждом такте.

Однородная ресурсная сеть предложена и исследована в [4]; полные сети с произвольными пропускными способностями исследованы в [5]. Доказано, что в сети, представленной полным графом, для любого начального распределения ресурса существует предельное состояние и исследованы его свойства.

Настоящая работа посвящена исследованию несимметричной сети с одним приемником. Такая конфигурация выбрана неслучайно. Многочисленные эксперименты показывают, что в несимметричных сетях произвольной конфигурации в подавляющем большинстве случаев излишек ресурса вблизи предельного состояния скапливается в одной вершине.

Ресурсная сеть, используется в ряде прикладных задач, к которым относятся поиск в ассоциативной модели памяти [6], моделирование распространения веществ и пассивных гидробионтов в водной среде и другие задачи, в которых не предполагается направленного течения ресурса от источников к стокам.

1. Основные определения

1.1. *Ресурсной сетью* называется двусторонний ориентированный граф с петлями, вершинам v_i которого приписаны неотрицательные числа $q_i(t)$, изменяющиеся в дискретном времени t и называемые *ресурсами*, а дугам (v_i, v_j) – неотрицательные числа r_{ij}, постоянные во времени и называемые *пропускными способностями*.

Свойство *двусторонности* означает, что если существует дуга (v_i, v_j) с ненулевой пропускной способностью r_{ij}, то обязательно существует и противоположно направленная дуга (v_j, v_i) с пропускной способностью $r_{ji} \neq 0$. Причем, равенство $r_{ij} = r_{ji}$ в общем случае не выполняется. В настоящей работе будем рассматривать только полные графы: для любых i, j $r_{ij} \neq 0$.

Каждая вершина v_i обладает петлей с пропускной способностью, равной r_{ii}.

1.2. *Состоянием* $Q(t)$ сети в момент t будем считать вектор значений ресурсов в каждой вершине $Q(t) = (q_1(t), \ldots, q_n(t))$, полученный за t тактов из состояния $Q(0)$ по правилам, описанным в 1.4.

1.3. Состояние $Q^* = (q_1^*, \ldots, q_n^*)$ называется предельным, если для любого $\varepsilon > 0$ существует t_ε такое, что $\forall\ t > t_\varepsilon$ $|q_i^* - q_i(t)| < \varepsilon$, $i = 1, 2, \ldots, n$.

1.4. В сети имеются два правила распределения ресурса, которые применяются в зависимости от величины ресурса в вершинах. На каждом новом такте в каждой вершине, исходя из ее текущего состояния, выбирается правило, по которому вершина отдаст часть имеющегося у нее ресурса.

В момент t вершина v_i по дуге, соединяющей ее с вершиной v_m, передаст:

правило 1: r_{im} ресурса, если $q_i(t) > \sum_{j=1}^{n} r_{ij}$;

правило 2: $\frac{r_{im}}{\sum_{j=1}^{n} r_{ij}} q_i(t)$ в противном случае.

По правилу 1 вершина отдаст за такт работы всего: $\sum_{j=1}^{n} r_{ij}$ ресурса.

По правилу 2 по всем дугам будет передано: $\frac{\sum_{j=1}^{n} r_{ij}}{\sum_{j=1}^{n} r_{ij}} q_i(t) = q_i(t)$, т.е. вершина отдает весь свой ресурс.

1.5. Суммарную пропускную способность входных дуг будем называть *входной пропускной способностью* вершины и обозначать через $r_i^{in} = \sum_{j=1}^{n} r_{ji}$; суммарную пропускную способность выходных дуг, соответственно, – *выходной пропускной способностью*: $r_i^{out} = \sum_{j=1}^{n} r_{ij}$. Пропускная способность петли входит в обе суммы.

Тогда всем вершинам сети можно сопоставить кортеж, состоящий из пар вида: (входная пропускная способность; выходная пропускная способность).

$$S = \{(r_1^{in}; r_1^{out}), (r_2^{in}; r_2^{out}), \ldots (r_n^{in}; r_n^{out})\} \quad (1)$$

Суммарный ресурс, циркулирующий в сети, будем обозначать через *W*.

1.6. Ресурсная сеть называется *однородной*, если пропускные способности всех дуг одинаковы. В противном случае сеть называется *неоднородной*.

1.7. Ресурсная сеть называется *симметричной*, если симметрична ее матрица пропускной способности.

1.8. Ресурсная сеть называется квазисимметричной, если

$$\forall i \;\; r_i^{in} = r_i^{out}. \quad (2)$$

1.9. Сеть будем называть *несимметричной*, если она не удовлетворяет условию квазисимметричности (2), то есть существуют по крайней мере две вершины, для которых выполнится: $\left| r_i^{in} - r_i^{out} \right| > 0$.

1.10. Обозначим через Δr_i разность между входной и выходной пропускными способностями вершины v_i: $\Delta r_i = r_i^{in} - r_i^{out}$.

Тогда все вершины сети можно разделить на три типа:

1) *вершины-приемники*, для которых $\Delta r_i > 0$;
2) *вершины-источники*, для которых $\Delta r_i < 0$;
3) *нейтральные вершины*, для которых $\Delta r_i = 0$.

1.11. *Суммарной пропускной способностью сети*, r_{sum}, назовем сумму пропускных способностей всех ее дуг:

$$r_{sum} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} r_{ij} .$$

Суммарный ресурс, находящийся во всех вершинах, обозначим через W. В сети выполняется закон сохранения: при ее функционировании ресурс не поступает извне и не расходуется:

$$\forall t \ \sum_{i=1}^{n} q_i(t) = W .$$

2. Обзор результатов, полученных для сетей, представленных полными графами

Однородные полные сети исследованы в [4].

Из определения 1.6. следует, что пропускные способности всех дуг однородной сети одинаковы. Обозначим их через r. Заметим, что для всех вершин выполняется:

$$r_i^{in} = r_i^{out} = rn, \ i = 1, ..., n .$$

Однородная сеть обладает следующими свойствами.

1. Процесс распределения ресурса в ней сходится при любом суммарном ресурсе сети и при любом его начальном распределении по вершинам.

2. Для однородной двусторонней полной сети с числом вершин $n > 2$ существует пороговое значение суммарного ресурса T, при котором в предельном состоянии происходит *выравнивание ресурса*. Это означает,

что, если значение суммарного ресурса W не превосходит T, то при любом начальном состоянии сети все вершины в предельном состоянии будут иметь одинаковое количество ресурса, и вектор Q^* будет иметь вид: $Q^* = (\frac{W}{n}, \frac{W}{n}, \ldots \frac{W}{n})$.

3. Если $W > T$, то при любом начальном состоянии сети, в котором хотя бы в двух вершинах ресурсы не равны, выравнивания не происходит. В этом случае каждая вершина, имевшая ресурс, не превосходящий rn, получит столько ресурса, сколько ей не хватает до значения rn. Весь излишек останется в тех вершинах, которые обладали им в начальном состоянии.

Таким образом, при $W > T$ предельное состояние сети зависит от начального. При $W \leq T$ система является глобально устойчивой: предельное состояние не зависит от начального.

4. Для однородной сети значение T найдено в явном виде: $T = rn^2$, то есть

$$T = r_{sum}. \tag{3}$$

5. При $W = T$ все вершины сети в предельном состоянии имеют величину ресурса, равную их входной/выходной пропускной способности: $q_i^* = r_i^{in} = r_i^{out} = rn$.

6. Для $W > T$ в явном виде найдена формула для определения координат вектора предельного состояния по начальному.

В [5] исследованы сети с произвольными пропускными способностями. Показано, что симметричные и квазисимметричные сети обладают свойствами однородных сетей. В несимметричных сетях пороговое значение T существует, но при оценке его величины оказывается, что равенство (3) не выполняется. Для несимметричных сетей $T < r_{sum}$.

Доказаны теоремы о существовании предельного состояния в полных несимметричных сетях. Единственность предельного состояния достигается только при наличии дополнительных условий на пропускные способности.

3. Несимметричная сеть

3.1. Структура несимметричной сети «1 источник – 1 приемник»

Сеть, рассматриваемая в настоящей работе, представляет собой полный граф со следующим ограничением: пропускные способности всех дуг, кроме одной, одинаковы.

Пусть пропускные способности всех дуг сети, кроме выделенной, равны r.

Пропускная способность выделенной дуги равна αr, $\alpha > 1$.

Такая сеть обладает одним источником и одним приемником.

Без ограничения общности положим, что приемник имеет номер 1, а источник – номер 2. Тогда двусторонняя пара, соединяющая вершины v_1 и v_2, несимметрична, и $r_{12} = \alpha r$, в то время как $r_{21} = r$.

В такой сети для всех вершин, кроме вершины-источника, $r_i^{out} = \sum_{j=1}^{n} r_{ij} = rn$.

Для источника выходная пропускная способность будет: $r_1^{out} = \sum_{j=1}^{n} r_{ij} = r(n + \alpha - 1)$.

Сети такого типа соответствует кортеж S:

$$S = (\{r(n + \alpha - 1), rn\}, \{rn, r(n + \alpha - 1)\}, \{rn, rn\}, \ldots \{rn, rn\}) \qquad (4)$$

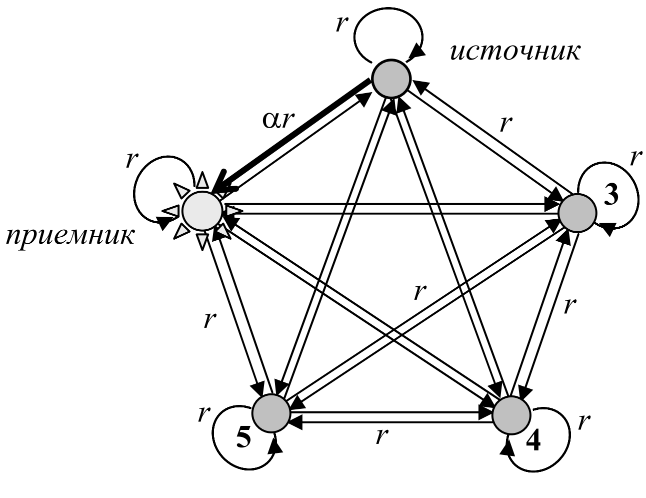

Рис. 1. Несимметричная ресурсная сеть с пятью вершинами. Случай $\alpha > 1$.

3.2. Свойства несимметричной сети ($\alpha > 1$)

Для нейтральных вершин и источника (i, j = 2, 3, …, n) выполняются следующие свойства.

Свойство 1. Если для некоторого t' $q_i(t') \leq rn$, то для всех $t > t'$ $q_i(t) \leq rn$.

Это следует из того, что если вершина v_i имеет ресурс, не превосходящий rn, она функционирует по правилу 2, и в каждый момент $t > t'$ отдает весь свой ресурс, а получить от других $n - 1$ вершин и из своей петли может не более чем rn ресурса.

Свойство 2. Если для некоторого t' $q_i(t') \leq rn$ и $q_i(t') = q_j(t')$, то для всех $t > t'$ $q_i(t) = q_j(t)$.

Это следует непосредственно из свойства 1: с момента t' обе вершины отдают всё, а получают одинаковый ресурс, не превосходящий rn.

Свойство 2 говорит о том, что при функционировании по правилу 2 ресурсы в вершине-источнике и нейтральных вершинах изменяются одинаково: при $q_i(t) < rn$ эти вершины отдают всё, а входящий в них ресурс одинаков.

3.3. Предельное состояние сети при $W > T$

Определим пороговое значение T для несимметричных сетей.

Если ресурс, циркулирующий в сети, больше, чем ее суммарная пропускная способность: $W > r(n + \alpha - 1)$, то по принципу Дирихле хотя бы одна вершина будет иметь ресурс, достаточный для функционирования по правилу 1. Если же ресурс достаточно мал, например, меньше r, то вся сеть заведомо будет функционировать по правилу 2. Тогда существует пороговое значение ресурса, при котором по крайней мере одна вершина переходит с правила 2 на правило 1. Обозначим его через T.

Ясно, что $T \leq r(n + \alpha - 1)$.

Множество вершин, у которых $q_i(t) \leq r_i^{out}$, будем называть зоной $Z^-(t)$. Множество вершин, с $q_i(t) > r_i^{out}$, – зоной $Z^+(t)$.

Вершины из $Z^-(t)$ функционируют по правилу 2; вершины из $Z^+(t)$ – по правилу 1.

В теореме 1 будет доказано, что в полной сети, соответствующей кортежу (4), при $W > T$ в зоне $Z^+(t)$ через конечное число тактов может оказаться единственный приемник v_1.

Теорема 1. В сети типа:

$S = (\{r(n + \alpha - 1), rn\}, \{rn, r(n + \alpha - 1)\}, \{rn, rn\},\ldots\{rn, rn\})$, где $\alpha > 1$

для любого начального распределения $Q(0) = (q_1(0), q_2(0), \ldots q_n(0))$ суммарного ресурса $W > T$ существует такой момент времени t', что для любого $t > t'$ выполнятся неравенства:

$$q_i(t) < rn,\ i = 2, 3,\ldots n \qquad (5)$$

Доказательство.

Если в начальном состоянии $Q(0) = (q_1(0), q_2(0), \ldots q_n(0))$ некоторые $q_i(0)$ $(i \neq 1)$ не превосходят значение rn, то неравенство (5) в вершинах v_i выполняется для любого t. Это следует непосредственно из свойства 2.

Пусть существуют вершины с ресурсом, превосходящим rn.

Рассмотрим отдельно два случая:

1. Ресурс в вершине-источнике больше rn: $q_2(0) > rn$.

Для этого случая возможно два варианта:

1.1. $q_2(0) \geq r(n + \alpha - 1)$.

В этом случае источник отдает ресурс по первому правилу: в каждую дугу уходит по полной пропускной способности. Тогда он отдает по $r(n+\alpha-1)$ ресурса на каждом такте. Принимает он не больше rn (такова его входная пропускная способность). Таким образом, за каждый такт ресурс в источнике уменьшается не менее чем на $r(\alpha - 1)$, и наступит момент времени t'', в который станет верно: $q_2(t'') < r(n + \alpha - 1)$. Тогда произойдет переход к 1.2:

1.2. $rn < q_2(0) < r(n + \alpha - 1)$.

В этом случае ресурс в вершине меньше порогового значения, и поэтому по правилу 2 вершина отдает весь ресурс, причем в петлю поступит ресурс, меньший ее пропускной способности r. Тогда на следующем такте эта вершина получит ресурс, строго меньший rn.

$\forall\ t > t''$: $q_2(t) < rn$. (6)

2. Ресурс в нейтральной вершине больше rn: $q_2(0) > rn$, $i = 3, \dots n$.

Рассмотрим динамику ресурса в этой вершине после момента времени t'', когда вершина-источник уже переходит в функционирование по правилу 2. Выделенная нейтральная вершина, имея ресурс, больший порогового значения, отдает по правилу 1. На каждом такте она отдаст rn ресурса. Получит же, как максимум, $r(n - 1) + \Delta q_2$, где $\Delta q_2 < r$ – ресурс, полученный от источника.

Таким образом, на каждом такте ресурс $q_i(t)$ нейтральной вершины v_i будет уменьшаться по крайней мере на величину $r - \Delta q_2 > 0$, и наступит такой момент t_i, для которого выполнится: $q_i(t_i) < rn$.

Момент времени t' из условия теоремы будет находиться как:

$t' = \max\limits_i (t_i)$, $i = 3, \dots n$. □

Для начального состояния $Q(0)=(W, 0, 0, \dots 0)$ найдем пороговое значение $W=T$, при котором вершина v_1 в предельном состоянии имеет ресурс, равный своей выходной пропускной способности rn; докажем сходимость процесса распределения ресурса при $W > T$ и опишем предельное состояние.

Теорема 2. В сети типа:

$S = (\{r(n + \alpha - 1), rn\}, \{rn, r(n + \alpha - 1)\}, \{rn, rn\}, \dots \{rn, rn\})$, где $\alpha > 1$:

1) $T = rn\dfrac{n^2 + (n+1)(\alpha - 1)}{n + 2(\alpha - 1)}$, (7)

2) для начального распределения $Q(0)=(W, 0, 0, \dots 0)$ при $W > T$ процесс распределения ресурса сходится, предельное состояние имеет вид:

$Q^*=(W-(n-1)q^*, q^*,\ldots q^*)$, (8)

где $q^*=rn\dfrac{n+(\alpha-1)}{n+2(\alpha-1)}$ (9)

Доказательство

В силу свойств 1 и 2, нейтральные вершины и вершина источник имеют на каждом такте одинаковый ресурс, меньший rn. Обозначим его через $q(t)$. Ресурс приемника обозначим через $q_1(t)$.

По тактам, начиная с нулевого, проследим процесс распределения ресурса.

Нейтральные вершины и вершина-источник

На каждом такте эти вершины отдают всё. Таким образом, количество ресурса в них складывается из суммарного входа.

Входной ресурс и источника и нейтральных вершин составит:

$$q(t+1)=\frac{n-2}{n}q(t)+\frac{1}{n+\alpha-1}q(t)+r=q(t)\left(\frac{n-2}{n}+\frac{1}{n+\alpha-1}\right)+r \quad (10)$$

Формула (10) для вершин разного типа имеет разный смысл:

Для *нейтральных вершин* первое слагаемое состоит из количества ресурса, пришедшего из остальных нейтральных вершин: $\frac{n-3}{n}q(t)$, и из количества ресурса, вернувшегося по петле $\frac{1}{n}q(t)$.

$\frac{1}{n+\alpha-1}q(t)$ приходит от источника, r – от приемника.

У *источника*: первое слагаемое – суммарный вход из нейтральных вершин, а второе: вклад петли. Третье же – как и раньше, вклад приемника.

Приемник

На каждом такте приемник отдает в $(n-1)$ вершин $r(n-1)$ ресурса.

Получает он: $\frac{n-2}{n}q(t)$ от $(n-2)$ нейтральных вершин и $\frac{\alpha}{n+\alpha-1}q(t)$ от источника. Итого:

$q_1(t) = W - tr(n-1) + \frac{n-2}{n}q(t) + \frac{\alpha}{n+\alpha-1}q(t)$.

Выпишем значения ресурса в нейтральных вершинах и источнике для первых тактов работы сети.

***t*=0.** $q(0) = 0$

***t*=1.** $q(1) = r$

***t*=2.** $q(2) = \left(\frac{n-2}{n} + \frac{1}{n+\alpha-1}\right)r + r = \left(\frac{n-2}{n} + \frac{1}{n+\alpha-1} + 1\right)r$

Введем обозначение: $A = \left(\frac{n-2}{n} + \frac{1}{n+\alpha-1}\right)$.

Тогда $q(2) = (A+1)r$

***t*=3.** $q(3) = r(A+1)A + r = r(A^2 + A + 1)$

***t*=4.** $q(4) = r(A^2 + A + 1)A + r = r(A^3 + A^2 + A + 1)$

…

Для произвольного момента t имеем:

$q(t) = r(A^{t-1} + A^{t-2} + \ldots + A + 1)$

Тогда, поскольку нетрудно убедиться, что $0 < A < 1$, имеем бесконечно убывающую геометрическую прогрессию. При $t \to \infty$ значение q^* находится по формуле:

$$q^* = r\frac{1}{1-A} = r\frac{1}{1-\left(\frac{n-2}{n} + \frac{1}{n+\alpha-1}\right)} = r\frac{1}{1-\frac{(n-2)(n+\alpha-1)+n}{n(n+\alpha-1)}}.$$

Преобразовав дробь, получим:

$$q^* = rn\frac{n+(\alpha-1)}{n+2(\alpha-1)},$$

что и является формулой (9).

Заметим, что q^* зависит только от параметров сети и не зависит от циркулирующего в ней ресурса. $q^* < rn$ для любого W.

Пороговое значение T найдем из следующего условия:

$T = (n-1)q^* + rn$

Где rn – пороговая пропускная способность приемника, при которой происходит смена правил его функционирования.

Подставив значение q^*, получим формулу (7):

$$T = rn\frac{n^2 + (n+1)(\alpha - 1)}{n + 2(\alpha - 1)}$$

Условие $W > T$ гарантирует, что вблизи предельного состояния приемник будет по-прежнему функционировать по правилу 1, поскольку для q_1^* выполняется:

$q_1^* = W - (n - 1)q^* \geq T - (n - 1)q^* = rn.$

Таким образом, для любого $W > T$ предельное состояние существует, и ресурс во всех вершинах, кроме приемника не зависит от величины W:

$Q^*=(W - (n - 1)q^*, q^*,\dots q^*)$. □

Обобщим теперь теорему 2 на любое начальное состояние:

Теорема 3. В сети типа:

$S = (\{(n+\alpha-1)r, nr\}, \{nr, (n+\alpha-1)r\}, \{nr, nr\},\dots\{nr, nr\})$, где $\alpha > 1$

для любого начального распределения $Q(0) = (q_1(0), q_2(0), \dots, q_n(0))$ при $W > T$ процесс распределения ресурса сходится, и в предельном состоянии ресурсы всех нейтральных вершин и источника равны между собой:

$Q^*=(W - (n - 1)q^*, q^*,\dots q^*)$.

Доказательство.

1. По теореме 1 существует такой момент времени t', что для любого $t > t'$ выполнятся неравенства:

$q_i(t) < rn, i = 2, 3,\dots n$

Примем за новую точку отсчета момент t'.

$Q(t')= (q_1(t'), q_2(t'), \dots, q_n(t')), \quad q_2(t'), \dots, q_n(t') < rn.$

Тогда вершины, начиная со второй, функционируют по правилу 2, и на каждом следующем такте они отдают весь свой ресурс. Их ресурс складывается из суммарного входа.

На такте $t'+1$ значения ресурса в вершине v_i находится по формуле:

$$q_i(t'+1) = r + \frac{\sum_{j=3}^{n} q_j(t')}{n} + \frac{q_2(t')}{n + \alpha - 1}.$$

Первое слагаемое – значение ресурса, пришедшего из приемника, второе – из $(n-2)$ нейтральных вершин (включая собственную петлю), третье – из источника.

Из формулы видно, что правая часть не зависит от i. Следовательно, как только ресурс во всех вершинах становится меньше rn, он выравнивается.□

Следствие. В сети типа:

$S = (\{(n+\alpha-1)r, nr\}, \{nr, (n+\alpha-1)r\}, \{nr, nr\},\ldots\{nr, nr\})$, где $\alpha > 1$

для любого начального распределения $Q(0) = (q_1(0), q_2(0), \ldots, q_n(0))$ при $W > T$ в предельном состоянии $Q^* = (W-(n-1)q^*,\ q^*,\ldots\ q^*)$ ресурсы нейтральных вершин и источника рассчитываются по формуле (9).

Непосредственно из формулы (9) следует, что при увеличении коэффициента пропускной способности α, значение q^* уменьшается.

$q^*(\alpha) = rn\dfrac{n+(\alpha-1)}{n+2(\alpha-1)}$ – убывающая функция от α.

Это означает, что при увеличении α уменьшается пороговое значение насыщения вершин сети T.

Однако $q^*(\alpha)$ уменьшается до некоторого предельного значения, отличного от нуля. Это значит, что весь ресурс сети не может скопиться в приемнике.

Утверждение 1. Функция $q^*(\alpha)$ ограничена снизу.

Доказательство.

$$q^*(\alpha) = rn\frac{n+(\alpha-1)}{n+2(\alpha-1)}$$

$$q^*(\alpha) = rn\frac{\dfrac{n}{(\alpha-1)}+1}{\dfrac{n}{(\alpha-1)}+2}$$

При $\alpha\to\infty$ $q^*(\alpha) \to rn\cdot\dfrac{1}{2} = \dfrac{rn}{2}$. □

Нижняя граница порогового значения суммарного ресурса T тогда будет:

$$T_{min} = (n-1)q^* + rn = (n-1)\frac{rn}{2} + rn = r\frac{n(n+1)}{2}.$$

3.4. Предельное состояние сети при W ≤ T

Формулы для координат вектора предельного состояния сети при $W \le T$ приведем без доказательства.

Теорема 4. В сети типа:

$S = (\{(n+\alpha-1)r,\ nr\},\ \{nr,\ (n+\alpha-1)r\},\ \{nr,\ nr\},\ldots\{nr,\ nr\})$, где $\alpha > 1$ для любого начального распределения $Q(0) = (q_1(0), q_2(0), \ldots, q_n(0))$ при $W \le T$ процесс распределения ресурса сходится, и предельное состояние $Q^*=(q_1{}^*, q^*,\ldots, q^*)$ описывается формулами:

$$q^* = W\frac{n+(\alpha-1)}{n^2+(n+1)(\alpha-1)};$$

$$q_1^* = W\frac{n+2(\alpha-1)}{n^2+(n+1)(\alpha-1)}.$$

Замечание.

Из формул видно, что пропорциональное увеличение или уменьшение всех пропускных способностей сети никак не отразится на векторе предельного состояния, пока неравенство $W \le T$ продолжает выполняться. Если же r уменьшится настолько, что станет верным $W > T$, предельное состояние начнет описываться формулами (8)-(9).

Заключение

Конфигурация сети с одним источником и одним приемником достаточно проста и позволяет получить координаты вектора предельного состояния и пороговое значение ресурса T аналитически.

Для сетей произвольной топологии координаты вектора предельного состояния могут быть получены лишь с применением численных методов.

Для исследования поведения ресурсных сетей автором написана программа, рассчитывающая предельное состояние в сетях, представленных графами любой конфигурации, и для любой величины ресурса W и его начального распределения.

При поиске в ассоциативных ресурсных сетях концентрация ресурса в одной вершине соответствует отысканию «центра образа»; в такой модели становится возможным осуществлять поиск по неполным данным, восстанавливать образ по его части и определять близкие понятия.

Автор выражает искреннюю благодарность проф. О.П. Кузнецову за полезные обсуждения в ходе написания статьи.

Литература

1. *Форд Л.Р.*, *Фалкерсон Д.* Потоки в сетях. М.: Мир, 1966. 276 с.
2. *Ерзин А.И., Тахонов И.И.* Задача поиска сбалансированного потока. // Сибирский журнал индустриальной математики, 2006, т.9, № 4 (28), с. 50-63.
3. *Ерзин А.И., Тахонов И.И.* Равновесное распределение ресурсов в сетевой модели. // Сибирский журнал индустриальной математики. Июль-сентябрь. Том VIII, № 3(23), с. 58-68.
4. *Кузнецов О.П.* Однородные ресурсные сети. I. Полные графы. // «Автоматика и телемеханика», 2009, №11, с.136-147.
5. *Кузнецов О.П.*, *Жилякова Л.Ю.* Двусторонние ресурсные сети – новая потоковая модель. // Доклады Академии Наук, 2010, том 433, № 5, с. 609-612.
6. *Жилякова Л.Ю.* Реализация рекурсивных запросов в динамической ассоциативной ресурсной сети. // Двенадцатая национальная конференция по искусственному интеллекту с международным участием КИИ’2010. Труды конференции, том 1. М. – Физматлит, 2010. с. 335-343.